УДК 517.9
Сікора Д. – ст. гр. КА-21
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ГІПЕРБОЛІЧНОГО ТИПУ ЗАСОБАМИ MATHCAD

Науковий керівник: Габрусєв Г. В.

Sikora D.
Ternopil Ivan Pul'uj National Technical University

THE SOLUTIONS OF HYPERBOLIC PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS BY DINT OF MATHCAD

Supervisor: Habrusiev H. V.

Ключові слова: диференціальні рівняння гіперболічного типу, частинні похідні.
Keywords: hyperbolic differential equations, partial derivative.

Продемонструємо розв'язання диференціальних рівнянь в частинних похідних у середовищі *Mathcad* на прикладі задачі про вільні коливання струни.

Нехай маємо струну довжиною L, що закріплена на кінцях. Припустимо, що її початкове відхилення описується функцією

$$\varphi(x)=\begin{cases}0, 0\le x<c;\\ u_0\dfrac{x-c}{c},\ c\le x<2c;\\ u_0\dfrac{3c-x}{c},\ 2c\le x\le 3c;\\ 0, x>3c,\end{cases} \tag{1}$$

c – масштабний параметр, u_0 – максимальне відхилення струни.

Як відомо, поведінка такої струни визначається хвильовим рівнянням

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{T}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \tag{1}$$

де T – сила натягу струни, ρ – її лінійна густина. Відношення $\dfrac{T}{\rho}$ позначимо a^2.

Граничні умови поставленої задачі матимуть вигляд

$$u(0,t)=0,\ u(L,t)=0.$$

Початкові умови задачі є такими

$$u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=0.$$

Проведемо розв'язання поставленої задачі математичної фізики засобами системи автоматизованого проектування *Mathcad*. Співвідношення (1) є диференціальним рівнянням гіперболічного типу. Для розв'язання рівнянь такого типу у середовищі *Mathcad* можна використовувати вбудовану функцію *Pdesolve*.

Виберемо наступні значення вхідних параметрів

$$u_0=1;\ c=0.1;\ L=2.$$

Будемо шукати профіль струни у моменти часу, що кратні $t_0 = 0.2$. При використанні функції *Pdesolve* потрібно вказувати діапазон зміни як по координаті x, так і по часу t. Діапазон зміни x задається умовою задачі $0 \le x \le L$. У якості діапазону зміни t виберемо $0 \le t \le T$, де $T = 10t_0$.

На можливість застосування функції *Pdesolve* накладаються деякі обмеження в середовищі *Mathcad*. Зокрема вона може застосовуватись лише до першої похідної по часу. Тому ввівши нову функцію $w(x,t)$ рівняння (1) зведемо до системи

$$\begin{cases} u_t(x,t) = w(x,t); \\ w_t(x,t) = a^2 u_{xx}(x,t). \end{cases}$$

При цьому граничні умови не зміняться, а початкові умови матимуть вигляд

$$u(x,0) = \varphi(x),\ w(x,0) = 0.$$

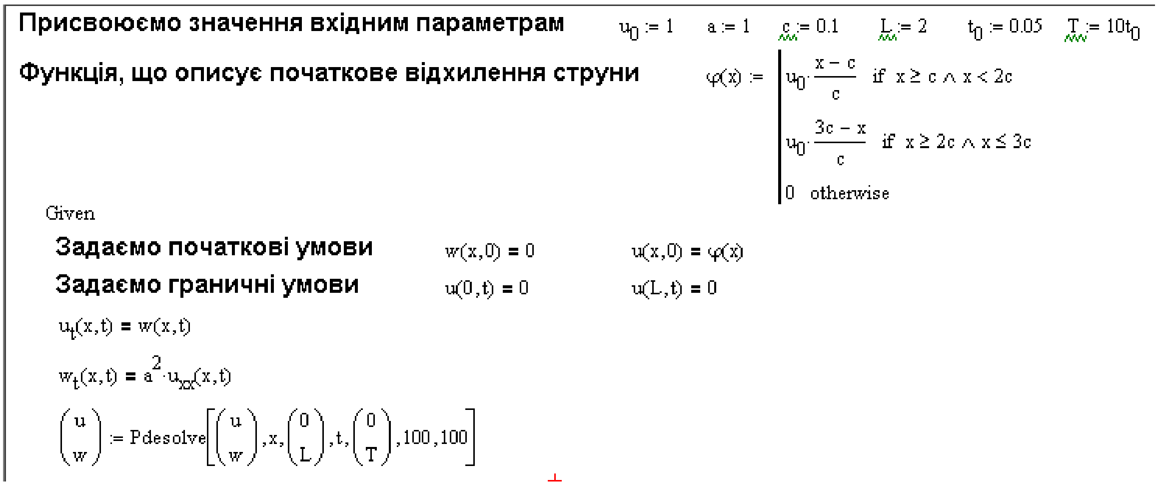

Рис. 1. Лістинг програми системи автоматизованого проектування Mathcad.

Результат виконання програми, наведеної на рис.1 продемонстровано на рис.2, де зображено профілі струни у моменти часу: $t = 0$ – крива 1, $t = 2t_0$ – крива 2, $t = 4t_0$ – крива 3 та $t = 6t_0$ – крива 4.

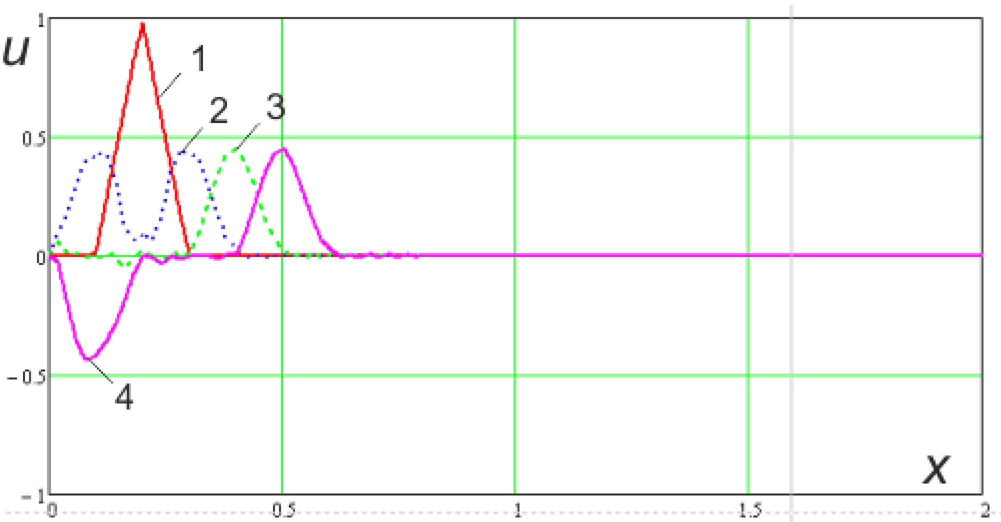

Рис. 2. Профілі струни для різних моментів часу.