УДК 517.946

О. Нікітіна
(Чернівецький факультет НТУ „ХПІ”)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДИФУЗІЇ ТЕПЛА В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ СЕРЕДОВИЩІ З МЯКИМИ МЕЖАМИ МЕТОДОМ ГІБРИДНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА БЕССЕЛЯ-ЕЙЛЕРА

Дифузія тепла розглядається в областях різної конфігурації в рамках феноменологічної теорії теплопровідності в припущенні, що межа області жорстка по відношенню до відбиття хвиль. Дана робота присвячена вивченню дифузійних процесів тепла в одній із областей з м‘якою межею.

Розглянемо задачу про конструкцію обмеженого в області $D_1 = \{(t,z): t\in(0,\infty); r\in(0,R_1)\cup(R_1,\infty)\}$розв‘язку системи рівнянь теплопровідності параболічного типу

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \gamma_1^2 u_1 - B_{\nu,\alpha_1}[u_1] = f_1(t,z), r\in(0,R_1)$$
$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \gamma_2^2 u_2 - B^*_{\alpha_2}[u_2] = f_2(t,z), r\in(R_1,\infty)$$

(1)

за початковими умовами

$$u_1\big|_{t=0} = g_1(r), r\in(0,R_1); u_2\big|_{t=0} = g_2(r), r\in(R_1,\infty)$$

(2)

та умовами спряження

$$\left\{[(\alpha_{j1}^1 + \delta_{j1}^1\frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j1}^1 + \gamma_{j1}^1\frac{\partial}{\partial t}]u_1(t,z) - [(\alpha_{j2}^1 + \delta_{j2}^1\frac{\partial}{\partial t})\frac{\partial}{\partial r} + \beta_{j2}^1 + \gamma_{j2}^1\frac{\partial}{\partial t}]u_2(t,z)\right\}\Bigg|_{r=R_1} = 0$$

(3) У рівностях (1) беруть участь диференціальні оператори (д. о.): $B_{\nu,\alpha} = d^2\big/dr^2 + (2\alpha+1)r^{-1}\,d\big/dr - (\nu^2-\alpha^2)r^{-2}$, $B^*_{\alpha} = r^2\,d^2\big/dr^2 + (2\alpha+1)r\,d\big/dr + \alpha^2$,

B_{ν,α_1} – д.о. Бесселя, $B^*_{\alpha_2}$ – д.о. Ейлера; $\nu \ge \alpha_1 \ge -1\big/2, \alpha_2 > -1\big/2, j=1,2.$

При виконанні загальноприйнятих умов на коефіцієнти та диференціальні оператори інтегральне зображення точного аналітичного розв‘язку задачі (1)-(3) будується методом інтегрального перетворення Лапласа стосовно t:

$$u_j(t,r) = \int_0^t\int_0^{R_1} H_{\nu,(\alpha);j1}(t-\tau,r,\rho)[f_1(\tau,\rho)+\delta_+(\tau)g_1(\rho)]\rho^{2\alpha_1+1}d\rho d\tau +$$
$$+\int_0^t\int_{R_1}^{\infty} H_{\nu,(\alpha);j2}(t-\tau,r,\rho)[f_2(\tau,\rho)+\delta_+(\tau)g_2(\rho)]\rho^{2\alpha_2+1}d\rho d\tau, j=1,2,$$

$\delta_+(t)$ - дельта-функція, зосереджена в точці $t=0_+$.

Інтегральне зображення (4) розв‘язку задачі (1)-(3) дифузії тепла дозволяє успішно використовувати його як в теоретичних дослідженнях, так і в числових розрахунках.