УДК 519.217

М. Приймак, С. Прошин
(Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя)

ОЦІНКА МАТРИЦЬ ЙМОВІРНОСТЕЙ ПЕРЕХОДІВ ПЕРІОДИЧНИХ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА

Нехай $\{\xi_n, n = 0,1,2,...\}$ – ланцюг Маркова із скінченою множиною можливих станів, за які можна прийняти числа $1,\cdots,i,\cdots,m$, та матрицею ймовірностей переходів $\Pi_n = \left|p_{ij}(n)\right|, n = 1,2,\cdots$, де ймовірності переходів $p_{ij}(n) = P\{\xi_n = j|\xi_{n-1} = i\}$, $i, j = \overline{1,m}$. Добре вивченими є однорідні ланцюги. В [1] був вперш введений новий клас ланцюгів – клас періодичних ланцюгів Маркова, для яких їх ймовірності переходів є періодичними, тобто існує ціле $L > 1$, що $p_{i,j}(n) = p_{i,j}(n + L)$. З останньої рівності легко бачити, що періодичний ланцюг задається першими L матрицями переходів $\Pi_1,\cdots,\Pi_k,\cdots,\Pi_L$. Для всіх $n \geq L$ кожна із матриць переходів $\Pi_n = \Pi_{n-L\left[n-1/L\right]}$, де $[\circ]$ – ціла частина, тобто співпадає з однією із матриць послідовності $\Pi_1,\cdots,\Pi_k,\cdots,\Pi_L$. Якщо однорідні ланцюги вивчені достатньо глибоко і мають широке прикладне використання, то для періодичних ланцюгів ряд питань, особливо теоретичного характеру, ще залишаються відкритими. Одне із них – оцінка матриць переходів $\Pi_1,\cdots,\Pi_k,\cdots,\Pi_L$. Розглянемо це питання більш детально.

Нехай

$$z_1,\cdots,z_r,\cdots,z_N, \quad N >> m, \tag{1}$$

реалізація періодичного ланцюга Маркова, кожне значення якої співпадає з одним із станів $1,\cdots,i,\cdots,m$. Для оцінки перехідної ймовірності $p_{ij}(k)$ матриці $\Pi(k), k = \overline{1,L}$, із реалізації (1) виділимо елементи з номерами $k + sL$ і $k + 1 + sL$, $S = \left[N/L\right]$, $s = 0,1,\cdots,S$, з яких утворимо підпослідовність

$$z_{k+sL}, z_{k+1+sL}, \quad s = 0,1,\cdots S. \tag{2}$$

В цій підпослідовності лише серед елементів z_{k+sL}, $s = 0,1,\cdots S$, підрахуємо число тих, значення (стан) яких рівний i. Число таких елементів позначимо через $N_i(k)$. Тепер серед елементів z_{k+1+sL}, $s = 0,1,\cdots S$, підпослідовності (2) проаналізуємо лише ті, які слідують за елементами z_{k+sL} із значенням i, і значення яких (тобто елементів z_{k+1+sL}) рівні j. Кількість таких позначимо через $N_{ij}(k)$. Тепер за оцінку ймовірності переходу $p_{ij}(k)$ приймемо відношення

$$\tilde{p}_{ij}(k) = \frac{N_{ij}(k)}{N_i(k)}. \tag{3}$$

Провівши (при кожному $k = \overline{1,L}$) такі ж обчислення для всіх $i, j = \overline{1,m}$, ми знайдемо оцінки $\tilde{\Pi}_1,\cdots,\tilde{\Pi}_k,\cdots,\tilde{\Pi}_L$ для матриць переходів $\Pi_1,\cdots,\Pi_k,\cdots,\Pi_L$. Результати та точність оцінювання наведені в наступній доповіді цієї ж конференції.

Література:

1. Приймак М.В. Періодичні ланцюги Маркова в задачах статистичного аналізу і прогнозу енергонавантажень. // Технічна електродинаміка. – 2004. – №2. – С. 3-7.