

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
імені академіка Степана Дем'янчука

А.Й.Якимчук

ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПУНКТУ
СПОСТЕРЕЖЕННЯ GPS МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз

Модель ДА – 50



Науковий керівник:
кандидат технічних наук,
доцент Р. М. Літнарівч

Рівне 2010



Анна Йосипівна Якимчук , автор одноосібних монографій:
А.Й.Якимчук. Побудова і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ДА – 50. МЕГУ, Рівне, 2009,- 72 с.
А.Й. Джунь. Побудова і дослідження математичної моделі залежності між ростом і вагою дітей методом статистичних випробувань Монте Карло. Модель ДА – 50. МЕГУ, Рівне, 2009, -57 с.

УДК 51-7:519.87

Якимчук А.Й. Побудова і дослідження математичної моделі пункту GPS спостережень методом статистичних випробувань Монте Карло. Множинний регресійний аналіз. Модель ДА – 50. МЕНУ, Рівне, 2010, -112 с.

На основі істинної моделі побудована методом статистичних випробувань Монте Карло спотворена модель, яка зрівноважується методом найменших квадратів з повною оцінкою точності зрівноважених елементів.

Апробовані формули і теореми для конструювання моделей. Отримана математична модель пункту GPS спостережень, яка функціонально зв'язує відстані до супутників з просторовими координатами X, Y, Z пункту спостереження і похибкою годинника приймача.

Апробована формула розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції з врахуванням коефіцієнтів математичної моделі.

Приводиться теорема, яка дає можливість поширити оцінку точності на математичні моделі множинної апроксимації будь-якого степеня.

Дається методика подвійного контролю зрівноваженої функції математичної моделі.

Для студентів, аспірантів і пошукувачів вчених степенів факультету Кібернетики МЕНУ.

Ключові слова: модель, координати, точність, апробація, контроль.

Рецензент: В.Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕНУ

© Якимчук А.Й.

Якимчук А.И. Построение и исследование математической модели пункта GPS наблюдений методом статистических испытаний Монте Карло. Множественный регрессионный анализ. Модель ДА-50. МЕНУ, Ровно, 2010 -112 с.

На основе истинной модели построенная методом статистических испытаний Монте Карло искажённая модель, которая уравнивается методом наименьших квадратов с полной оценкой точности уравновешенных элементов.

Апробированы формулы и теоремы для конструирования моделей. Получена математическая модель пункта GPS наблюдений, которая функционально связывает расстояния к спутникам с пространственными координатами X, Y, Z пункта наблюдения и погрешностью часов приемника.

Апробирована формула расчета средней квадратической погрешности уравновешенной функции с учетом коэффициентов математической модели.

Приводится теорема, которая дает возможность распространить оценку точности на математические модели множественной аппроксимации любой степени.

Дается методика двойного контроля уравновешенной функции математической модели.

Для студентов, аспирантов и соискателей ученых степеней факультета Кібернетики МЕНУ.

Ключевые слова: модель, координаты, точность, апробация, контроль.

Yakimchuk A. Y. Construction and research of mathematical model of observation of GPS post by the method of statistical tests of Monte Karlo Plural regressive analysis. Model DA - 50. IEGU, Rivne, 2010 -112 p.

On the basis of veritable model built a method statistical tests Monte Karlo the distorted model which is evened the method of least squares with the complete estimation of exactness of the balanced elements.

Checking formulas and theorems are approved for constructing of models. Got mathematical model of point of GPS of supervisions, which functionally links distances to satelits with the spatial co-ordinates of X, Y, Z of observation post and error of clock of receiver.

The formula of calculation of middle quadratic error of the balanced function is approved taking into account the coefficients of mathematical model.

A theorem over, which enables to spread the estimation of exactness on the mathematical models of plural approximation of any degree, is brought.

The method of double control of the balanced function of mathematical model is given.

For students, graduate students and competitors of graduate degrees of faculty of Cybernetics IEGU.

Keywords: model, co-ordinates, exactness, approbation, control.

| Зміст | Стор. |
|---|-------|
| Вступ | 6 |
| Розділ 1. Принцип роботи системи | |
| 1.1. Історія виникнення GPS..... | 8 |
| 1.2. Загальний принцип роботи..... | 9 |
| 1.3. Структура системи..... | 10 |
| Розділ 2. Практичні роботи з GPS | |
| 2.1. Підготовчі роботи..... | 11 |
| 2.2. Технологія виконання робіт..... | 12 |
| 2.3. Управління даними..... | 15 |
| Розділ 3. Визначення координат пункту за виміряними псевдовідстанями, отриманими із GPS спостережень | |
| 3.1. Теоретичні основи абсолютного методу | 16 |
| 3.2. Опрацювання матеріалів класичним методом | 19 |
| 3.3. Побудова істинної математичної моделі... .. | 23 |
| 3.4. Встановлення середніх квадратичних похибок коефіцієнтів побудованої математичної моделі..... | 30 |
| 3.5. Розробка формули оцінки точності зрівноваженої функції з врахуванням середніх квадратичних похибок коефіцієнтів побудованої математичної моделі..... | 36 |
| 3.6. Конструювання параметрів математичної моделі..... | 49 |
| Розділ 4. Побудова спотвореної моделі | |
| 4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло..... | 69 |
| 4.2. Побудова спотвореної моделі..... | 71 |
| Розділ 5. Побудова і дослідження зрівноваженої моделі | |
| 5.1. Представлення і рішення системи нормальних рівнянь..... | 72 |
| 5.2. Контроль процедури зрівноваження..... | 75 |
| 5.3. Оцінка точності зрівноважених елементів..... | 77 |
| Комплексна наукова робота..... | 85 |
| Загальна структура монографії..... | 86 |
| Висновки | 88 |
| Літературні джерела..... | 91 |
| Додатки..... | 93 |

В С Т У П

Процес побудови, вивчення й використання математичних моделей дає можливість детально дослідити будь яку закономірність, явище, що вивчаються. Це найзагальніший та найбільш використовуваний в науці, зокрема, в кібернетиці, метод досліджень. Він тісно поєднаний з такими категоріями, як абстракція, аналогія, гіпотеза, тощо.

В основу методу покладено ідентичність форми рівнянь і однозначність співвідношень між змінними в рівняннях оригіналу і моделі, тобто їх аналогії.

Математичне моделювання тією чи іншою мірою застосовують всі природничі і суспільні науки, що використовують математичний апарат для одержання спрощеного опису реальності за допомогою математичних понять. Воно дозволяє замінити реальний об'єкт його моделлю і потім вивчити останню.

В [14] вперше була побудована математична модель пункту GPS спостережень. Класичний метод опрацювання матеріалів GPS спостережень на пункті дає можливість визначити середню квадратичну похибку одиниці ваги μ , середні квадратичні похибки зрівноважених за методом найменших квадратів (МНК) координат $m_{\Delta X}, m_{\Delta Y}, m_{\Delta Z}, m_{\Delta t}$. Але класичний метод опрацювання даних не дає можливостей визначити середні квадратичні похибки знайденої віддалі до кожного Штучного Супутника Землі (ШСЗ).

Застосування методу імітаційного моделювання дає нам унікальну нагоду порівняти істинні похибки математичної моделі і абсолютні похибки, отримані при зрівноваженні моделі за методом найменших квадратів.

Розроблений в [14] розрахунковий файл в MS EXCEL і

пристосований до впровадження методу статистичних випробувань в даній монографії забезпечує дослідження і аналіз будь-яких даних в самому широкому діапазоні спектра випадкових похибок експериментальних спостережень.

Можливість набору великої статистики призводить до всебічного, конкретного і детального аналізу експериментальних даних супутникових спостережень.

Вперше появляється можливість надійного повторного контролю.

Для студентів, магістрантів, аспірантів та пошукувачів вчених степенів.

РОЗДІЛ 1. ПРИНЦИП РОБОТИ СИСТЕМИ

Сучасні заходи по створенню кадастрових баз даних передбачають широке використання прогресивних методів геодезичних вимірів, перед усім GPS – технологій. Супутникова радіо-навігаційна система або глобальна система або глобальна система визначення місцезнаходження GPS (Global Position System) забезпечує високоточне визначення координат і швидкості об'єктів в будь-якій точці земної поверхні, в будь-який час доби, в будь-яку погоду, а також точне визначення часу.

1.1. Історія виникнення GPS

До початку 70-х років виявилось, що прийнята на той час на озброєнні армії США супутникова навігаційна система TRANZIT мала значні недоліки.

- відносно невисока точність визначення координат;
- великі проміжки часу між спостереженнями.

З метою подолання цих недоліків було прийнято рішення розпочати роботу над розробкою супутникової навігаційної системи нового покоління. Початково вона мала назву NAVSTAR (Navigation Satellite providing Time And Rangel), тобто “навігаційна супутникова система, забезпечуюча вимір часу і місцезнаходження” (зараз можна зустріти подвійну назву: GPS-NAVSTAR). Основним призначенням NAVSTAR була високоточна навігація військових об'єктів. Безпосередня реалізація програми розпочалась в середині 1977р. запуском першого супутника. З 1983р. система відкрита для використання в цивільних цілях, а з 1991р. зняті обмеження на продажу GPS-обладнання в країни колишнього СРСР. У 1993р. система була повністю розгорнута. Витрати на її реалізацію перевищили 15 млрд. USD. В Росії діє аналогічна система супутникової навігації ГЛОНАСС (Глобальна Навігаційна Супутникова Система) принцип роботи якої в дечому подібний до GPS.

Першочергово припускалося використання GPS-системи тільки у навігаційних цілях, але досліди, проведені вченими Массачуського технологічного інституту в 1976-1978р.р., показали можливість геодезичного використання GPS, тобто визначення

координат з міліметровою точністю. З того часу розпочалося використання системи для виконання геодезичних вимірів. Ми зупинимось на цьому аспекті використання системи, хоча на практиці вона знаходить застосування для роз’язання значно більш широкого кола задач.

1.2. Загальний принцип роботи

У навколишньому просторі розгорнута мережа штучних супутників Землі (ШСЗ), рівномірно “покриваючих” усю земну поверхню. Орбіти ШСЗ обраховуються з дуже високою точністю, тому в будь-який момент часу відомі координати кожного супутника. Радіопередавачі супутників безперервно випромінюють сигнали в напрямку Землі. Ці сигнали приймаються GPS-приймачем, який знаходиться в деякій точці земної поверхні, координати якої потрібно визначити.

У приймачі вимірюється час поширення сигналу від ШСЗ і обчислюється віддаль “супутник-приймач” (радіосигнал, як відомо, поширюється з швидкістю світла).

Так як для визначення місцезнаходження точки необхідно знати три координати (плоскі координати X , Y і висоту H), то у приймачі повинні бути виміряні віддалі до трьох різних ШСЗ.

Очевидно при такому методі радіонавігації (він називається беззапитним), точне визначення часу можливе лише за наявності синхронізації часових шкал супутника і приймача. Тому, у склад апаратури ШСЗ і приймача входять еталонний годинник (стандарт частоти), при цьому точність супутникового еталону часу виключно висока (довготривала відносна стабільність частоти забезпечується на рівні $10^{-13} \dots 10^{-15}$ за добу). Бортові годинники всіх ШСЗ синхронізовані і прив’язані до так званого “системного часу”. Еталон часу GPS – приймача менш точний, для того, щоб не дуже підвищувати його вартість. Цей еталон повинен забезпечувати тільки короточасну стабільність частоти – протягом процедури вимірів.

На практиці у вимірах часу завжди присутня похибка, обумовлена неспівпаданням шкал часу ШСЗ і приймача. По цій причині у приймачі обчислюється спотворене значення віддалі до супутника або “псевдовіддалі”. Вимірювання віддалей до всіх ШСЗ, з якими в даний момент працює приймач, проводиться одночасно. Таким чином, для всіх вимірів величину часової невідповідності можна вважати постійною. З математичної точки зору це еквівалент тому, що невідомими є не тільки координати X , Y і H , але й поправка годинника приймача Δt . Для їх визначення необхідно виконати вимірювання псевдовіддалей не до трьох, а до чотирьох супутників. В результаті обробки цих вимірів у приймачі обчислюються координати (X, Y і H) і точний час. Якщо приймач встановлений на рухомому об’єкті і, поряд з псевдовіддальми, вимірює доплерівські зсуви частот радіосигналів, то може бути обрахована і швидкість об’єкту.

Таким чином, для виконання необхідних навігаційних визначень необхідно забезпечити постійну видимість з неї, як мінімум, до чотирьох супутників. Після повного розгортання сузір’я ШСЗ в будь-якій точці Землі можуть бути видимі від 5 до 12 супутників у довільний момент часу.

Сучасні GPS-приймачі мають від 5 до 12 каналів, тобто можуть одночасно приймати сигнали від такої кількості ШСЗ. Надлишкові виміри (більше чотирьох) дають можливість підвищити точність координат і забезпечити безперервність вирішення навігаційної задачі.

1.3. Структура системи

У склад системи входять: •сузір’я ШСЗ (космічний сегмент);

•мережа наземних станцій слідкування і управління (сегмент управління);

•власне GPS-приймачі (апаратура користувача).

РОЗДІЛ 2. Практичні роботи з GPS

2.1. Підготовчі роботи

1. Складання проекту.
2. Збір матеріалів геодезичної забезпеченості виконується у підрозділах, які раніше використовували геодезичні роботи на даному об'єкті, в міських відділах архітектури, майкшейдерських відділах і бюро.
При цьому збирають наступні матеріали:
 - матеріали обстеження на даному об'єкті по раніше виконаним роботам;
 - виписки із каталогів координат і висот пунктів на об'єкт роботи;
 - виписки із звітів раніше виконаних геодезичних робіт;
 - довідка про системи координат і висот застосованих пунктів.
3. Всі зібрані матеріали систематизуються для попереднього аналізу і складання проекту.
4. На об'єкті вибираються пункти опорні і мобільні.
5. При проектуванні створюваної і реконструйованої мережі необхідно керуватися наступними вимогами до пунктів мережі:
 - знову закладувані пункти мережі повинні забезпечувати довготривалу збереженість на місцевості, не мати перешкод, закриваючих горизонт більше 15°;
 - перевага при виборі пунктів міської мережі віддається надбудові та на спорудах.
6. При відстані між пунктами більше 10 км., визначається як опорний і мобільний, використовується схема сіткового методу вимірювання.
7. На пункти, навколо яких є перешкоди, час спостереження проектується індивідуально для кожного пункту при складанні проекту.

Попередньо, при складанні проекту, складаються графіки і висоти перешкод з ціллю виявлення можливості роботи GPS System на таких пунктах. При складанні графіків використовується програмний комплекс SKI. По цим графікам

вибирається час для роботи на цих пунктах, а вся робота планується, щоб вимірювання на них були виконані в сприятливий час.

За допомогою програми SKI уточнюються графіки пониження геометричного фактору на період виконання роботи. Так як період обертання супутника навколо землі складає 11,5 годин, ці графіки повторюються з такою ж періодичністю. Тому графіки складають на період робіт з розрахунком 1 графік на 7-10 днів.

Виявляються попередньо інтервали часу з хорошими показниками DOP на кожен день спостережень протягом всього періоду. Ці інтервали можуть уточнюватись в процесі робіт в міру отримання нового альманаху ефемерід.

2.2. Технологія виконання робіт

| | |
|--|--------------------------------|
| Встановлення і підключення станції | 5-10 хвилин |
| Ініціалізація станції | до 15 хвилин |
| Безпосереднє вимірювання | час залежить від довжини лінії |
| Згортання станції (пакування і завантаження) | 5-10 хвилин |
| Переїзд між точками | Час залежить від довжини лінії |

Апаратура Leica GPS-System 300 складається із наступних трьох основних частин:

1. Сенсор Leica GPS.
2. Контролер Leica GPS.
3. Програмне забезпечення SKI для роботи в статичному і кінематичному режимі.

GPS апаратура потребує диференційованих спостережень, які виконуються відразу на базовій і мобільній станціях.

Спостереження на цих станціях повинні проводитися з однією і тією ж швидкістю і в один і той же час.

Отримані дані обробляються за допомогою програмного забезпечення SKI для отримання кінцевих результатів.

System 300 призначена для роботи у наступних режимах: статика, швидка статика, реокупація, “Стій-іди” і кінематичне знімання.

Перед початком роботи слід зрозуміти сенс таких понять, як проект, місія, режим роботи і як виконується управління даними у комп’ютері.

МІСІЇ

Місія описує спосіб, на основі якого контролер формує виконання знімання. Кожна місія має відповідний ФАЙЛ КОНФІГУРАЦІЇ МІСІЇ, який має набір параметрів, що містять координати початкової точки, параметри відслідковування супутника, режим роботи, характеристики даних відслідковувань і умовні позначення ідентифікаційної точки. Кожний файл конфігурації індивідуально ідентифікується в контролері по шестисимвольному КОДУ МІСІЇ.

В контролері виробником встановлена одна місія, яка називається **Статична зйомка ПО УМОВЧАННЮ**.

Режим роботи

Одним із найбільш важливих параметрів, що визначають файл конфігурації місії, є **Режим роботи**. Він може бути різним в залежності від особливостей виконуваного знімання. Є п’ять режимів роботи: чотири для ГЕОДЕЗІЇ – статичне знімання, знімання в режимі “СТІЙ/ІДИ”, кінематичне знімання і “Кінематика у польоті”, а один – для НАВІГАЦІЇ.

В одному проекті можна використовувати декілька місій. В місії можна використовувати різні режими роботи. Вибір режиму роботи залежить від вимог до знімання.

Коли виконуються виміри між, в крайньому випадку, двома стаціонарними приймачами, такий режим роботи називається **СТАТИЧНОЮ ЗЙОМКОЮ**. Вона є ідеальною для ліній великої довжини при спостереженнях 4 чи більш супутників. При цьому Вам необхідно виконувати спостереження, як мінімум, одну годину, на довгих лініях бажано 2 години і більше, щоб гарантувати отримання точного результату.

На коротких лініях, коли спостерігається достатня кількість супутників, при добрій геометрії, можна отримати високу точність при порівняно невисокій тривалості спостережень. Швидкість вимірів і підвищення продуктивності підтримується достатньо досконалими алгоритмами обробки в програмному забезпеченні SKI, в результаті чого реалізується знімання в режимі “Швидка статика”.

Знімання в режимі “РЕОКУПАЦІЯ” також є різновидністю статичних знімань, але для їх здійснення необхідно, щоб точка стояння відвідувалась більше одного разу. Всі дані, зібрані на цій точці, чи відносяться вони до одного і того ж дня, або до зовсім різних дат, при обробці в SKI можуть бути об’єднані в одно рішення. Якщо при першому відвідуванні пункту спостерігалось 4 супутники, а при другому – 4 інших, то дані в SKI в режимі реокупації будуть оброблятися так, як би на цій точці спостерігалось 8 супутників.

Знімання в режимі “СТІЙ/ІДИ” дає можливість достатньо швидко визначати місцезнаходження багатьох точок. На початку знімання мобільний приймач повинен знаходитись у першій точці до тих пір, доки не буде зібрана достатня кількість даних для розрішення неоднозначності (таке поняття називається часом ініціалізації). Після мобільна станція може переміщуватися від точки до точки, не втрачаючи захвату сигналу від супутників. Метод “Стій/іди” ідеально підходить для невеликих площ, де точки розташовані близько одна від одної і немає перешкод для проходження сигналів від супутника.

Кінематичні знімання використовуються для обчислення різних місцеположень точок через раніше встановлені інтервали часу. При цьому мобільний приймач може бути встановлений на рухомій платформі. Такий метод аналогічний зніманню в режимі “Стій/іди”. Кінематичні знімання є ідеальними для відслідковування траєкторії рухомих об’єктів (наприклад, при профілюванні дороги), відслідковування місцезнаходження суден, винесених у відкрите море, платформ і т.і.

Кінематичні знімання в польоті використовуються для тих же цілей, що і кінематичні знімання, але відрізняються тим, що статична ініціалізація не потрібна. Цей тип знімань може успішно

застосовуватись тільки у тому випадку, якщо придбано додаткове програмне забезпечення AROF для SKI.

Сенсор і контролер можуть бути використані у якості НАВІГАЦІЙНОГО приймача. При цьому на екрані дисплею відображається і може бути записано місцезнаходження точки в системі координат WGS 84.

Також контролер може наводитись на ціль і ідентифікувати координати (координатній сітці).

2.3. УПРАВЛІННЯ ДАНИМИ

Дані, введені у пам'ять контролера заносяться в базу даних, яка має назву GEODB. База даних GEODB включає в себе проекти, завдання, перелік кодів, набір трансформційних параметрів, координати окремих точок і ліній.

“Спрі” дані GPS і положення точок в реальному часі записуються в завданні. Завдання встановлюється перед початком будь-яких вимірів. Воно взаємозв'язано з проектом, який може вміщувати будь-яку кількість завдань.

В завданні можуть бути визначені також інші різноманітні дані, такі як прізвище оператора, назву польової партії і т.і. Проект має зв'язки з іншими компонентами бази GEODB. Проект визначає які трансформційні параметри та переліки кодів (якщо необхідні) будуть використані в завданні.

Переліки кодів можуть бути використані у завданні у відповідній управляючій програмі і вводяться у контролер. Переліки кодів містять опис точок і можуть підключатися до точок в момент коли виміри вже проведені.

Параметри трансформації можуть бути визначені або у самому контролері або SKI, а вже згодом завантажені у контролер. Параметри трансформації в більшості випадків використовуються споживачами, які працюють у реальному масштабі часу.

При зйомці нормальні умови полягають в тому, щоб протягом сеансу забезпечувалось необхідне вікно для спостереження супутників, а для мобільної станції ця умова повинна виконуватися при переміщенні від однієї точки до іншої.

РОЗДІЛ 3. Визначення координат пункту за вимірними псевдо відстанями, отриманими із GPS спостережень.

3.1. Теоретичні основи абсолютного методу

З основного рівняння космічної геодезії для топоцентричного радіуса-вектора супутника r' запишемо

$$r' = r - R, \quad (3.1.1)$$

де r і R – геоцентричні радіуси – вектори супутника і пункту спостереження, відповідно

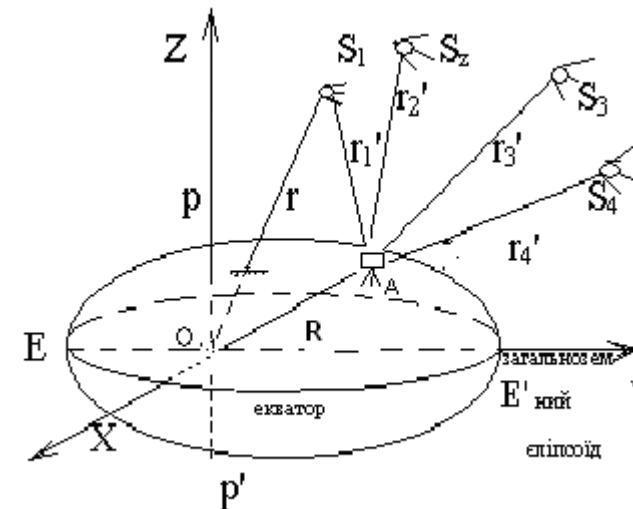


Рис.1. Схема спостережень на пункті GPS
O – центр загальноземного еліпсоїда; A – пункт спостережень;

- Псевдовідстань ρ - це модуль топоцентричного радіуса – вектора супутника $|r|$, збільшена або зменшена (в залежності від знаку τ) на величину добутку швидкості світла c та різниці поправок годинників супутників і приймача τ :

$$\rho = |r| + c\tau, \quad (3.1.2)$$

або
$$\rho = |r - R| + c\tau. \quad (3.1.3)$$

Через координати i -го супутника $r_i \{x_i, y_i, z_i\}$ та пункту $r(x, y, z)$ вираз (5.3) прийме вигляд:

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} + c\tau. \quad (3.1.4)$$

Рівняння поправок. Для зрівноваження координат пункту та поправки часу рівняння поправок запишемо у вигляді

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial \rho_i}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial \rho_i}{\partial z} \Delta z + \Delta \tau - \Delta \rho_i = V_i, \quad (3.1.5)$$

для $i = 1, 2, \dots, n$.

де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ і $\Delta \tau$ – поправки до координат пункту і до показників часу годинника приймача;

v_i - похибки; $\Delta \rho_i$ – різниця між виміряною та обчисленою псевдо відстанню до i -го супутника, n – кількість вимірних псевдовідстаней ($n \geq 4$).

В рівнянні поправок (3.5) позначимо частинні похідні та вільний член рівняння відповідно через a_i, b_i, c_i, d_i та l_i і представимо його у звичному вигляді

$$a_i \Delta x + b_i \Delta y + c_i \Delta z + d_i \Delta \tau + l_i = v_i, \quad (3.1.6)$$

для $i = 1, 2, \dots, n$.

У формулі (3.1.6) порядок величин a_i, b_i, c_i значно менший від порядку коефіцієнта d_i .

При обчисленні це приводить до великих похибок заокруглень і до зниження точності визначуваних параметрів $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ і $\Delta \tau$.

Тому, будемо шукати не саму поправку годинника приймача $\Delta \tau$, а поправку до її добутку на швидкість світла ($c = 299792.548 \text{ км/с}$), а саме $\Delta t = c \Delta \tau$. Тобто визначаємо систематичну похибку геометричних відстаней від супутника до антени приймача, викликану похибкою годинника приймача, яка і перетворює відстані у псевдовідстані.

При цьому

$$\begin{aligned} a_i &= \frac{x_i - x^0}{\rho_i}, \\ b_i &= \frac{y_i - y^0}{\rho_i}, \\ c_i &= \frac{z_i - z^0}{\rho_i}, \\ d_i &= l_i. \end{aligned} \quad (3.1.7)$$

$$l_i = [(\rho_i)_{\text{вим.}} - (\rho_i)_{\text{обч.}}], \quad (3.1.8)$$

$$(\rho_i)_{\text{обч.}} = \sqrt{(x_i - X^0)^2 + (y_i - Y^0)^2 + (z_i - Z^0)^2} + c\tau, \quad (3.1.9)$$

де X^0, Y^0, Z^0 - наближені координати пункту,

$(\rho_i)_{\text{вим.}}$ – виміряна псевдовідстань.

Система нормальних рівнянь. Систему рівнянь поправок (3.1.6) перетворюють у систему нормальних рівнянь:

$$\begin{aligned} [aa]\Delta x + [ab]\Delta y + [ac]\Delta z + [ad]\Delta t + [al] &= 0, \\ [ab]\Delta x + [bb]\Delta y + [bc]\Delta z + [bd]\Delta t + [bl] &= 0, \\ [ac]\Delta x + [bc]\Delta y + [cc]\Delta z + [cd]\Delta t + [cl] &= 0, \\ [ad]\Delta x + [bd]\Delta y + [cd]\Delta z + [dd]\Delta t + [dl] &= 0. \end{aligned} \quad (3.1.10)$$

Систему (3,10) рішають за способом найменших квадратів.

3.2. Опрацювання матеріалів класичним методом

Вихідні дані взяті із [18]. Наближені значення координат пункту і поправки годинника приймача:

$X^\circ = 3756636,20\text{м}; Y^\circ = 1696778,70\text{м}; Z^\circ = 4851345,4\text{м}; \tau^\circ = 6 \cdot 10^{-8} \text{ с.}$

Табл.3.1 Дані ефемерид ШСЗ та виміряні псевдовіддалі у метрах

| № ШСЗ | X_i | Y_i | Z_i | ρ_i |
|-------|-------------|-------------|------------|-------------|
| 1 | 21165422,3 | -2317017,3 | 16040786,9 | 21080322,30 |
| 12 | 3030896,9 | 22043977,6 | 15085818,0 | 22787708,36 |
| 13 | -10097627,7 | 6486215,8 | 23764860,7 | 23929070,38 |
| 20 | 16308696,6 | 5433810,2 | 20101613,8 | 20101997,98 |
| 24 | -5860111,0 | 232676694,5 | 11669171,6 | 24581883,70 |
| 25 | 12057792,1 | -14347893,2 | 18830556,3 | 22842044,70 |

Табл.3.2. Обрахування коефіцієнтів та вільних членів рівнянь поправок

| № | a (Δx) | b (Δy) | c (Δz) | d(Δz) | l | s | v | v ² |
|---|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------|--------|----------|--------|----------------|
| | +0,041 | +0,022 | -0,199 | -18,116 | | | | |
| 1 | -0,82583 | +0,19040 | -0,53080 | 1 | 18,018 | 17,85177 | -0,022 | 0,000484 |

| | | | | | | | | |
|---|----------|----------|----------|---|--------|----------|--------|----------|
| 2 | +0,03185 | -0,89290 | -0,44912 | 1 | 18,048 | 17,67413 | 0,0 | 0,0 |
| 3 | 0,57897 | -0,20015 | -0,79040 | 1 | 17,928 | 18,51642 | -0,011 | 0,000121 |
| 4 | -0,62442 | -0,18590 | -0,75864 | 1 | 18,008 | 17,43904 | 0,013 | 0,000169 |
| 5 | 0,39121 | -0,87751 | -0,27735 | 1 | 18,068 | 18,30435 | 0,004 | 0,000016 |
| 6 | -0,36342 | 0,70242 | -0,61199 | 1 | 18,008 | 18,73501 | 0,014 | 0,000196 |

Табл.3.3. Обрахування коефіцієнтів та вільних членів нормальних рівнянь

| | a] | b] | c] | d] | l] | s] | контроль |
|----|---------|----------|---------|----------|---------|---------|----------|
| a] | 1,69324 | -0,72716 | 0,58265 | -0,87534 | -15,796 | -15,122 | -15,122 |
| b] | | 2,17156 | 0,41269 | -1,26364 | -22,826 | -22,233 | -22,233 |
| c] | | | 2,135 | -3,41830 | -61,533 | -61,821 | -61,821 |
| d] | | | | 6,0 | 108,078 | 108,521 | 108,521 |

Табл.3.4. Розв'язування системи нормальних рівнянь

| | a] | b] | c] | d] | l] | s] | контроль |
|------------|---------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|
| I | 1,69324 | - | 0,58265 | - | -15,796 | -15,122 | -15,122 |
| Ei | -1 | 0,72716 | -0,34410 | 0,87534 | 9,329 | 8,931 | 8,931 |
| II | | 0,42945 | 0,41269 | 0,51696 | -22,826 | -22,233 | -22,233 |
| 1·Ei | | 2,17156 | 0,25022 | - | -6,784 | -6,494 | |
| | | - | | 1,26364 | | | |
| | | 0,31228 | | - | | | |
| | | | | 0,37591 | | | |
| II' | | 1,85928 | 0,66291 | - | -29,610 | -28,727 | -28,727 |
| E2 | + | -1 | -0,35654 | 1,63955 | 15,926 | 15,451 | 15,451 |
| III | | | 2,13518 | 0,88182 | -61,533 | -61,821 | -61,821 |
| 1·E1 | | | -0,20049 | - | +5,435 | +5,203 | |
| II'·E2 | | | -0,23635 | 3,41830 | 10,557 | 10,242 | |
| | | | | 0,30120 | | | |
| | | | | 0,58456 | | | |
| III' | | | -1,69834 | - | -45,541 | -46,376 | -46,375 |
| E3 | | | -1 | 2,53254 | 26,815 | 27,307 | 27,306+ |
| IV | | | | 1,49119 | 108,078 | 108,521 | 108,521 |
| IE1 | | | + | 6,0 | -8,166 | -7,817 | |
| II'E2 | | | | 0,45252 | -26,111 | -25,332 | |
| III'E3 | | | | 1,44579 | -67,910 | -69,155 | |
| | | | | 3,77650 | | | |
| IV' | | | | 0,32519 | 5,891 | 6,217 | 6,216 |
| E4 | | | | -1 | -18,116 | -19,118 | -19,116 |
| Δt | | | | | -18,116 | -18,116 | |
| Δz | | | -0,199 | -27,014 | 26,815 | | |
| Δy | | +0,022 | 0,071 | -15,975 | 15,926 | | |

| | | | | | | | |
|------------|--------|-------|-------|--------|-------|--|--|
| Δx | +0,041 | 0,009 | 0,068 | -9,365 | 9,329 | | |
|------------|--------|-------|-------|--------|-------|--|--|

Контроль розв'язку системи нормальних рівнянь

Обчислені поправки Δx , Δy , Δz і $\Delta \tau$ підставляють у систему нормальних рівнянь і отримують нулі.

$$\begin{aligned} 0,0694-0,0160-0,1160+15,8577-15,796 &= -0,001 \\ 0,0298+0,0478-0,0821+22,8921-22,826 &= 0,002 \\ 0,0239+0,0091-0,4249+61,9259-61,533 &= 0,001 \\ 0,0359-0,0278+0,6802+108,696+108,078 &= -0,002 \end{aligned}$$

Обчислення зрівноважених параметрів

$$\begin{aligned} x &= x^0 + \Delta x = 3756636,1 + 0,041 = 3756636,141 \text{ м}; \\ y &= y^0 + \Delta y = 1696778,2 + 0,022 = 1696778,222 \text{ м}; \\ z &= z^0 + \Delta z = 4851345,3 - 0,199 = 4851345,101 \text{ м}; \\ \tau &= \tau^0 + \Delta \tau = 6 \cdot 10^{-8} - 6,0 \cdot 10^{-8} = 0,0 \text{ с}; \end{aligned}$$

$$\Delta \tau = \frac{\Delta t}{C} = -18.116 / 299792458 = 6.043 \cdot 10^{-8} \text{ с}.$$

Оцінка точності

Середня квадратична похибка одиниці ваги μ

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-k}}, \quad (3.2.1)$$

де $[VV]$ - сума квадратів відхилень зрівноваженої функції y_i' від вихідних значень y_i

$$V = y_i' - y_i \quad (3.2.2)$$

n – число супутників, k – число визначаємих коефіцієнтів.

І в нашому випадку

$$\mu = \sqrt{\frac{0,001021547}{2}} = 0,022600304.$$

Згідно класичної теорії способу найменших квадратів вага останнього невідомого дорівнює квадратичному коефіцієнту в останньому рівнянні системи при цьому невідомому.

Так, в системі із чотирьох нормальних рівнянь $P_d = [dd \cdot 3] = 0.32519$. [Див. IY²-d].

Обернена вага передостаннього невідомого розраховується за формулою

$$\frac{1}{P_z} = -\frac{1}{[cc \cdot 2]} + \frac{1}{P_t} \cdot \left(-\frac{[cd \cdot 2]}{[cc \cdot 2]} \right)^2. \quad (3.2.3)$$

Тоді

$$\frac{1}{P_z} = -\frac{1}{-1,69834} + \frac{1.49119^2}{0,32519},$$

Звідки

$$\frac{1}{P_z} = 7.4268.$$

Середні квадратичні похибки зрівноважених значень приростів координат знайдемо за формулою

$$m = \mu \sqrt{\frac{1}{P}}. \quad (3.2.4)$$

І в нашому випадку

$$m_t = 0.0226 \frac{1}{\sqrt{0.32519 \cdot 299792458}} = 1,322 \cdot 10^{-10} \text{ с},$$

$$m_z = 0.0226 \sqrt{7.4268} = 0.06158 \text{ м}.$$

Аналогічно можна отримати ваги P_x і P_y , переставивши строчки

системи нормальних рівнянь і члени в строчках так, щоб коефіцієнти b і a були на останніх місцях ,і заново рішити систему нормальних рівнянь.

3.3. Побудова істинної математичної моделі

Математичну модель пункту спостереження GPS будемо будувати у вигляді формули [14]

$$L = aX + bY + cZ + dT + l, \quad (3.3.1)$$

де невідомі коефіцієнти a,b,c,d знаходяться за процедурою способу найменших квадратів

Запишемо систему нормальних рівнянь у символах Гауса

$$\begin{aligned} [aa]\Delta x + [ab]\Delta y + [ac]\Delta z + [ad]\Delta t - [al] &= 0, \\ [ab]\Delta x + [bb]\Delta y + [bc]\Delta z + [bd]\Delta t - [bl] &= 0, \\ [ac]\Delta x + [bc]\Delta y + [cc]\Delta z + [cd]\Delta t - [cl] &= 0, \\ [ad]\Delta x + [bd]\Delta y + [cd]\Delta z + [dd]\Delta t - [dl] &= 0. \end{aligned} \quad (3.3.2)$$

Представимо матрицю коефіцієнтів нормальних рівнянь

| Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N=XX ^{tr} . | | | |
|--|-------------|-------------|-------------|
| A | B | C | D |
| 1,693237 | -0,78404378 | 0,554045388 | 0,811632571 |
| -0,78404 | 2,171569514 | 0,412692984 | 1,263646751 |
| 0,554045 | 0,412692984 | 2,135193525 | 3,418312685 |
| 0,811633 | 1,263646751 | 3,418312685 | 6 |
| Визначник D= | | 1,700915122 | |

$$N = \begin{bmatrix} [aa] & [ab] & [ac] & [ad] \\ [ab] & [bb] & [bc] & [bd] \\ [ac] & [bc] & [cc] & [cd] \\ [ad] & [bd] & [cd] & [dd] \end{bmatrix} \quad (3.3.3)$$

Обернена матриця

$$Q = N^{-1} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44} \end{bmatrix} \quad (3.3.4)$$

На основі таблиці ефемерид, за формулами (3.1.7) і (3.1.8) в MS EXCEL отримана матриця коефіцієнтів рівнянь поправок

| a(ΔX) | b(ΔY) | c(ΔZ) | d(Δt) |
|--------------|------------|-------------|-------|
| 0,825831116 | -0,1904049 | 0,530800305 | 1 |
| -0,03184784 | 0,8929024 | 0,449122502 | 1 |
| -0,57897209 | 0,2001514 | 0,790399084 | 1 |
| 0,624418548 | 0,1859035 | 0,75864441 | 1 |
| -0,391212786 | 0,8775127 | 0,277351658 | 1 |
| 0,363415623 | -0,7024184 | 0,611994727 | 1 |
| 0,811632571 | 1,2636468 | 3,418312685 | 6 |

Вектор вільних членів

| |
|-----------|
| Y=l=рв-рo |
| 18,018 |
| 18,048 |
| 17,928 |
| 18,008 |
| 18,068 |
| 18,008 |
| 18,116 |
| У метрах |

Встановимо коефіцієнти математичної моделі

| | | Знаходження визначника системи рівнянь D | | | | | |
|-----|----|--|-------------|-------------|-----------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 172 | | | | | | | |
| 173 | | | 1,693236882 | -0,78404378 | 0,5540454 | 0,811632571 | |
| 174 | | | -0,78404378 | 2,171569514 | 0,412693 | 1,263646751 | |
| 175 | D= | 1,700915122 | 0,554045388 | 0,412692984 | 2,1351935 | 3,418312685 | |
| 176 | | | 0,811632571 | 1,263646751 | 3,4183127 | 6 | |

| | | Знаходження коефіцієнта ΔX | | | | | |
|-----|-------------------|------------------------------------|-------------|-------------|-----------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 164 | | | | | | | |
| 165 | | | 14,64570874 | -0,78404378 | 0,5540454 | 0,811632571 | |
| 166 | | | 22,82620139 | 2,171569514 | 0,412693 | 1,263646751 | |
| 167 | D1= | 0,070059686 | 61,53365691 | 0,412692984 | 2,1351935 | 3,418312685 | |
| 168 | $\Delta X= D1/D=$ | 0,041189407 | 108,078 | 1,263646751 | 3,4183127 | 6 | |

| | | | Знаходження коефіцієнта ΔY | | | | |
|-----|---------------------|-------------|------------------------------------|--------------|-----------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 180 | | | | | | | |
| 181 | | | 1,693236882 | 14,64570874 | 0,5540454 | 0,811632571 | |
| 182 | | | -0,78404378 | 22,82620139 | 0,412693 | 1,263646751 | |
| 183 | D2= | 0,037778223 | 0,554045388 | 61,533656691 | 2,1351935 | 3,418312685 | |
| 184 | $\Delta Y = D2/D =$ | 0,022210528 | 0,811632571 | 108,078 | 3,4183127 | 6 | |

| | | | Знаходження коефіцієнта ΔZ | | | | |
|-----|---------------------|--------------|------------------------------------|-------------|-----------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 188 | | | | | | | |
| 189 | | | 1,693236882 | -0,78404378 | 14,645709 | 0,811632571 | |
| 190 | | | -0,78404378 | 2,171569514 | 22,826201 | 1,263646751 | |
| 191 | D3= | -0,33852617 | 0,554045388 | 0,412692984 | 61,533657 | 3,418312685 | |
| 192 | $\Delta Z = D3/D =$ | -0,199025904 | 0,811632571 | 1,263646751 | 108,078 | 6 | |

| | Знаходження коефіцієнта Δt | | | | | |
|-----|------------------------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|--------------|
| | C | D | E | F | G | H |
| 196 | | | | | | |
| 197 | | | 1,693236882 | -0,78404378 | 0,5540454 | 14,64570874 |
| 198 | | | -0,78404378 | 2,171569514 | 0,412693 | 22,82620139 |
| 199 | D4= | 30,81401531 | 0,554045388 | 0,412692984 | 2,1351935 | 61,533665691 |
| 200 | $\Delta t = D4/D$ | 18,11613931 | 0,811632571 | 1,263646751 | 3,4183127 | 108,078 |

Таким чином, на основі проведених нами досліджень отримана формула математичної моделі пункту спостереження GPS

$$L' = 0,041189407a + 0,022210528b - 0,199025904c + 18,11613931d \quad (3.3.5)$$

У формулі (3.3.5) значення L' представляє поправку у визначену відстань до конкретного ШСЗ, коефіцієнти a, b, c, d попередньо підготовлюють за формулами (3.1.7), (3.1.8) за даними спостережень цього супутника.

При накопиченні достатньої інформації проводять переурівнювання і уточнення моделі конкретного пункту GPS спостережень за розробленою автором методикою і побудованою для даного випадку аплікативною системою в MS EXCEL.

3.4. Встановлення середніх квадратичних похибок коефіцієнтів побудованої математичної моделі

Табл.3.5. Знаходження середньої квадратичної похибки одиниці ваги μ

| $Y'' = X \cdot \Delta X$ | $V = Y'' - Y$ | V^2 |
|--------------------------|---------------|-------------|
| 18,04028 | 0,022282799 | 0,000496523 |
| 18,04527 | -0,002727665 | 7,44016E-06 |
| 17,93943 | 0,011427367 | 0,000130585 |
| 17,995 | -0,013002137 | 0,000169056 |
| 18,06432 | -0,003684659 | 1,35767E-05 |
| 17,9937 | -0,014295705 | 0,000204367 |
| Зрівн.знач | -2,66454E-13 | 0,001021547 |
| 9 | M | N |
| 10 | $\mu =$ | 0,022600304 |

Середня квадратична похибка одиниці ваги μ інформує нас про те, що точність одного визначення в середньому складає 0,0226 метра. Знайдемо середні квадратичні похибки встановлених нами коефіцієнтів моделі $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t$, що по суті являються поправками в координати наземного пункту спостереження GPS

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta X}$ | | | | | | | | |
|---|--|--------------|-------------|-------------|-----------|---|---|--|
| | C | D | E | F | G | H | | |
| 205 | | | | 2,171569514 | 0,412693 | | | |
| 206 | | A11= | 1,579748555 | 0,412692984 | 2,1351935 | | | |
| 207 | | 1/P11=A11/D= | 0,928763895 | 1,263646751 | 3,4183127 | | 6 | |
| 208 | $m_{\Delta X} = \mu \sqrt{1/P_{11}} =$ | | | | | | | |
| 209 | 0,021780454 | | | | | | | |

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta y}$ | | | | | | | | |
|---|--|--------------|-------------|-------------|-----------|---|---|--|
| | C | D | E | F | G | H | | |
| 215 | | | | 1,693236882 | 0,5540454 | | | |
| 216 | | A22= | 1,733043384 | 0,554045388 | 2,1351935 | | | |
| 217 | | 1/P22=A22/D= | 1,01888881 | 0,811632571 | 3,4183127 | | 6 | |
| 218 | $m_{\Delta Y} = \mu \sqrt{1/P_{22}} =$ | | | | | | | |
| 219 | 0,022812752 | | | | | | | |

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta z}$ | | | | | | | |
|---|---|--|-------------|-------------|------------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 225 | | | | 1,693236882 | -0,7840438 | 0,811632571 | |
| 226 | | A33= | 12,63100285 | -0,78404378 | 2,1715695 | 1,263646751 | |
| 227 | | 1/P33=A33/D= | 7,426004206 | 0,811632571 | 1,2636468 | 6 | |
| 228 | | $m_{\Delta z} = \mu \sqrt{1/P_{33}} =$ | | | | | |
| 229 | | | | 0,0615874 | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta t}$ | | | | | | | |
|---|---|--|-------------|-------------|------------|-------------|--|
| | C | D | E | F | G | H | |
| 235 | | | | 1,693236882 | -0,7840438 | 0,554045388 | |
| 236 | | A44= | 5,224983839 | -0,78404378 | 2,1715695 | 0,412692984 | |
| 237 | | 1/P44=A44/D= | 3,071866297 | 0,554045388 | 0,412693 | 2,135193525 | |
| 238 | | $m_{\Delta t} = \mu \sqrt{1/P_{44}} =$ | | | | | |
| 239 | | | | 0,039610966 | | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |

Таким чином, на основі проведених розрахунків, нами

встановлені середні квадратичні похибки математичної моделі пункту GPS спостережень

| | |
|-------------------|-------------|
| ma(ΔX)= | 0,021780454 |
| mb(ΔY)= | 0,022812752 |
| mc(ΔZ)= | 0,0615874 |
| md(Δt)= | 0,039610966 |

Контроль параметрів моделі функцією MS EXCEL «ЛИНЕЙН»

| | | | | | | | |
|-----------------|--------------------------------|------------|-------------|------------|---|----------|---|
| | F | G | H | I | J | K | L |
| 13 | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{розрах}} =$ | | |
| 14 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X, d(\Delta z)$ | | |
| 15 | 0,0615874 | 0,0228128 | 0,021780454 | 0,039611 | стандарт $\Delta a = S \sqrt{dii}$ | | |
| 16 | 0,911554334 | 0,0228003 | #И/Д | #И/Д | R^2 | μ | |
| | 6,870917629 | 2 | #И/Д | #И/Д | Ф критерій | n-n-1 | |
| E | 0,010528453 | 0,0010215 | #И/Д | #И/Д | $[(Y - Y_{\text{ср}})^2 / VV]$ | | |
| L=Хтр/Увільн.чл | -3,231601017 | 0,9736015 | 1,89117915 | 457,35162 | $t(0,05,2) =$ | 4,302653 | |
| 14,64570874 | $\Delta \tau = \Delta t / c =$ | | 6,04289E-08 | секунди | | | |

3.5. Розробка формули оцінки точності зрівноваженої функції з врахуванням середніх квадратичних похибок коефіцієнтів побудованої математичної моделі

Знайдемо обернені ваги корельованих коефіцієнтів

| | | | | | | | |
|-----|-----------------------------------|--------------|-------------|-----------|-------------|--|--|
| | Встановлення оберненої ваги 1/P12 | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | | |
| 235 | | | -0,78404378 | 0,412693 | 1,263646751 | | |
| 236 | A12= | -0,906660281 | 0,554045388 | 2,1361935 | 3,418312685 | | |
| 237 | 1/P12=A12/D= | -0,533042636 | 0,811632571 | 3,4183127 | 6 | | |
| | | | | | | | |
| | | | | | | | |
| | Встановлення оберненої ваги 1/P13 | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | | |
| 235 | | | -0,78404378 | 2,1715695 | 1,263646751 | | |
| 236 | A13= | 0,712672792 | 0,554045388 | 0,412693 | 3,418312685 | | |
| 237 | 1/P13=A13/D= | 3,071866297 | 0,811632571 | 1,2636468 | 6 | | |

| Встановлення оберненої ваги 1/P14 | | | | | | |
|-----------------------------------|--------------|--------------|-------------|------------|---|-------------|
| C | D | E | F | G | H | |
| 259 | | | -0,78404378 | 2,1715695 | | 0,412692984 |
| 260 | A14= | 0,810668691 | 0,554045388 | 0,412693 | | 2,135193525 |
| 261 | 1/P14=A14/D= | 0,476607375 | 0,811632571 | 1,2636468 | | 3,418312685 |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Встановлення оберненої ваги 1/P23 | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | |
| 266 | | | 1,693236882 | -0,7840438 | | 0,811632571 |
| 267 | A23= | -2,393791155 | 0,554045388 | 0,412693 | | 3,418312685 |
| 268 | 1/P23=A23/D= | -1,407354855 | 0,811632571 | 1,2636468 | | 6 |

| Встановлення оберненої ваги 1/P24 | | | | | | |
|-----------------------------------|--------------|--------------|-------------|------------|---|-------------|
| C | D | E | F | G | H | |
| 273 | | | 1,693236882 | -0,7840438 | | 0,554045388 |
| 274 | A24= | -1,851426055 | 0,554045388 | 0,412693 | | 2,135193525 |
| 275 | 1/P24=A24/D= | -1,088488209 | 0,811632571 | 1,2636468 | | 3,418312685 |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Встановлення оберненої ваги 1/P34 | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | |
| 280 | | | 1,693236882 | -0,7840438 | | 0,554045388 |
| 281 | A34= | 7,796675358 | -0,78404378 | 2,1715695 | | 0,412692984 |
| 282 | 1/P34=A34/D= | 4,583812123 | 0,811632571 | 1,2636468 | | 3,418312685 |

| C | Представлення обернених ваг 1/P _{ij} | | | | G | H |
|-----|---|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----|
| | D | E | F | | | |
| | | a] | b] | | c] | d] |
| 289 | [a | 1/P ₁₁ | 1/P ₁₂ | 1/P ₁₃ | 1/P ₁₄ | |
| 290 | [b | 1/P ₂₁ | 1/P ₂₂ | 1/P ₂₃ | 1/P ₂₄ | |
| 291 | [c | 1/P ₃₁ | 1/P ₃₂ | 1/P ₃₃ | 1/P ₃₄ | |
| 292 | [d | 1/P ₄₁ | 1/P ₄₂ | 1/P ₄₃ | 1/P ₄₄ | |

Необхідно виразити середню квадратичну похибку зрівноваженої функції побудованої математичної моделі через середні квадратичні похибки, встановлених процедурою способу найменших квадратів і отриманих нами вище обернених ваг.

Спочатку сформулюємо теорему 1.

Теорема 1. Якщо знаходиться обернена вага зрівноваженої функції, то в подвоєних добутках обернених ваг 1/P_{ij} на факторні ознаки необхідно змінювати знаки на протилежні в тому випадку, коли сума i+j відповідних індексів в обернених вагах є непарним числом, тобто слід враховувати знаки при переході від мінорів до алгебраїчних доповнень.

Доказом цієї теореми буде порівняння результатів обчислень на основі розроблених автором двох різних способів знаходження середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції.

При цьому, загальна формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції буде

$$m_{L_3} = \sqrt{\frac{m_{\Delta x}^2 (a^2) + m_{\Delta y}^2 (b^2) + m_{\Delta z}^2 (c^2) + m_{\Delta t}^2 (d^2) + 2\mu^2 (-A_{12}ab + A_{13}ac - A_{14}ad - A_{23}bc + A_{24}bd - A_{34}cd)}{D}}, \quad (3.5.1)$$

Або

$$m_{L_3} = \sqrt{m_{\Delta x}^2 (a^2) + m_{\Delta y}^2 (b^2) + m_{\Delta z}^2 (c^2) + m_{\Delta t}^2 (d^2) + 2\mu^2 \left[\left(-\frac{1}{P_{12}} \right) ab + \left(\frac{1}{P_{13}} \right) ac + \left(-\frac{1}{P_{14}} \right) ad + \left(-\frac{1}{P_{23}} \right) bc + \left(\frac{1}{P_{24}} \right) bd + \left(\frac{1}{P_{34}} \right) cd \right]}, \quad (3.5.2)$$

Рационально представити дані формули через елементи оберненої матриці

| Обернена матриця Q | | | | | | |
|--------------------|---------|-----|-----|-----|-----|---|
| | B | C | D | E | F | G |
| 44 | | Q11 | Q12 | Q13 | Q14 | a |
| 45 | | Q21 | Q22 | Q23 | Q24 | b |
| 46 | Q=N*1= | Q31 | Q32 | Q33 | Q34 | c |
| 47 | | Q41 | Q42 | Q43 | Q44 | d |

| Обернена матриця Q | | Визначник Δ= | |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|
| 0,928764 | 0,533042636 | 0,418993742 | 0,587918813 |
| 0,533043 | 1,01888881 | 1,407354855 | -0,476607375 |
| 0,418994 | 1,407354855 | 7,426004206 | -1,088488209 |
| -0,476607 | -1,088488209 | -4,583812123 | -4,583812123 |
| | | | 3,071866297 |

При цьому обернені ваги

$$\frac{1}{P_a} = Q_{11} = \frac{A_{11}}{D}; \frac{1}{P_b} = Q_{22} = \frac{A_{22}}{D}; \frac{1}{P_c} = Q_{33} = \frac{A_{33}}{D}; \frac{1}{P_d} = Q_{44} = \frac{A_{44}}{D},$$

$$-\frac{1}{P_{ab}} = Q_{12} = -\frac{A_{12}}{D}; \frac{1}{P_{ac}} = Q_{13} = \frac{A_{13}}{D}; \quad (3.5.3)$$

$$-\frac{1}{P_{ad}} = Q_{14} = -\frac{A_{14}}{D}; -\frac{1}{P_{bc}} = Q_{23} = -\frac{A_{23}}{D}; \frac{1}{P_{bd}} = Q_{24} = \frac{A_{24}}{D};$$

$$-\frac{1}{P_{cd}} = Q_{34} = -\frac{A_{34}}{D},$$

де A_{ij} - алгебраїчні доповнення визначника D .

Визначник D матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь буде

$$D = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ac] & [ad] \\ [ab] & [bb] & [bc] & [bd] \\ [ac] & [bc] & [cc] & [cd] \\ [ad] & [bd] & [cd] & [dd] \end{vmatrix}. \quad (3.5.4)$$

Виразимо алгебраїчні доповнення в частинних похідних

$$A_{11} = \begin{vmatrix} [bb] & [bc] & [bd] \\ [bc] & [cc] & [cd] \\ [bd] & [cd] & [dd] \end{vmatrix}. \quad (3.5.5)$$

При цьому

$$\left[\frac{\partial a}{\partial L} \right] = \frac{A_{11}}{D}. \quad (3.5.6)$$

$$A_{12} = \begin{vmatrix} [ab] & [bc] & [bd] \\ [ac] & [cc] & [cd] \\ [ad] & [cd] & [dd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.7)$$

$$\left[\frac{\partial a}{\partial L} \cdot \frac{\partial b}{\partial L} \right] = \frac{A_{12}}{D}, \quad (3.5.8)$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} [ab] & [bb] & [bd] \\ [ac] & [bc] & [cd] \\ [ad] & [bd] & [dd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.9)$$

$$\left[\frac{\partial a}{\partial L} \cdot \frac{\partial c}{\partial L} \right] = \frac{A_{13}}{D}, \quad (3.5.10)$$

$$A_{14} = \begin{vmatrix} [ab] & [bb] & [bc] \\ [ac] & [bc] & [cc] \\ [ad] & [bd] & [cd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.11)$$

$$\left[\frac{\partial a}{\partial L} \cdot \frac{\partial d}{\partial L} \right] = \frac{A_{14}}{D}, \quad (3.5.12)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} [aa] & [ac] & [ad] \\ [ac] & [cc] & [cd] \\ [ad] & [cd] & [dd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.13)$$

$$\left[\frac{\partial b}{\partial L} \right] = \frac{A_{22}}{D}. \quad (3.5.14)$$

$$A_{23} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ad] \\ [ac] & [bc] & [cd] \\ [ad] & [bd] & [dd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.15)$$

$$\left[\frac{\partial b}{\partial L} \cdot \frac{\partial c}{\partial L} \right] = \frac{A_{23}}{D}, \quad (3.5.16)$$

$$A_{24} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ [ac] & [bc] & [cc] \\ [ad] & [bd] & [cd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.17)$$

$$\left[\frac{\partial b}{\partial L} \cdot \frac{\partial d}{\partial L} \right] = \frac{A_{24}}{D}, \quad (3.5.18)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ad] \\ [ab] & [bb] & [bd] \\ [ad] & [bd] & [dd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.19)$$

$$\left[\frac{\partial c}{\partial L} \right] = \frac{A_{33}}{D}, \quad (3.5.20)$$

$$A_{34} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ [ab] & [bb] & [bc] \\ [ad] & [bd] & [cd] \end{vmatrix}, \quad (3.5.21)$$

$$\left[\frac{\partial c}{\partial L} \cdot \frac{\partial d}{\partial L} \right] = \frac{A_{34}}{D}, \quad (3.5.22)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} [aa] & [ab] & [ac] \\ [ab] & [bb] & [bc] \\ [ac] & [bc] & [cc] \end{vmatrix}, \quad (3.5.23)$$

$$\left[\frac{\partial d}{\partial L} \right] = \frac{A_{44}}{D}. \quad (3.5.24)$$

Значення обернених ваг $1/P_{ij}$, які дорівнюють елементам Q_{ij} , але мають протилежні знаки, відмічені відповідним кольором заливки.

Комп'ютерна формула має вигляд

$$= (\$N\$12^2 * F2^2 + \$N\$13^2 * G2^2 + \$N\$14^2 * H2^2 + \$N\$15^2 * I2^2 + (2 * \$N\$10^2) * (\$A\$21 * F2 * G2 + \$A\$22 * F2 * H2 + \$A\$23 * F2 * I2 + \$B\$22 * G2 * H2 + \$B\$23 * G2 * I2 + \$C\$23 * H2 * I2)) ^ 0,5 \quad (3.5.25)$$

Формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції через елементи Q_{ij}

$$m_{L'} = \sqrt{m_{\Delta x}^2 (a^2) + m_{\Delta y}^2 (b^2) + m_{\Delta z}^2 (c^2) + m_{\Delta t}^2 (d^2) + 2\mu^2 [Q_{12}ab + Q_{13}ac + Q_{14}ad + Q_{23}bc + Q_{24}bd + Q_{34}cd]}, \quad (3.5.26)$$

В результаті розрахунку за формулами (3.5.3), (3.5.25), (3.5.26), вектор середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції L' , буде

| |
|----------|
| 0,016153 |
| 0,014968 |
| 0,021100 |
| 0,018989 |
| 0,019149 |
| 0,019638 |

В [7] реалізована формула оцінки точності функції зрівноважених величин у вигляді формули

$$\frac{1}{P_{\varphi}} = \varphi Q \varphi^T, \quad (3.5.27)$$

де $\frac{1}{P_\varphi}$ - обернена вага зрівноваженої функції за способом найменших квадратів; φ - значення коефіцієнтів початкових рівнянь функції; φ^T – транспонована матриця коефіцієнтів : Q- обернена матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь.

При цьому спочатку знаходиться допоміжна матриця

$$Q' = \varphi Q, \quad (3.5.28)$$

а після построчно знаходиться матриця

$$\frac{1}{P_\varphi} = Q' \varphi^T. \quad (3.5.29)$$

. Проблемі контролю оцінки точності функції зрівноважених величин присвячується дана робота.

Таким чином, допоміжна обернена матриця Q' в нашому випадку

| | F | G | H | I |
|----|-------------|-----------|-------------|-----------|
| 24 | | | | |
| 25 | | | Q'=XQ | |
| 26 | 0,411302843 | -0,095262 | 0,564035974 | 0,4524337 |
| 27 | 0,157948054 | 0,4363785 | 0,005340086 | 0,0564383 |
| 28 | 0,576474245 | -0,080801 | 1,324793168 | 0,4930947 |
| 29 | 0,520291773 | 0,5014504 | 1,573144096 | 0,9055734 |
| 30 | 0,255991379 | 0,0126012 | 1,453141457 | 1,031831 |
| 31 | 0,257077046 | 0,7491647 | 0,875419746 | 0,857965 |

Матриця φ

| | | | |
|-------------|------------|-------------|---|
| 0,825831116 | -0,1904049 | 0,530800305 | 1 |
| -0,03184784 | 0,8929024 | 0,449122502 | 1 |
| -0,57897209 | 0,2001514 | 0,790399084 | 1 |

| | | | |
|--------------|------------|-------------|---|
| 0,624418548 | 0,1859035 | 0,75864441 | 1 |
| -0,391212786 | 0,8775127 | 0,277351658 | 1 |
| 0,363415623 | -0,7024184 | 0,611994727 | 1 |

В результаті розрахунку за формулою (3.5.29) вектор обернених ваг зрівноваженої функції буде

| |
|-------------|
| 0,510848251 |
| 0,438653083 |
| 0,871610688 |
| 0,705984797 |
| 0,71788924 |
| 0,755013941 |

Корінь квадратний із обернених ваг зрівноваженої функції

| |
|----------|
| 0,714736 |
| 0,662309 |
| 0,933601 |
| 0,840229 |
| 0,847283 |
| 0,868915 |

Перемноживши даний вектор на середню квадратичну похибку одиниці ваги μ , отримаємо вектор середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції

| |
|----------|
| 0,016153 |
| 0,014968 |
| 0,021100 |
| 0,018989 |
| 0,019149 |
| 0,019638 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|--|----------|
| $Y_p = Y + 0,1V$ | 10% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}}$ | K |
| 18,02022828 | 84 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,04772723 | 85 | 0,05542866 | 0,0205315 | 0,019602409 | 0,0356499 | стандарт $\{a_i = S \cdot \sqrt{d_{ii}}\}$ | |
| 17,92914274 | 86 | 0,927134529 | 0,0203403 | #ИД | #ИД | R^2 | μ |
| 18,00669979 | 87 | 8,482614357 | 2 | #ИД | #ИД | Ф критерий | n-m-1 |
| 18,06763153 | 88 | 0,010528453 | 0,0008275 | #ИД | #ИД | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2 / VV]$ | |
| 18,00657043 | 89 | -3,590667797 | 1,0817794 | 2,101242127 | 508,16847 | $t(0,05,2) =$ | 4,302653 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|--|----------|
| $Y_p = Y + 0,2V$ | 20% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}}$ | K |
| 18,02245656 | 94 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,04745447 | 95 | 0,04926992 | 0,0182502 | 0,017424364 | 0,0316888 | стандарт $\{a_i = S \cdot \sqrt{d_{ii}}\}$ | |
| 17,93028547 | 96 | 0,941533164 | 0,0180802 | #ИД | #ИД | R^2 | μ |
| 18,00539957 | 97 | 10,7358088 | 2 | #ИД | #ИД | Ф критерий | n-m-1 |
| 18,06726307 | 98 | 0,010528453 | 0,0006538 | #ИД | #ИД | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2 / VV]$ | |
| 18,00514086 | 89 | -4,039501271 | 1,2170018 | 2,363897393 | 571,68953 | $t(0,05,2) =$ | 4,302653 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|----------|
| $Y_p = Y + 0,3V$ | 30% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | Фпрогр. = | |
| 18,02468484 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,0471817 | 105 | 0,04311118 | 0,0159689 | 0,015246318 | 0,0277277 | стандарт $\sigma_{ai} = S \cdot d_{ii}$ | |
| 17,93142821 | 106 | 0,954614402 | 0,0158202 | #И/Д | #И/Д | R^2 | μ |
| 18,00409936 | 107 | 14,02228088 | 2 | #И/Д | #И/Д | Фкритерий | n-m-1 |
| 18,0668946 | 108 | 0,010528453 | 0,0005006 | #И/Д | #И/Д | $[(Y' - Y_{cp})^2 / \sum VV]$ | |
| 18,00371129 | 109 | -4,616572881 | 1,3908592 | 2,701597021 | 653,35946 | $t(0,05;2) =$ | 4,302653 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|----------|
| $Y_p = Y + 0,4V$ | 40% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | Фпрогр. = | |
| 18,02691312 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,04690893 | 105 | 0,03695244 | 0,0136877 | 0,013068273 | 0,0237666 | стандарт $\sigma_{ai} = S \cdot d_{ii}$ | |
| 17,93257095 | 106 | 0,966249082 | 0,0135602 | #И/Д | #И/Д | R^2 | μ |
| 18,00279915 | 107 | 19,0658823 | 2 | #И/Д | #И/Д | Фкритерий | n-m-1 |
| 18,06652614 | 108 | 0,010528453 | 0,0003678 | #И/Д | #И/Д | $[(Y' - Y_{cp})^2 / \sum VV]$ | |
| 18,00228172 | 109 | -5,386001695 | 1,6226691 | 3,151863191 | 762,2527 | $t(0,05;2) =$ | 4,302653 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|---------------|
| $Y_p = Y + 0,5V$ | 50% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}} =$ | 19,24679 |
| 18,0291414 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | $d(\Delta z)$ |
| 18,04663617 | 105 | 0,0307937 | 0,0114064 | 0,010890227 | 0,0198055 | стандарт $\sum a_i = S \cdot \sqrt{d_{ii}}$ | |
| 17,93371368 | 106 | 0,976317631 | 0,0113002 | #И/Д | #И/Д | R^2 | μ |
| 18,00149893 | 107 | 27,48367052 | 2 | #И/Д | #И/Д | F критерий | n-m-1 |
| 18,06615767 | 108 | 0,010528453 | 0,0002554 | #И/Д | #И/Д | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2 / \sum VV]$ | |
| 18,00085215 | 109 | -6,463202034 | 1,9472029 | 3,782235829 | 914,70324 | $t(0,05,2) =$ | 4,302653 |

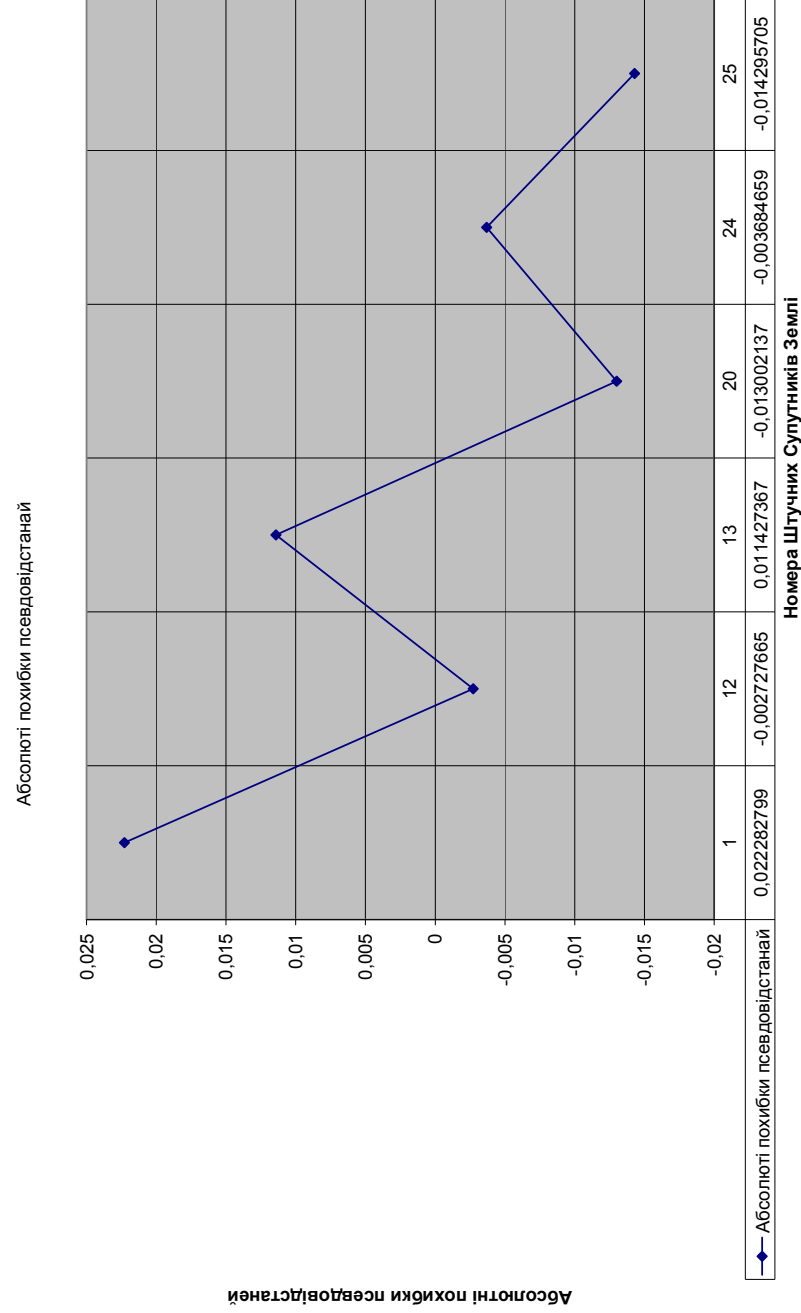
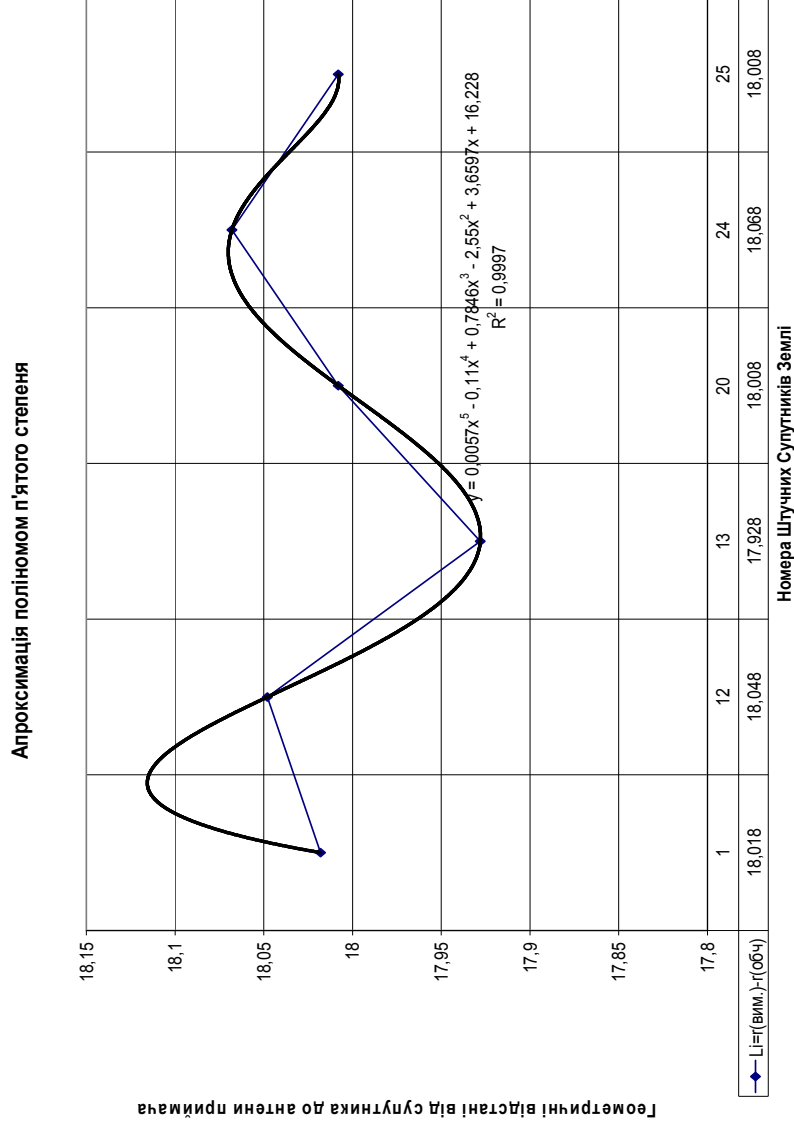
| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|---------------|
| $Y_p = Y + 0,6V$ | 60% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}} =$ | 19,24679 |
| 18,03136968 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | $d(\Delta z)$ |
| 18,0463634 | 105 | 0,02463496 | 0,0091251 | 0,008712182 | 0,0158444 | стандарт $\sum a_i = S \cdot \sqrt{d_{ii}}$ | |
| 17,93485642 | 106 | 0,984712952 | 0,0090401 | #И/Д | #И/Д | R^2 | μ |
| 18,00019872 | 107 | 42,94323518 | 2 | #И/Д | #И/Д | F критерий | n-m-1 |
| 18,0657892 | 108 | 0,010528453 | 0,0001634 | #И/Д | #И/Д | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2 / \sum VV]$ | |
| 17,99942258 | 109 | -8,079002542 | 2,4340036 | 4,727794786 | 1143,3791 | $t(0,05,2) =$ | 4,302653 |

| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|----------|
| $Y_p = Y + 0,7V$ | 70% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}}$ | |
| 18,03359796 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,04609063 | 105 | 0,01847622 | 0,0068438 | 0,006534136 | 0,0118833 | стандарт $\sigma_{ai} = S \cdot d_{ii}$ | |
| 17,93599916 | 106 | 0,991343138 | 0,0067801 | #Н/Д | #Н/Д | R^2 | μ |
| 17,9988985 | 107 | 76,34352921 | 2 | #Н/Д | #Н/Д | F критерий | n-m-1 |
| 18,06542074 | 108 | 0,010528453 | 9,194E-05 | #Н/Д | #Н/Д | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2] / [V]$ | |
| 17,99799301 | 109 | -10,77200339 | 3,2453382 | 6,303726382 | 1524,5054 | $t(0,05;2) =$ | 4,302653 |

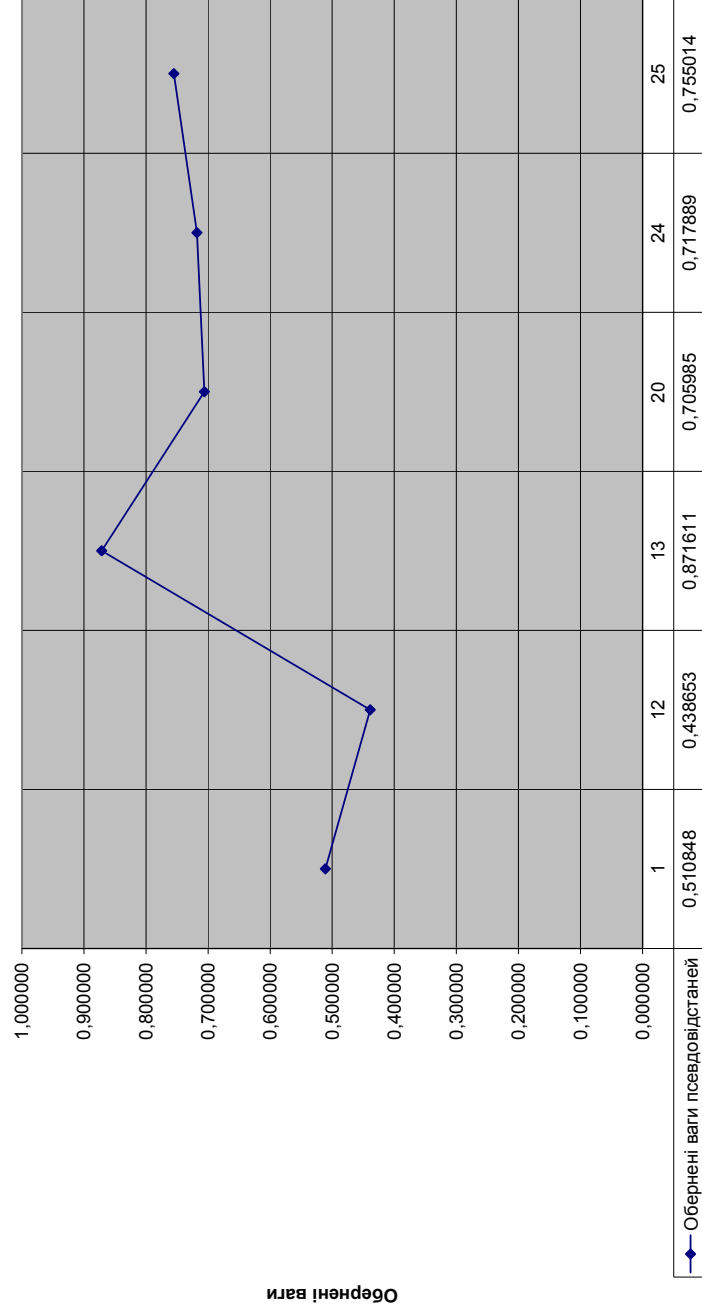
| D | E | F | G | H | I | J | K |
|------------------|------------|--------------|------------|-------------|------------|---|----------|
| $Y_p = Y + 0,8V$ | 80% модель | ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | $F_{\text{прогр.}}$ | |
| 18,03582624 | 104 | -0,199025904 | 0,0222105 | 0,041189407 | 18,116139 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | 19,24679 |
| 18,04581787 | 105 | 0,01231748 | 0,0045626 | 0,004356091 | 0,0079222 | стандарт $\sigma_{ai} = S \cdot d_{ii}$ | |
| 17,93714189 | 106 | 0,996133912 | 0,0045201 | #Н/Д | #Н/Д | R^2 | μ |
| 17,99759829 | 107 | 171,7729407 | 2 | #Н/Д | #Н/Д | F критерий | n-m-1 |
| 18,06505227 | 108 | 0,010528453 | 4,086E-05 | #Н/Д | #Н/Д | $[(Y' - Y_{\text{ср}})^2] / [V]$ | |
| 17,99656344 | 109 | -16,15800508 | 4,8680073 | 9,455589573 | 2286,7581 | $t(0,05;2) =$ | 4,302653 |

Для підтвердження справедливості теореми 5 опонентам залишається лише уважно розглянути і проаналізувати приведені результати зрівноважень.

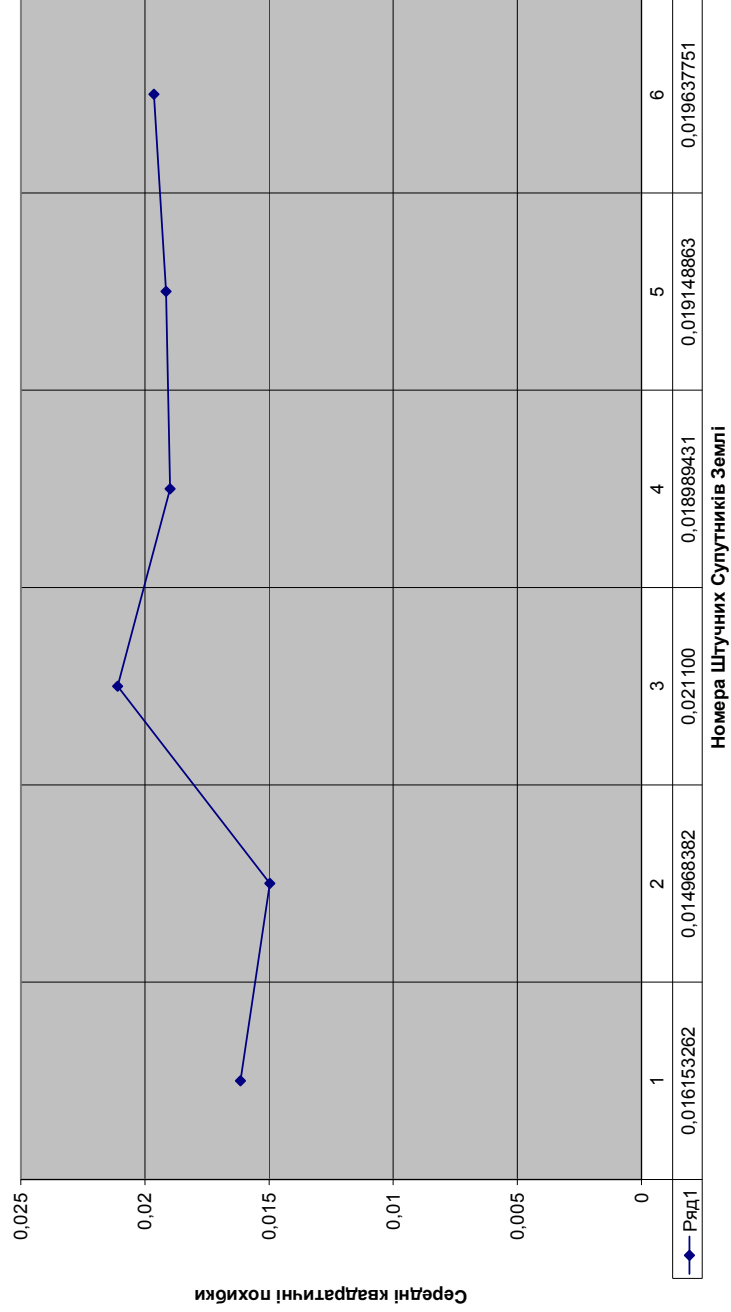
Булоб несправедливо не проілюструвати отримані результати досліджень.

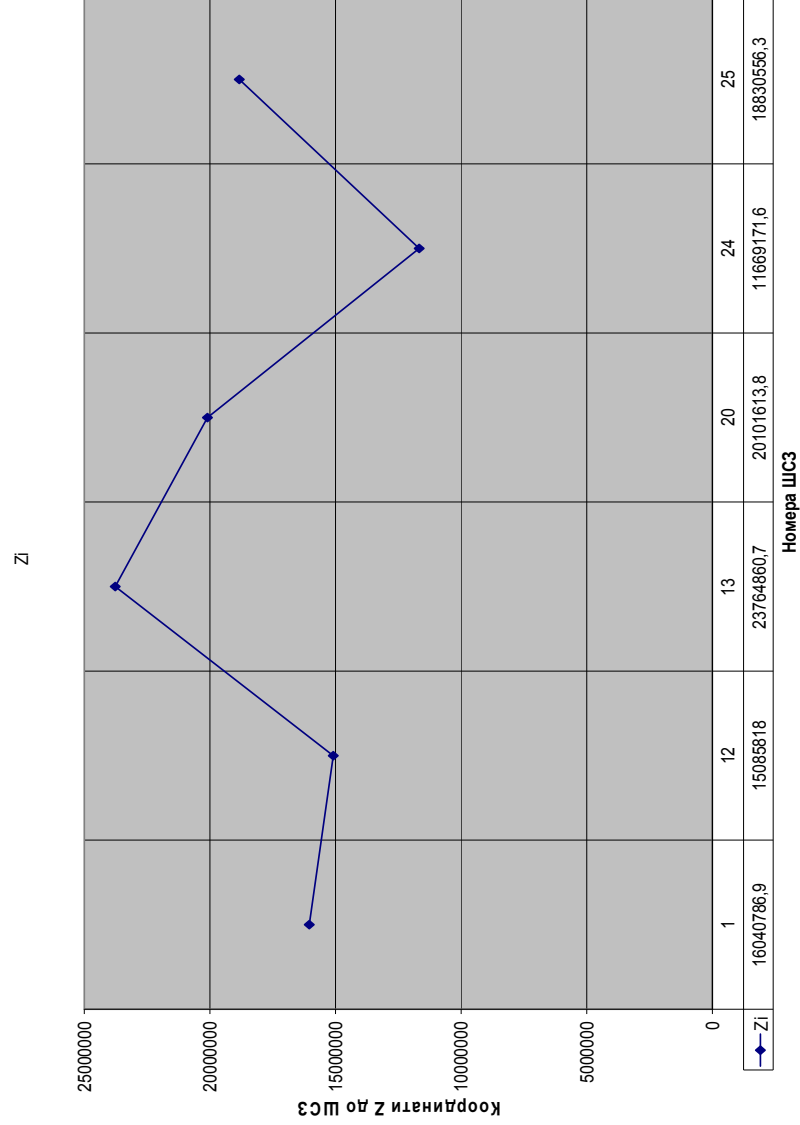
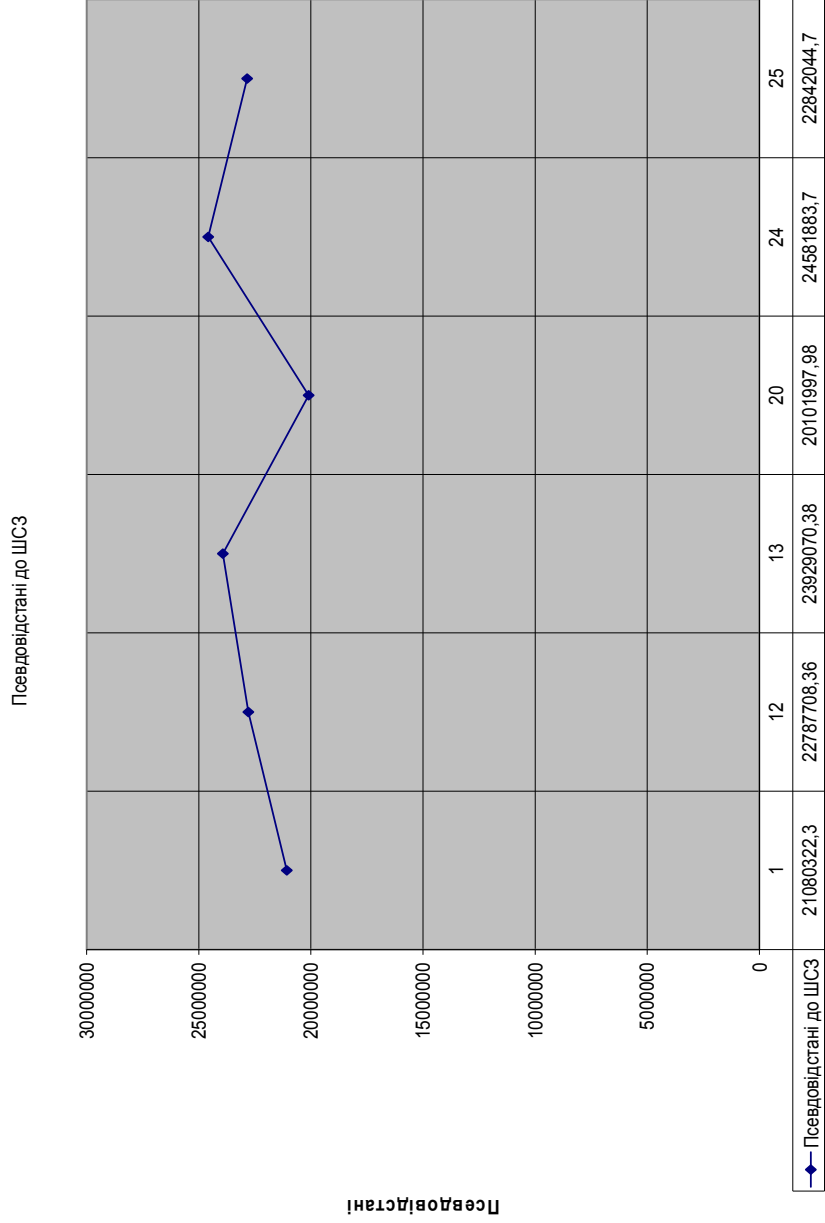


Обернені ваги псевдовідстаней



Середні квадратичні похибки псевдовідстаней





Координати X і Y до ШСЗ

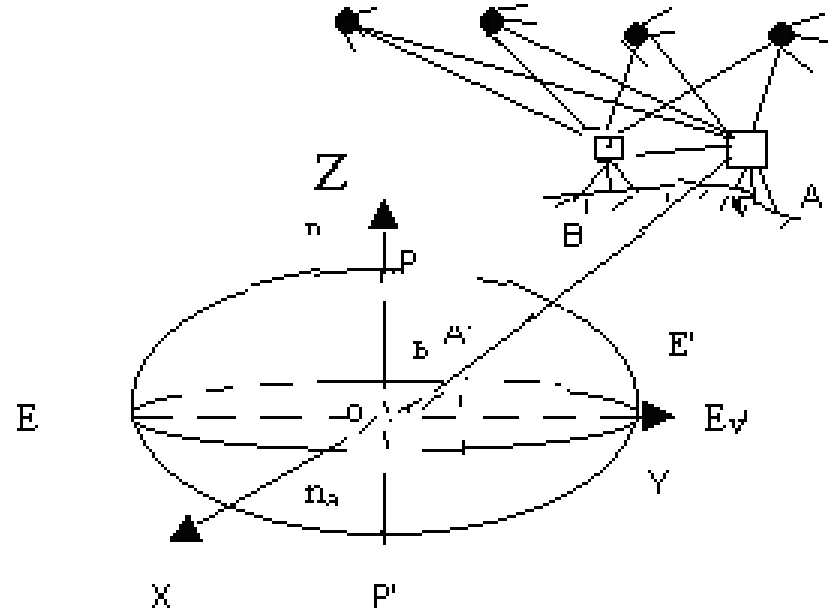
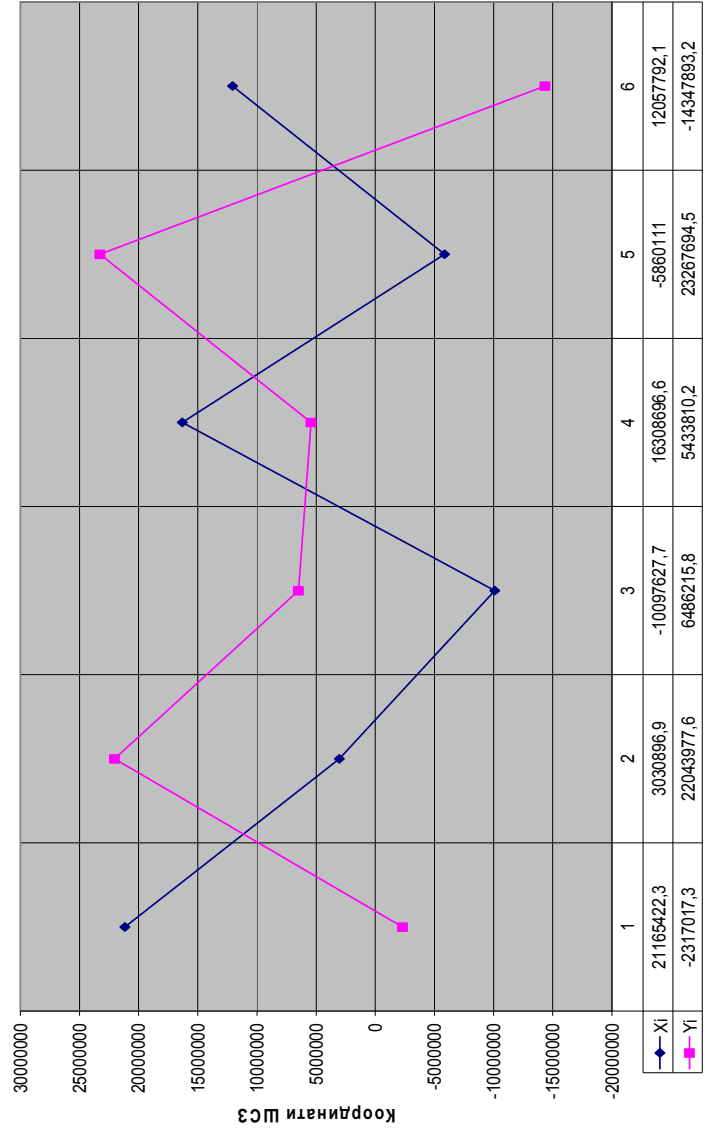


Рис.2 Ведуча і ведена станції GPS спостережень

РОЗДІЛ 4. Побудова спотвореної моделі

4.1. Генерування істинних похибок для дослідження математичної моделі методом статистичних випробувань Монте Карло

Приведемо методику розрахунку випадкових чисел, які приймемо в подальшому, як істинні похибки для побудови спотвореної моделі.

Існує декілька таблиць псевдо випадкових чисел. Користуючись даними таблицями, ми прийшли до висновку, що найкращою з них є таблиця, розроблена молодим вченим нашого університету Валецьким Олександром Олеговичем в його магістерській дисертації, виконаній під науковим керівництвом доктора фізико-математичних наук, професора Джуня Йосипа Володимировича [2,3,4].

- Отримавши ряд випадкових (а точніше псевдо - випадкових)

$$\text{чисел } \xi_{cp}, \quad \xi_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} \quad (4.1.1)$$

Де n – сума випадкових чисел.

- Розраховуються попередні значення істинних похибок Δ'_i за формулою

$$\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp} \quad (4.1.2)$$

- Знаходять середню квадратичну похибку попередніх істинних похибок за формулою Гауса

$$m_{\Delta'} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta'^2_i}{n}} \quad (4.1.3)$$

- Знаходять коефіцієнт пропорційності K , для визначення істинних похибок необхідності точності

$$K = \frac{c}{m_{\Delta'}} \quad (4.1.4)$$

де c – необхідна константа.

Так, наприклад, при $m'_{\Delta} = 0,28$ і необхідності побудови математичної моделі з точністю $c = 0,1$, будемо мати

$$K_{0,1} = \frac{0,1}{0,28} = 0,357, \text{ а при } c = 0,05, \text{ отримаємо}$$

$$K = \frac{0,05}{0,28} = 0,178.$$

- Істинні похибки розраховуються за формулою

$$\Delta_i = \Delta'_i \cdot K \quad (4.1.5)$$

- Заключним контролем служить розрахунок середньої квадратичної похибки m_{Δ} генерованих істинних похибок Δ

$$m_{\Delta} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta^2_i}{n}} \quad (4.1.6)$$

- і порівняння $m_{\Delta} = c$ (4.1.7)

По номеру варіанта моделі вибирають із таблиць Валецького О.О. перші шість чисел ξ_i і підставляють їх у стовпчик **X** розрахункового файлу MS EXCEL, виділяючи коми з числового ряду. Розраховують істинні похибки Δ_i по вище приведеним формулам. В нашому випадку ми отримали

Таблиця 4.1. Генерування псевдовипадкових чисел і розрахунок істинних похибок.

| № 1 | ξ_i | ξ_{cp} | $\Delta'_i = \xi_i - \xi_{cp}$ | Δ'^2_i | $\Delta_i = \Delta'_i \cdot K$ | Δ_i^2 |
|------------|-------------|-------------|--------------------------------|-----------------|--------------------------------|-----------------|
| 2 | 0,91 | 0,513333 | 0,396667 | 0,157344 | 0,001414 | 2E-06 |
| 3 | 0,26 | 0,513333 | -0,253333 | 0,064178 | -0,0009 | 8,16E-07 |
| 4 | 0,78 | 0,513333 | 0,266667 | 0,071111 | 0,000951 | 9,04E-07 |
| 5 | 0,52 | 0,513333 | 0,006667 | 4,44E-05 | 2,38E-05 | 5,65E-10 |
| 6 | 0,09 | 0,513333 | -0,423333 | 0,179211 | -0,00151 | 2,28E-06 |
| 7 | 0,52 | 0,513333 | 0,006667 | 4,44E-05 | 2,38E-05 | 5,65E-10 |
| n=6 | 3,08 | 3,08 | 2,22E-16 | 0,471933 | 7,89E-19 | 0,000006 |

| | X | Y | Z | AA | AB | AC |
|--|---|---|---|----|----|----|
|--|---|---|---|----|----|----|

Середня квадратична похибка попередніх істинних похибок

$$\Delta'_m = \sqrt{\frac{0,471933}{6}} = 0,280$$

Коефіцієнт пропорційності

$$K = \frac{0,001}{0,280} = 0,00357.$$

Середня квадратична похибка при генеруванні випадкових чисел з точністю $c = 0,001_m$

$$m_{\Delta_i} = \sqrt{\frac{0,000006}{6}} = 0,001_m.$$

4.2. Побудова спотвореної моделі

Спотворену модель розраховують за формулою

$$Y_{спов.} = Y_{іст.} + \Delta_i. \quad (4.2.1)$$

Таблиця 4.2. Побудова спотвореної моделі

| a(ΔX) | b(ΔY) | c(ΔZ) | d(Δt) | Іст.значY" |
|-------------|------------|-------------|-------|------------|
| 0,825831116 | -0,1904049 | 0,530800305 | 1 | 18,04028 |
| -0,03184784 | 0,8929024 | 0,449122502 | 1 | 18,04527 |
| -0,57897209 | 0,2001514 | 0,790399084 | 1 | 17,93943 |
| 0,624418548 | 0,1859035 | 0,75864441 | 1 | 17,995 |
| -0,39121278 | 0,8775127 | 0,277351658 | 1 | 18,06432 |
| 0,363415623 | -0,7024184 | 0,611994727 | 1 | 17,9937 |
| 0,811632571 | 1,2636468 | 3,418312685 | 6 | 18,116 |

Продовження таблиці 4.2

| № | Істинна модель | | Δ_i | $Y_{спов.} = Y_{іст.} + \Delta_i$ |
|-----|----------------|------------|------------|-----------------------------------|
| | | $y_{іст.}$ | | |
| 1 | | 18,04028 | 0,001414 | 18,04169 |
| 2 | | 18,04527 | -0,0009 | 18,04437 |
| 3 | | 17,93943 | 0,000951 | 17,94038 |
| 4 | | 17,995 | 2,38E-05 | 17,99502 |
| 5 | | 18,06432 | -0,00151 | 18,06281 |
| 6 | | 17,9937 | 2,38E-05 | 17,99372 |
| n=6 | | | | |

По даним спотвореної моделі виконують строге зрівноваження методом найменших квадратів і отримують ймовірнішу модель, роблять оцінку точності зрівноважених елементів і дають порівняльний аналіз.

РОЗДІЛ 5. Побудова і дослідження зрівноваженої моделі

5.1. Представлення і рішення системи нормальних рівнянь

Таблиця.5.1. Вихідні параметри для побудови спотвореної моделі

| №ЩСЗ | X_i | Y_i | Z_i | ρ_i |
|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 | 21165422,3 | -2317017,3 | 16040786,9 | 21080322,3 |
| 12 | 3030896,9 | 22043977,6 | 15085818 | 22787708,36 |
| 13 | -10097627,7 | 6486215,8 | 23764860,7 | 23929070,38 |
| 20 | 16308696,6 | 5433810,2 | 20101613,8 | 20101997,98 |
| 24 | -5860111 | 23267694,5 | 11669171,6 | 24581883,7 |
| 25 | 12057792,1 | -14347893,2 | 18830556,3 | 22842044,7 |
| X_0, Y_0, Z_0 | 3756636,2 | 1696778,7 | 4851345,4 | 6,00E-08 |
| Зрівноваж | 3756636,241 | 1696778,722 | 4851345,204 | |

Таблиця 5.2. Коефіцієнти початкових рівнянь

| a(ΔX) | b(ΔY) | c(ΔZ) | d(Δt) |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 0,825831116 | -0,1904049 | 0,530800305 | 1 |
| -0,03184784 | 0,8929024 | 0,449122502 | 1 |
| -0,57897209 | 0,2001514 | 0,790399084 | 1 |
| 0,624418548 | 0,1859035 | 0,75864441 | 1 |
| -0,391212786 | 0,8775127 | 0,277351658 | 1 |
| 0,363415623 | -0,7024184 | 0,611994727 | 1 |
| 0,811632571 | 1,2636468 | 3,418312685 | 6 |

Вектор вільних членів

| $Y=I=рв-ро$ |
|-------------|
| 18,04169 |
| 18,04437 |
| 17,94038 |
| 17,99502 |
| 18,06281 |
| 17,99372 |

| Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь $N=XX^T$. | | | |
|--|-------------|-------------|-------------|
| A | B | C | D |
| 1,693237 | -0,78404378 | 0,554045388 | 0,811632571 |
| -0,78404 | 2,171569514 | 0,412692984 | 1,263646751 |
| 0,554045 | 0,412692984 | 2,135193525 | 3,418312685 |
| 0,811633 | 1,263646751 | 3,418312685 | 6 |
| Визначник D= | | 1,700915122 | |

Обернена матриця Q

Визначник $\Delta=0,587918813$

| | | | |
|-----------|--------------|--------------|--------------|
| 0,928764 | 0,533042636 | 0,418993742 | -0,476607375 |
| 0,533043 | 1,01888881 | 1,407354855 | -1,088488209 |
| 0,418994 | 1,407354855 | 7,426004206 | -4,583812123 |
| -0,476607 | -1,088488209 | -4,583812123 | 3,071866297 |

Вектор вільних членів

| $L=X^T Y$ вільн.чл |
|--------------------|
| 14,64696321 |
| 22,82398549 |
| 61,53436727 |
| 108,078 |

Вектор шуканих невідомих

| B | |
|----|--|
| 25 | $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta t$ |
| 26 | 0,041470983 |
| 27 | 0,021621186 |
| 28 | -0,196343718 |
| 29 | 18,11469725 |
| 30 | QL |

Таким чином, на основі проведених досліджень нами побудована математична модель GPS спостережень

$$L' = 0,041471a + 0,021621b - 0,19634c + 18,1147d. \quad (5.1.1)$$

Для порівняння, формула істинної моделі

$$L' = 0,041189407a + 0,022210528b - 0,199025904c + 18,11613931d. \quad (3.3.5)$$

Як видно із даних формул, побудована нами модель (5.1.1) не значно відрізняється від істинної моделі.

5.2. Контроль процедури зрівноваження

Контроль процедури зрівноваження виконується за формулою

$$[YY] - a_0[Y] - a_1[YX_1] - a_2[YX_2] - a_3[YX_3] - a_4[YX_4] = [VV] \quad (5.2.1)$$

У формулі (5.2.1) символом [] позначені суми за Гаусом.

Розрахунок був проведений в MS Excel за формулою

$$=АН8-(МУМНОЖ((ТРАНСП(АС14:АС17));АА14:АА17)).(5.2.2)$$

В чарунку АН8 знаходилася сума квадратів [YY], в діапазоні (АС14:АС17) знаходилися значення $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta t$, в діапазоні (АА14:АА17) знаходилися вільні члени нормальних рівнянь

$$L = X_{tr} Y_{вільн.чл}$$

В матричній формі запис формули контролю зрівноваження буде

$$[Y^T Y] - \ell K^T = [V^T V] \quad (5.2.3)$$

В нашому випадку отримали

| |
|------------------------|
| Контроль зрівноваження |
| |

| | |
|------------------------|-------------|
| $[Y^T Y] - \ell K^T =$ | 2,42274E-06 |
| $[V^T V] =$ | 2,423E-06 |
| Різниця= | 0,000E+00 |

Різниця між даними числами склала 0,000E+00, що говорить про коректність процедури зрівноваження в цілому.

Другим контролем процедури зрівноваження був розрахунок за формулою

$$=ЛИНЕЙН(J2:J7;F2:H7;1;1) \quad (5.2.4)$$

Діапазоном (J2:J7) відмічені значення Y, діапазоном (F2:H7) відмічені значення a(ΔX), b(ΔY), c(ΔZ), d(Δt).

| | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|--------------------------------|------------------------------|----|
| F | G | H | I | J | K | 12 |
| ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | F0,05;4;2= | 19,24679 | 13 |
| -0,19634 | 0,021621 | 0,041471 | 18,1147 | $\Delta Z, \Delta Y, \Delta X$ | d(Δz) | 14 |
| 0,002999 | 0,001111 | 0,001061 | 0,001929 | стандарт S | $\sigma_i = S \sqrt{d_{ii}}$ | 15 |
| 0,999764 | 0,001101 | #Н/Д | #Н/Д | R^2 | μ | 16 |
| 2821,644 | 2 | #Н/Д | #Н/Д | Fкритерій | n-m-1 | 17 |
| 0,010254 | 2,42E-06 | #Н/Д | #Н/Д | $[(Y' - Y_{cp})^2]$ | [VV] | 18 |
| -65,4638 | 19,46156 | 39,09788 | 9390,56 | t(0,05;2)= | 4,302653 | 19 |

В строчці (14) приведені коефіцієнти моделі, які повністю співпадають з відповідними коефіцієнтами в отриманій нами формулі (4.9) математичної моделі пункту спостереження GPS .

В строчці (15) приведені середні квадратичні похибки mY результатів побудови математичної моделі.

Коефіцієнт детермінації $R^2 = 0,999764$ вказує на повну адекватність побудованої моделі експериментальним значенням.

5.3. Оцінка точності зрівноважених елементів

Середні квадратичні похибки визначаємих параметрів x_1, x_2, x_3, x_4 розраховуються за формулами:

$$m_{x_1} = \mu \sqrt{\frac{A_{11}}{D}}, \quad (5.3.1)$$

$$m_{x_2} = \mu \sqrt{\frac{A_{22}}{D}}, \quad (5.3.2)$$

$$m_{x_3} = \mu \sqrt{\frac{A_{33}}{D}}, \quad (5.3.3)$$

$$m_{x_4} = \mu \sqrt{\frac{A_{44}}{D}}, \quad (5.3.4)$$

де $m_{x_1}, m_{x_2}, m_{x_3}, m_{x_4}$ – середні квадратичні похибки визначаємих невідомих x_1, x_2, x_3, x_4 , μ – середня квадратична похибка одиниці ваги, яка розраховується за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n-K}} \quad (5.3.5)$$

У формулі (7.5) n - число початкових рівнянь, K - число невідомих. В нашому випадку $n = 6; K = 4$. V - різниця між вихідним значенням y_i і вирахуванням значенням y'_i за отриманою нами, формулою (5.17);

$$V_i = y_i - y'_i \quad (5.3.6)$$

$A_{11}, A_{22}, A_{33}, A_{44}$ – алгебраїчні доповнення першого, другого, третього і четвертого діагональних елементів

$$A_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (5.3.7)$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} & a_{14} \\ a_{31} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (5.3.8)$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \end{vmatrix}, \quad (5.3.9)$$

$$A_{44} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad (5.3.10)$$

$$\text{де } \Delta = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}. \quad (5.3.11)$$

Приведемо формулу розкриття визначника третього порядку

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}) + a_{12}(a_{23}a_{31} - a_{21}a_{33}) + a_{13}(a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}). \quad (5.3.12)$$

І в нашому випадку отримаємо

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta X}$ | | | | | | | |
|---|-----------|----------|----------|----------|----------|--|--|
| C | D | E | F | G | H | | |
| 205 | | | 2,17157 | 0,412693 | 1,263647 | | |
| 206 | A11= | 1,579749 | 0,412693 | 2,135194 | 3,418313 | | |
| 207 | 1/P11=A11 | 0,928764 | 1,263647 | 3,418313 | 6 | | |
| 208 | | | | | | | |
| 209 | | 0,001061 | | | | | |
| $m_{\Delta X} = \mu \sqrt{1/p_{11}} =$ | | | | | | | |
| | | | 0,001061 | | | | |
| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta Y}$ | | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | | |
| 215 | | | 1,693237 | 0,554045 | 0,811633 | | |
| 216 | A22= | 1,733043 | 0,554045 | 2,135194 | 3,418313 | | |
| 217 | 1/P22=A22 | 1,018889 | 0,811633 | 3,418313 | 6 | | |
| 218 | | | | | | | |
| 219 | | 0,001111 | | | | | |
| $m_{\Delta Y} = \mu \sqrt{1/p_{22}} =$ | | | | | | | |
| | | | 0,001111 | | | | |

| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta z}$ | | | | | | | |
|---|-----------|----------|----------|----------|----------|--|--|
| C | D | E | F | G | H | | |
| 225 | | | 1,693237 | -0,78404 | 0,811633 | | |
| 226 | A33= | 12,631 | -0,78404 | 2,17157 | 1,263647 | | |
| 227 | 1/P33=A33 | 7,426004 | 0,811633 | 1,263647 | 6 | | |
| 228 | | | | | | | |
| 229 | | 0,002999 | | | | | |
| $m_{\Delta z} = \mu \sqrt{1/p_{33}} =$ | | | | | | | |
| | | | 0,002999 | | | | |
| Знаходження середньої квадратичної похибки $m_{\Delta t}$ | | | | | | | |
| C | D | E | F | G | H | | |
| 235 | | | 1,693237 | -0,78404 | 0,554045 | | |
| 236 | A44= | 5,224984 | -0,78404 | 2,17157 | 0,412693 | | |
| 237 | 1/P44=A44 | 3,071866 | 0,554045 | 0,412693 | 2,135194 | | |
| 238 | | | | | | | |
| 239 | | 0,001929 | | | | | |
| $m_{\Delta t} = \mu \sqrt{1/p_{44}} =$ | | | | | | | |
| | | | 0,001929 | | | | |

Підставляючи у виведену нами, формулу (4.9) значення незалежних змінних X спотвореної моделі, отримаємо розрахункові значення $y' = L''$, які будуть дещо відрізнятися від вихідних значень $Y = L$.

Таблиця 5.3. порівняльний аналіз результатів строгого зрівноваження.

| № | $y_{\text{істн.}}$ | $y_{\text{спотв.}}$ | $y'_{\text{зрівноваж}}$ | $V = y_i - y'_i$ | V^2 |
|-------|--------------------|---------------------|-------------------------|------------------|-----------|
| 1 | 18,04028 | 18,04169 | 18,04061 | -0,00109 | 1,18E-06 |
| 2 | 18,04527 | 18,04437 | 18,0445 | 0,000133 | 1,77E-08 |
| 3 | 17,93943 | 17,94038 | 17,93982 | -0,00056 | 3,1E-07 |
| 4 | 17,995 | 17,99502 | 17,99566 | 0,000633 | 4,01E-07 |
| 5 | 18,06432 | 18,06281 | 18,06299 | 0,000179 | 3,22E-08 |
| 6 | 17,9937 | 17,99372 | 17,99442 | 0,000696 | 4,85E-07 |
| $n=6$ | | | Зрівн.знач | -1,3E-13 | 2,423E-06 |

Тоді, середня квадратична похибка одиниці ваги буде

$$\mu = \sqrt{\frac{[VV]}{n - K}} = \sqrt{\frac{2,423E - 06}{6 - 4}} = 0,0011.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта Δx

$$m_{\Delta x} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\Delta x}}} = 0,0011 * \sqrt{0.928764} = 0.00106.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта Δy

$$m_{\Delta y} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\Delta y}}} = 0,0011 * \sqrt{1.018889} = 0,0011.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта Δz

$$m_{\Delta z} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\Delta z}}} = 0,0011 * \sqrt{7.426004} = 0.0030.$$

Середня квадратична похибка визначення коефіцієнта Δt

$$m_{\Delta t} = \mu \sqrt{\frac{1}{P_{\Delta t}}} = 0,0011 * \sqrt{3.071866} = 0,0019.$$

| F | G | H | I |
|-------------------------|----------|----------|----------|
| Допоміжна матриця Q'=XQ | | | |
| 0,411303 | -0,09526 | -0,56404 | 0,452434 |
| 0,157948 | 0,436379 | -0,00534 | 0,056438 |
| -0,57647 | -0,0808 | 1,324793 | -0,49309 |
| 0,520292 | 0,50145 | 1,573144 | -0,90557 |
| -0,25599 | -0,0126 | -1,45314 | 1,031831 |
| -0,25708 | -0,74916 | -0,87542 | 0,857965 |

Вектор обернених ваг зрівноваженої функції моделі $1/P_{y'}$

| |
|----------|
| 0,510848 |
| 0,438653 |
| 0,871611 |
| 0,705985 |
| 0,717889 |
| 0,755014 |

Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції m_{ϕ}

| |
|----------|
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

Контрольні розрахунки середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції, розраховані через середні квадратичні похибки коефіцієнтів побудованої нами моделі

Контр. $m_{y'}$

| |
|----------|
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

Тобто, підтверджується повна автентичність результатів по Розробленим нами формулам.

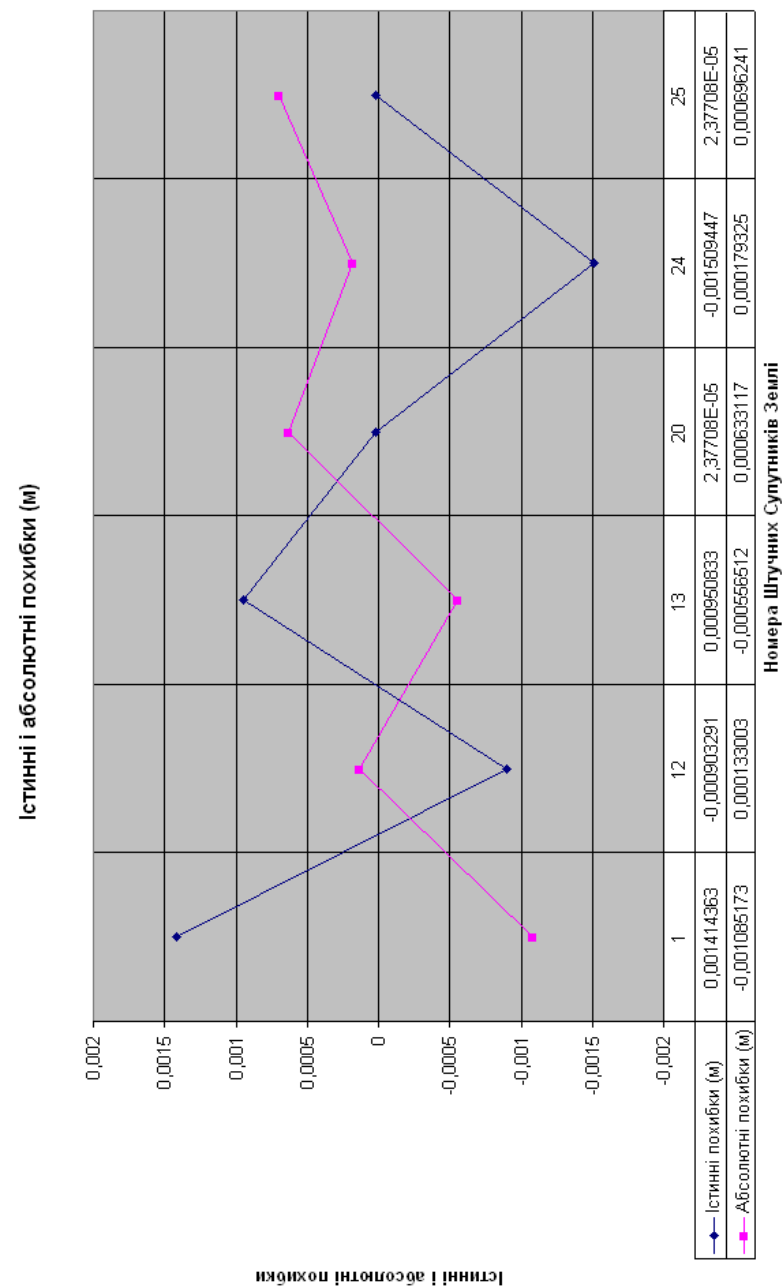
Перевірка моделі на адекватність за критерієм Фішера

| | |
|--|----------|
| $F(0,05;4;2)=$ | 19,24679 |
| $F_{розр.}=$ | 2821,644 |
| $F < F(0,05;4;2)$ | |
| Модель адекватна експериментальним даним | |

Встановлення значимості коефіцієнтів регресії

| Статистична значимість | |
|------------------------|----------|
| $t\Delta x=$ | 39,09788 |
| $t\Delta y=$ | 19,46156 |
| $t\Delta z=$ | -65,4638 |
| $t\Delta t=$ | 9390,56 |
| $t(0,05;2)$ | 4,302653 |
| $t(0,1;2)$ | 2,919986 |
| $t(0,2;2)$ | 1,885618 |

Коефіцієнти регресії значимі.



Як видно із вище наведеного графіка, динаміка тенденції зміни істинних і абсолютних похибок для першого, дванадцятого, і тринадцятого Штучних Супутників Землі не спостерігається, тобто зі збільшенням абсолютних похибок, отриманих за результатами зрівноваження за методом найменших квадратів, зменшуються істинні похибки, отримані в результаті застосування методу імітаційного моделювання Монте Карло.

Для двадцятого, двадцять четвертого і двадцять п'ятого Штучних Супутників Землі із зменшенням абсолютних похибок – зменшуються Істинні похибки і навпаки – із зростанням абсолютних похибок, зростають істинні похибки.

Розроблений нами розрахунковий файл в MS EXCEL дає можливість повністю відтворити всі розрахунки побудови істинної моделі. Для цього слід копіювати у першому листі MS EXCEL стовпчик із експериментальними даними (P27:P32) у стовпчик (J2:J7).

Для побудови ж спотвореної моделі необхідно із таблиці О.О.Валецького взяти генеровані псевдо випадкові числа за номером Індивідуального варіанту (перших шість значень із запропонованих десяти) і підставити їх у стовпчик (X2:X7). При цьому коми слід ставити із числового ряду. Навіть коли копіюють ці числа, необхідно коми поставити із числового ряду. В противному випадку MS EXCEL проводить невірні розрахунки. Отримані при цьому спотворені значення моделі копіюють зі стовпчика (AD2:AD7) у стовпчик (J2:J7) построчно. Наприклад (=AD2...).

При цьому всі діаграми і графіки оновлюються по новим даним автоматично.

Всі результати експериментальних досліджень оформляються у вигляді монографії. Ця робота проводиться на першому році навчання в магістратурі.

На другому році навчання в магістратурі виконується комплексна науково-дослідна робота, яка служить основою дисертаційного дослідження магістранта.

КОМПЛЕКСНА НАУКОВО- ДОСЛІДНА РОБОТА

НА ОСНОВІ СЛІДУЮЧИХ КУРСІВ:

1. Наукового семінару «Основи наукових досліджень».
2. Спецкурсу «Засоби комп'ютерного моделювання у вивченні складних природних явищ».
3. Курсу : « Сучасні проблеми прикладної математики».

Назва монографії : «Розробка програмного продукту для конструювання і дослідження математичної моделі пункту GPS спостережень методом статистичних випробувань Монте Карло в середовищі Visual Basic. Модель ІН 91М-№ по списку в журналі».

На вибір магістранта пропонується друга тема «Розробка програмного продукту для конструювання і дослідження математичної моделі якості засвоєння базової дисципліни методом статистичних випробувань Монте Карло в середовищі Visual Basic. Множинний регресійний аналіз. Модель ІН 91М-№ по списку в журналі».

На вибір магістранта пропонується третя тема: «Розробка програмного продукту для конструювання і дослідження математичної моделі залежності магнітного моменту Землі від широти методом статистичних випробувань Монте Карло в середовищі Visual Basic. Апроксимація поліномом третього степеня. Модель ІН 91М-№ по списку в журналі».

Крім того, мова програмування вибирається магістрантом по його уподобанню: 1.«Visual Basic». 2. «Delphy». 3. «C/C++». 4. «Visual Studio. NET Enterprise Architect 2003» та інші.

ЗАГАЛЬНА СТРУКТУРА МОНОГРАФІЇ

Вступ

«Загальні характеристики вибраної мови програмування»

Розділ 1. Базові принципи мови програмування.

- 1.1. Об'єктивно орієнтоване програмування.
- 1.2. Змінні і константи.
- 1.3. Редактор (напр.»Visual Basic»).
- 1.4. Справка редактора (напр.»Visual Basic»).
- 1.5. Підпрограми мови програмування.

«Створення програмного продукту»

Розділ2. Управління виконанням програм».

- 2.1. Управління виконанням створеної автором програми.
- 2.2. Створення програми (коду).
- 2.3. Відладка програми.

2.4. Блок-схема програми.

«Контрольний розрахунок за програмою»

Розділ 3. Автоматичне виконання коду, написаного на напр.»Visual Basic»).

Теоретичні основи і робочі формули для реалізації програми на напр. »Visual Basic»).

Протокол розрахунку за створеною автором програмою: Введення даних, результат розрахунку, коментарії.

Загальний підсумок можливостей створеного автором програмного продукту та умови його застосування.

Висновки

Літературні джерела.

Додатки (Програмний продукт).

Загальний об'єм монографії (80-100 стор.) .

У **вступі** слід виділити наступні пункти:

1. Актуальність теми.
2. Мета і задачі дослідження.
3. Об'єкт дослідження – це процес або явище, що породжує проблемну ситуацію.
4. Предмет дослідження – міститься в межах об'єкту. Об'єкт і предмет дослідження як категорії наукового процесу співвідносяться між собою як загальне і часткове. В об'єкті виділяється та його частина, яка є Предметом дослідження. Предмет дослідження визначає тему монографії.
4. Методи дослідження.
5. 6. Наукова новизна одержаних результатів.

У **висновках** слід виділити наступні пункти:

1. Основні результати роботи.
2. Практичне значення одержаних результатів.

3. Короткі відомості щодо впровадження результатів досліджень.
4. Особистий внесок автора монографії.
5. Апробація результатів. (Наприклад на науковому семінарі «Основи наукових досліджень».

Титульна сторінка нумерується (але не підписується) першою сторінкою.

На другій сторінці приводиться електронна фотографія автора.

На третій сторінці приводиться резюме на українській, російській і англійській мовах, а також ключові слова.

На четвертій сторінці приводиться зміст монографії.

На п'ятій сторінці подається Вступ.

ВИСНОВКИ

На основі проведених в даній роботі досліджень:

1. Генеровані випадкові числа, які приведено до нормованої досліджуваної точності 0,001 м.
2. На основі істинної моделі і генерованих істинних похибок побудована спотворена модель пункту GPS спостережень.
3. Створена модель зрівноважена за методом найменших квадратів (МНК).
4. Отримана формула

$$L''=0,041189407a+0,022210528b-0,199025904c+18,11613931d$$

залежності віддалей до супутників L'' і просторових прямокутних координат X, Y, Z .

5. Проїшла апробацію і перевірена отримана в [14] контрольна формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції

$$m_{L_3} = \sqrt{m_{\Delta x}^2(a^2) + m_{\Delta y}^2(b^2) + m_{\Delta z}^2(c^2) + m_{\Delta t}^2(d^2) + 2\mu^2 \begin{bmatrix} Q_{12}ab + Q_{13}ac + Q_{14}ad + Q_{23}bc + \\ Q_{24}bd + Q_{34}cd \end{bmatrix}}$$

Дана формула дає можливість поширити її на оцінку точності будь-якого числа факторів.

6. Перевірена теорема 1, яка дає можливість знайти середні квадратичні похибки зрівноважених псевдо відстаней до конкретних ШСЗ за середніми квадратичними похибками визначених коефіцієнтів методом визначників.

7. Апробована теорема 5, яка дає можливість значно покращити статистичні характеристики моделі без необхідності повторних польових спостережень ШСЗ.

8. Застосована теорема 6, яка дає можливість конструювати елементи моделі ,звужувати діапазон абсолютних похибок при значному покращенні статистичних характеристик моделі.

9. Результати проведених досліджень проконтрольовані функцією MS Excel, «ЛИНЕЙН» ,яка є досить потужним і коректним апаратом досліджень і показана повна автентичність отриманих результатів.

10. Встановлено, що середня квадратична похибка одиниці ваги за результатами зрівноваження складає

| | |
|---------|-------------|
| $\mu =$ | 0,001100623 |
|---------|-------------|

11. Отримані середні квадратичні похибки просторових координат пункту GPS

| | |
|-------------------|-------------|
| ma(ΔX)= | 0,001060696 |
| mb(ΔY)= | 0,001110969 |
| mc(ΔZ)= | 0,002999273 |
| md(Δt)= | 0,001929033 |

12. Знайдені середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

| |
|----------|
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

13. Одержані контрольні значення зрівноваженої функції через середні квадратичні похибки просторових координат

| |
|----------|
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

14. Проведений аналіз на адекватність моделі експериментальним даним за критерієм Фішера

| | |
|--|----------|
| F(0,05;4;2)= | 19,24679 |
| Fрозр.= | 2821,644 |
| F<F(0,05;4;2) | |
| Модель адекватна експериментальним даним | |

15. Проведений аналіз на адекватність моделі експериментальним даним за критерієм Стьюдента

| | | |
|-------|------------------------|--|
| 1/Py' | Статистична значимість | |
|-------|------------------------|--|

| | | |
|-------------|--------------|----------|
| Правильно | $t\Delta x=$ | 39,09788 |
| 0,510848251 | $t\Delta y=$ | 19,46156 |
| 0,438653083 | $t\Delta z=$ | -65,4638 |
| 0,871610688 | $t\Delta t=$ | 9390,56 |
| 0,705984797 | $t(0,05;2)$ | 4,302653 |

Всі коефіцієнти моделі статистично значимі.

ЛІТЕРАТУРНІ ДЖЕРЕЛА

1. Бугір М.К. Математика для економістів. Посібник. - К.: Видавничий центр «Академія», 2003, - 520 с.
2. Валецький О.О., Джунь Й.В. Методи створення послідовностей рівномірно розподілених випадкових чисел та їх застосування. // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МЕГУ. Рівне: Тетіс, 2008, - с. 66-69.
3. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про одну невідому особливість числа π . // Збірник наукових праць викладачів та студентів факультету кібернетики МЕГУ. Рівне: Тетіс, 2008, - с. 59-65.
4. Джунь Й.В., Валецький О.О. Про нову, невідому властивість числа π . // Тези доповіді на X Міжнародній конференції «Економічні та гуманітарні проблеми розвитку суспільства у III тисячолітті». Рівне 3-5.10.2007 р.
5. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке БЕЙСИК для персональных ЭВМ. - М. Наука, 1989, - 240 с.
6. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. - М.: Наука, 1976, - 319 с.
7. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження економіко-математичної моделі поліномом m -го порядку. Вісник МЕГУ. Збірник наукових праць. Серія: Системні науки та кібернетика. Випуск 1. МЕГУ, Рівне, 2009. - с. 41-51.
8. Літнарівич Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Частина 2. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2007. - 110 с.
9. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МЕГУ, Рівне, 2009. - 127с.

10. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Поліноміальна апроксимація. Частина 2. МЕГУ, Рівне, 2009. - 36с.

11. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Онтодидактика поліноміальної апроксимації. Частина 3. МЕГУ, Рівне, 2009. - 32с.

12. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. Частина 4. МЕГУ, Рівне, 2009. - 43с.

13. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Теоретико-методологічні основи побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи. Частина 5. МЕГУ, Рівне, 2009. - 100с.

14. Літнарівич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Модель пункту GPS спостережень. Частина 6. МЕГУ, Рівне, 2009. - 104с.

15. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPS спостережень. Інженерна геодезія. Вип. 50, К.: КНУБА, 2004, - с. 125...134.

16. Літнарівич Р.М. Основи космічної геодезії. Лабораторний практикум. ЧДІЕіУ, Чернігів, 2002. - 90 с.

17. Літнарівич Р.М., Кравцов М.І. Перехід від геодезичних координат загально земного еліпсоїда до плоских конформних Гаусса-Крюгера. Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування. - Європейський досвід. ЧДІЕіУ, Чернігів, 2005, - с. 44...49.

18. Методичні вказівки до лабораторної роботи на тему: "Визначення координат пункту за вимірними псевдо відстанями, отриманими із GPS спостережень" для студентів всіх спеціальностей геодезичного факультету Державного університету «Львівська політехніка» / укладення А.Т. Дульцев, І.М. Цюпак. - Львів: ДУ «Львівська політехніка», 1977, - 20 с.

19. Ромакин М.И. Математический аппарат оптимизационных задач. - М.: Статистика, 1975, 112 с.

20. Ржевский С.В., Александрова В.М. Дослідження операцій. Підручник. - К.: "Академвидав", 2006, - 560 с.

21. Программирование, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык Фортран. Учебн. Пособие для вузов/И.А.Кудряшов,Н.Х.Кушнер, Л.В. Петрова,Н.А.Силов; Под ред.И.А.Кудряшева.-Л.: Энергоатомиздат,1988,-208 с.

22. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений: пер. с нем. – М.: Энергоатомиздат, 1988,-88 с.

23.ТолбатовЮ.А.Економетрика.Тернопіль.Видавництво «Підручники і посібники »,2008,-288 с.

Додатки

Додаток 1.Генерування псевдо випадкових чисел, підпорядкування їх нормальному закону розподілу і розрахунок істинних похибок

| №1 | Генеров | Середнє | Попередн | z^2 | z*k | (z*k)^2 |
|----|---------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| 2 | 0,91 | 0,513333 | 0,396667 | 0,157344 | 0,001414 | 2E-06 |
| 3 | 0,26 | 0,513333 | -0,253333 | 0,064178 | -0,0009 | 8,16E-07 |
| 4 | 0,78 | 0,513333 | 0,266667 | 0,071111 | 0,000951 | 9,04E-07 |
| 5 | 0,52 | 0,513333 | 0,006667 | 4,44E-05 | 2,38E-05 | 5,65E-10 |
| 6 | 0,09 | 0,513333 | -0,423333 | 0,179211 | -0,00151 | 2,28E-06 |
| 7 | 0,52 | 0,513333 | 0,006667 | 4,44E-05 | 2,38E-05 | 5,65E-10 |
| 8 | 3,08 | 3,08 | 2,22E-16 | 0,471933 | 7,89E-19 | 0,000006 |
| 9 | X | Y | Z | AA | AB | AC |
| 10 | | | m' = | 0,280456 | m(іст.) = | 0,001 |
| | | | k = | 0,003566 | | |

Додаток 2. Побудова спотвореної моделі

| №1 | Істинна модель | | Δ_i | $Y_{сномв.} = Y_{іст.} + \Delta_i$ |
|----|----------------|-----------|------------|------------------------------------|
| | | $y_{іст}$ | | |
| 2 | | 18,04028 | 0,001414 | 18,04169 |
| 3 | | 18,04527 | -0,0009 | 18,04437 |
| 4 | | 17,93943 | 0,000951 | 17,94038 |
| 5 | | 17,995 | 2,38E-05 | 17,99502 |

| | | | | |
|-----|--|-----------|-----------|-----------|
| 6 | | 18,06432 | -0,00151 | 18,06281 |
| 7 | | 17,9937 | 2,38E-05 | 17,99372 |
| n=6 | | (Q27:Q32) | (AB2:AB7) | (AD2:AD7) |

Додаток 3. Координати

| №ЩСЗ | X_i | Y_i | Z_i | ρ_i |
|----------|-------------|-------------|------------|-------------|
| 1 | 21165422,3 | -2317017,3 | 16040786,9 | 21080322,3 |
| 12 | 3030896,9 | 22043977,6 | 15085818 | 22787708,36 |
| 13 | -10097627,7 | 6486215,8 | 23764860,7 | 23929070,38 |
| 20 | 16308696,6 | 5433810,2 | 20101613,8 | 20101997,98 |
| 24 | -5860111 | 23267694,5 | 11669171,6 | 24581883,7 |
| 25 | 12057792,1 | -14347893,2 | 18830556,3 | 22842044,7 |
| X0,Y0,Z0 | 3756636,2 | 1696778,7 | 4851345,4 | 6,00E-08 |

Додаток 4. Коефіцієнти і вільні члени рівнянь поправок

| a(ΔX) | b(ΔY) | c(ΔZ) | d(Δt) | $Y=l=\rho v-\rho o$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|---------------------|
| 0,825831116 | -0,1904049 | 0,530800305 | 1 | 18,04169 |
| -0,03184784 | 0,8929024 | 0,449122502 | 1 | 18,04437 |
| -0,57897209 | 0,2001514 | 0,790399084 | 1 | 17,94038 |
| 0,624418548 | 0,1859035 | 0,75864441 | 1 | 17,99502 |
| -0,391212786 | 0,8775127 | 0,277351658 | 1 | 18,06281 |
| 0,363415623 | -0,7024184 | 0,611994727 | 1 | 17,99372 |
| 0,811632571 | 1,2636468 | 3,418312685 | 6 | 18,116 |

Додаток 5. Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь

| Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N=XXтр. | | | |
|---|-------------|-------------|-------------|
| A | B | C | D |
| 1,693237 | -0,78404378 | 0,554045388 | 0,811632571 |
| -0,78404 | 2,171569514 | 0,412692984 | 1,263646751 |
| 0,554045 | 0,412692984 | 2,135193525 | 3,418312685 |

| | | | |
|-----------------|-------------|-------------|-------------|
| 0,811633 | 1,263646751 | 3,418312685 | 6 |
| Визначник D= | | | 1,700915122 |

| | |
|----|-------------|
| 29 | 18,11469725 |
| 30 | QL |

Додаток 6. Обернена матриця

| A | B | C | D |
|--------------------|--------------|--------------|--------------|
| Обернена матриця Q | | Визначник Δ= | 0,587918813 |
| 0,928764 | 0,533042636 | 0,418993742 | -0,476607375 |
| 0,533043 | 1,01888881 | 1,407354855 | -1,088488209 |
| 0,418994 | 1,407354855 | 7,426004206 | -4,583812123 |
| -0,476607 | -1,088488209 | -4,583812123 | 3,071866297 |

Додаток 7. Вільні члени нормальних рівнянь

| E |
|----------------|
| L=XтрYвільн.чл |
| 14,64696321 |
| 22,82398549 |
| 61,53436727 |
| 108,078 |

Додаток 8. Визначені коефіцієнти із рішення нормальних рівнянь

| | B |
|----|----------------|
| 25 | ΔX, ΔY, ΔZ, Δt |
| 26 | 0,041470983 |
| 27 | 0,021621186 |
| 28 | -0,196343718 |

Додаток 9. Контроль рішення нормальних рівнянь

| | D |
|----|-------------|
| 25 | Контроль |
| 26 | 14,64696321 |
| 27 | 22,82398549 |
| 28 | 61,53436727 |
| 29 | 108,078 |
| 30 | NΔX |

Додаток 10. Контроль рішення нормальних рівнянь функцією MS EXCEL «ЛИНЕЙН»

| F | G | H | I | J | K | 12 |
|--------------|-------------|-------------|-------------|------------|----------|----|
| ΔZ | ΔY | ΔX | Δt | F0,05;4;2 | 19,2467 | 13 |
| -0,196343718 | 0,021621186 | 0,041470983 | 18,11469725 | ΔZ, ΔY, ΔX | 9 | 14 |
| 0,002999273 | 0,001111111 | 0,00106069 | 0,001929 | стандарт | d(Δz) | 15 |
| 0,999763787 | 0,001100 | #Н/Д | #Н/Д | S | ai=S√dii | 16 |
| 2821,644373 | 2 | #Н/Д | #Н/Д | R^2 | μ | 17 |
| 0,010254167 | 2,423E- | #Н/Д | #Н/Д | Fкритері | n-m-1 | 18 |
| | | | | й | [V] | |

| | | | | | | |
|-------------------------------|-----------|-------------|-----------|--------------|----------|----|
| | 06 | | | $Y_{cp}^2]$ | | |
| -65,46376725 | 19,461562 | 39,09788359 | 9390,5603 | $t(0,05;2)=$ | 4,302653 | 19 |
| $\Delta\tau = \Delta t / c =$ | | 6,04241E-08 | секунди | | | 20 |

Додаток 11. Формула математичної моделі

Нами побудована математична модель GPS спостережень

$$L'' = 0,041189407a + 0,022210528b - 0,199025904c + 18,11613931d$$

Додаток 12. Допоміжна матриця оцінки точності зрівноваженої функції

| | F | G | H | I |
|----|--------------|------------|--------------|------------|
| 24 | | | | |
| 25 | | | $Q'=XQ$ | |
| 26 | 0,411302843 | -0,095262 | -0,564035974 | 0,4524337 |
| 27 | 0,157948054 | 0,4363785 | -0,005340086 | 0,0564383 |
| 28 | -0,576474245 | -0,080801 | 1,324793168 | -0,4930947 |
| 29 | 0,520291773 | 0,5014504 | 1,573144096 | -0,9055734 |
| 30 | -0,255991379 | -0,0126012 | -1,453141457 | 1,031831 |
| 31 | -0,257077046 | -0,7491647 | -0,875419746 | 0,857965 |

Додаток 13. Обернені ваги зрівноваженої функції

| |
|------------|
| $1/P_{y'}$ |
| 0,510848 |
| 0,438653 |
| 0,871611 |
| 0,705985 |

| |
|----------|
| 0,717889 |
| 0,755014 |

Додаток 14. Середні квадратичні похибки зрівноваженої функції

| |
|----------|
| $m_{y'}$ |
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

Додаток 15. Контрольні розрахунки середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції

| |
|-----------------|
| Контр. $m_{y'}$ |
| 0,000787 |
| 0,000729 |
| 0,001028 |
| 0,000925 |
| 0,000933 |
| 0,000956 |

Додаток 16. Зрівноважені координати пункту спостереження GPS

| | |
|-------------|---------------|
| Зрівн.коор | |
| 3756636,241 | Xпункта |
| 1696778,722 | Yпункта |
| 4851345,204 | Zпункта |
| -4,24E-10 | τ секунд |

Додаток 17. Середні квадратичні похибки зрівноважених координат

| | |
|-----------------|-------------|
| M | N |
| $\mu =$ | 0,001100623 |
| M | N |
| $ma(\Delta X)=$ | 0,001060696 |
| $mb(\Delta Y)=$ | 0,001110969 |
| $mc(\Delta Z)=$ | 0,002999273 |
| $md(\Delta t)=$ | 0,001929033 |

Додаток 18. Дослідження на адекватність побудованої моделі за критерієм Фішера

| | |
|--|----------|
| $F(0,05;4;2)=$ | 19,24679 |
| Fрозр.= | 2821,644 |
| $F < F(0,05;4;2)$ | |
| Модель адекватна експериментальним даним | |

Додаток 19. Дослідження на адекватність побудованої моделі за критерієм Стюдента

| | |
|------------------------|----------|
| Статистична значимість | |
| $t\Delta x=$ | 39,09788 |
| $t\Delta y=$ | 19,46156 |
| $t\Delta z=$ | -65,4638 |
| $t\Delta t=$ | 9390,56 |
| $t(0,05;2)$ | 4,302653 |
| $t(0,1;2)$ | 2,919986 |
| $t(0,2;2)$ | 1,885618 |

Коефіцієнти моделі статистично значимі

Додаток 20. Істинні значення моделі

| |
|------------|
| Іст.значУ" |
| 18,04028 |
| 18,04527 |
| 17,93943 |
| 17,995 |
| 18,06432 |
| 17,9937 |

Додаток 21. Таблиці Валецького О.О.

| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 0.14 | 0.15 | 0.92 | 0.65 | 0.35 | 0.89 | 0.79 | 0.32 | 0.38 | 0.46 | 0.26 | 0.43 | 0.38 | 0.32 | 0.79 | 0.5 |
| 0.28 | 0.84 | 0.19 | 0.71 | 0.69 | 0.39 | 0.93 | 0.75 | 0.1 | 0.58 | 0.2 | 0.97 | 0.49 | 0.44 | 0.59 | 0.23 |
| 0.07 | 0.81 | 0.64 | 0.06 | 0.28 | 0.62 | 0.08 | 0.99 | 0.86 | 0.28 | 0.03 | 0.48 | 0.25 | 0.34 | 0.21 | 0.17 |
| 0.06 | 0.79 | 0.82 | 0.14 | 0.8 | 0.86 | 0.51 | 0.32 | 0.82 | 0.3 | 0.66 | 0.47 | 0.09 | 0.38 | 0.44 | 0.6 |
| 0.95 | 0.5 | 0.58 | 0.22 | 0.31 | 0.72 | 0.53 | 0.59 | 0.4 | 0.81 | 0.28 | 0.48 | 0.11 | 0.17 | 0.45 | 0.02 |
| 0.84 | 0.1 | 0.27 | 0.01 | 0.93 | 0.85 | 0.21 | 0.1 | 0.55 | 0.59 | 0.64 | 0.46 | 0.22 | 0.94 | 0.89 | 0.54 |
| 0.93 | 0.03 | 0.81 | 0.96 | 0.44 | 0.28 | 0.81 | 0.09 | 0.75 | 0.66 | 0.59 | 0.33 | 0.44 | 0.61 | 0.28 | 0.47 |
| 0.56 | 0.48 | 0.23 | 0.37 | 0.86 | 0.78 | 0.31 | 0.65 | 0.27 | 0.12 | 0.01 | 0.9 | 0.91 | 0.45 | 0.64 | 0.85 |
| 0.66 | 0.92 | 0.34 | 0.6 | 0.34 | 0.86 | 0.1 | 0.45 | 0.43 | 0.26 | 0.64 | 0.82 | 0.13 | 0.39 | 0.36 | 0.07 |
| 0.26 | 0.02 | 0.49 | 0.14 | 0.12 | 0.73 | 0.72 | 0.45 | 0.87 | 0 | 0.66 | 0.06 | 0.31 | 0.55 | 0.88 | 0.17 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| 0.48 | 0.81 | 0.52 | 0.09 | 0.2 | 0.96 | 0.28 | 0.29 | 0.25 | 0.4 | 0.91 | 0.71 | 0.53 | 0.64 | 0.36 | 0.78 |
| 0.92 | 0.59 | 0.03 | 0.6 | 0.01 | 0.13 | 0.3 | 0.53 | 0.05 | 0.48 | 0.82 | 0.04 | 0.66 | 0.52 | 0.13 | 0.84 |
| 0.14 | 0.69 | 0.51 | 0.94 | 0.15 | 0.11 | 0.6 | 0.94 | 0.33 | 0.05 | 0.72 | 0.7 | 0.36 | 0.57 | 0.59 | 0.59 |
| 0.19 | 0.53 | 0.09 | 0.21 | 0.86 | 0.11 | 0.73 | 0.81 | 0.93 | 0.26 | 0.11 | 0.79 | 0.31 | 0.05 | 0.11 | 0.85 |
| 0.48 | 0.07 | 0.44 | 0.62 | 0.37 | 0.99 | 0.62 | 0.74 | 0.95 | 0.67 | 0.35 | 0.18 | 0.85 | 0.75 | 0.27 | 0.24 |
| 0.89 | 0.12 | 0.27 | 0.93 | 0.81 | 0.83 | 0.01 | 0.19 | 0.49 | 0.12 | 0.98 | 0.33 | 0.67 | 0.33 | 0.62 | 0.44 |
| 0.06 | 0.56 | 0.64 | 0.3 | 0.86 | 0.02 | 0.13 | 0.94 | 0.94 | 0.63 | 0.95 | 0.22 | 0.47 | 0.37 | 0.19 | 0.07 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.02 | 0.17 | 0.98 | 0.6 | 0.94 | 0.37 | 0.02 | 0.77 | 0.05 | 0.39 | 0.21 | 0.71 | 0.76 | 0.29 | 0.31 | 0.76 |
| 0.75 | 0.23 | 0.84 | 0.67 | 0.48 | 0.18 | 0.46 | 0.76 | 0.69 | 0.4 | 0.51 | 0.32 | 0 | 0.05 | 0.68 | 0.12 |
| 0.71 | 0.45 | 0.26 | 0.35 | 0.6 | 0.82 | 0.77 | 0.85 | 0.77 | 0.13 | 0.42 | 0.75 | 0.77 | 0.89 | 0.6 | 0.91 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 |
| 0.73 | 0.63 | 0.71 | 0.78 | 0.72 | 0.14 | 0.68 | 0.44 | 0.09 | 0.01 | 0.22 | 0.49 | 0.53 | 0.43 | 0.01 | 0.46 |
| 0.54 | 0.95 | 0.85 | 0.37 | 0.1 | 0.5 | 0.79 | 0.22 | 0.79 | 0.68 | 0.92 | 0.58 | 0.92 | 0.35 | 0.42 | 0.01 |
| 0.99 | 0.56 | 0.11 | 0.21 | 0.29 | 0.02 | 0.19 | 0.6 | 0.86 | 0.4 | 0.34 | 0.41 | 0.81 | 0.59 | 0.81 | 0.36 |
| 0.29 | 0.77 | 0.47 | 0.71 | 0.3 | 0.99 | 0.6 | 0.51 | 0.87 | 0.07 | 0.21 | 0.13 | 0.49 | 0.99 | 0.99 | 0.98 |
| 0.37 | 0.29 | 0.78 | 0.04 | 0.99 | 0.51 | 0.05 | 0.97 | 0.31 | 0.73 | 0.28 | 0.16 | 0.09 | 0.63 | 0.18 | 0.59 |
| 0.5 | 0.24 | 0.45 | 0.94 | 0.55 | 0.34 | 0.69 | 0.08 | 0.3 | 0.26 | 0.42 | 0.52 | 0.23 | 0.08 | 0.25 | 0.33 |
| 0.44 | 0.68 | 0.5 | 0.35 | 0.26 | 0.19 | 0.31 | 0.18 | 0.81 | 0.71 | 0.01 | 0 | 0.03 | 0.13 | 0.78 | 0.38 |
| 0.75 | 0.28 | 0.86 | 0.58 | 0.75 | 0.33 | 0.2 | 0.83 | 0.81 | 0.42 | 0.06 | 0.17 | 0.17 | 0.76 | 0.69 | 0.14 |
| 0.73 | 0.03 | 0.59 | 0.82 | 0.53 | 0.49 | 0.04 | 0.28 | 0.75 | 0.54 | 0.68 | 0.73 | 0.11 | 0.59 | 0.56 | 0.28 |
| 0.63 | 0.88 | 0.23 | 0.53 | 0.78 | 0.75 | 0.93 | 0.75 | 0.19 | 0.57 | 0.78 | 0.18 | 0.57 | 0.78 | 0.05 | 0.32 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 |
| 0.17 | 0.12 | 0.26 | 0.8 | 0.66 | 0.13 | 0 | 0.19 | 0.27 | 0.87 | 0.66 | 0.11 | 0.19 | 0.59 | 0.09 | 0.21 |
| 0.64 | 0.2 | 0.19 | 0.89 | 0.38 | 0.09 | 0.52 | 0.57 | 0.2 | 0.1 | 0.65 | 0.48 | 0.58 | 0.63 | 0.27 | 0.88 |
| 0.65 | 0.93 | 0.61 | 0.53 | 0.38 | 0.18 | 0.27 | 0.96 | 0.82 | 0.3 | 0.3 | 0.19 | 0.52 | 0.03 | 0.53 | 0.01 |
| 0.85 | 0.29 | 0.68 | 0.99 | 0.57 | 0.73 | 0.62 | 0.25 | 0.99 | 0.41 | 0.38 | 0.91 | 0.24 | 0.97 | 0.21 | 0.77 |
| 0.52 | 0.83 | 0.47 | 0.91 | 0.31 | 0.51 | 0.55 | 0.74 | 0.85 | 0.72 | 0.42 | 0.45 | 0.41 | 0.5 | 0.69 | 0.59 |
| 0.5 | 0.82 | 0.95 | 0.33 | 0.11 | 0.68 | 0.61 | 0.72 | 0.78 | 0.55 | 0.88 | 0.9 | 0.75 | 0.09 | 0.83 | 0.81 |
| 0.75 | 0.46 | 0.37 | 0.46 | 0.49 | 0.39 | 0.31 | 0.92 | 0.55 | 0.06 | 0.04 | 0 | 0.92 | 0.77 | 0.01 | 0.67 |
| 0.11 | 0.39 | 0 | 0.98 | 0.48 | 0.82 | 0.4 | 0.12 | 0.85 | 0.83 | 0.61 | 0.6 | 0.35 | 0.63 | 0.7 | 0.76 |
| 0.6 | 0.1 | 0.47 | 0.1 | 0.18 | 0.19 | 0.42 | 0.95 | 0.55 | 0.96 | 0.19 | 0.89 | 0.46 | 0.76 | 0.78 | 0.37 |
| 0.44 | 0.94 | 0.48 | 0.25 | 0.53 | 0.79 | 0.77 | 0.47 | 0.26 | 0.84 | 0.71 | 0.04 | 0.04 | 0.75 | 0.34 | 0.64 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 | 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 0.62 | 0.08 | 0.04 | 0.66 | 0.84 | 0.25 | 0.9 | 0.69 | 0.49 | 0.12 | 0.93 | 0.31 | 0.36 | 0.77 | 0.02 | 0.89 |
| 0.89 | 0.15 | 0.21 | 0.04 | 0.75 | 0.21 | 0.62 | 0.05 | 0.69 | 0.66 | 0.02 | 0.4 | 0.58 | 0.03 | 0.81 | 0.5 |
| 0.19 | 0.35 | 0.11 | 0.25 | 0.33 | 0.82 | 0.43 | 0 | 0.35 | 0.58 | 0.76 | 0.4 | 0.24 | 0.74 | 0.96 | 0.47 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.32 | 0.63 | 0.91 | 0.41 | 0.99 | 0.27 | 0.26 | 0.04 | 0.26 | 0.99 | 0.22 | 0.79 | 0.67 | 0.82 | 0.35 | 0.47 |
| 0.81 | 0.63 | 0.6 | 0.09 | 0.34 | 0.17 | 0.21 | 0.64 | 0.12 | 0.19 | 0.92 | 0.45 | 0.86 | 0.31 | 0.5 | 0.3 |
| 0.28 | 0.61 | 0.82 | 0.97 | 0.45 | 0.55 | 0.7 | 0.67 | 0.49 | 0.83 | 0.85 | 0.05 | 0.49 | 0.45 | 0.88 | 0.58 |
| 0.69 | 0.26 | 0.99 | 0.56 | 0.9 | 0.92 | 0.72 | 0.1 | 0.79 | 0.75 | 0.09 | 0.3 | 0.29 | 0.55 | 0.32 | 0.11 |
| 0.65 | 0.34 | 0.49 | 0.87 | 0.2 | 0.27 | 0.55 | 0.96 | 0.02 | 0.36 | 0.48 | 0.06 | 0.65 | 0.49 | 0.91 | 0.19 |
| 0.88 | 0.18 | 0.34 | 0.79 | 0.77 | 0.53 | 0.56 | 0.63 | 0.69 | 0.8 | 0.74 | 0.26 | 0.54 | 0.25 | 0.27 | 0.86 |
| 0.25 | 0.51 | 0.81 | 0.84 | 0.17 | 0.57 | 0.46 | 0.72 | 0.89 | 0.09 | 0.77 | 0.77 | 0.27 | 0.93 | 0.8 | 0 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 |
| 0.81 | 0.64 | 0.7 | 0.6 | 0.01 | 0.61 | 0.45 | 0.24 | 0.91 | 0.92 | 0.17 | 0.32 | 0.17 | 0.21 | 0.47 | 0.72 |
| 0.35 | 0.01 | 0.41 | 0.44 | 0.19 | 0.73 | 0.56 | 0.85 | 0.48 | 0.16 | 0.13 | 0.61 | 0.15 | 0.73 | 0.52 | 0.55 |
| 0.21 | 0.33 | 0.47 | 0.57 | 0.41 | 0.84 | 0.94 | 0.68 | 0.43 | 0.85 | 0.23 | 0.32 | 0.39 | 0.07 | 0.39 | 0.41 |
| 0.43 | 0.33 | 0.45 | 0.47 | 0.76 | 0.24 | 0.16 | 0.86 | 0.25 | 0.18 | 0.98 | 0.35 | 0.69 | 0.48 | 0.55 | 0.62 |
| 0.09 | 0.92 | 0.19 | 0.22 | 0.21 | 0.84 | 0.27 | 0.25 | 0.5 | 0.25 | 0.42 | 0.56 | 0.88 | 0.76 | 0.71 | 0.79 |
| 0.04 | 0.94 | 0.6 | 0.16 | 0.53 | 0.46 | 0.68 | 0.04 | 0.98 | 0.86 | 0.27 | 0.23 | 0.27 | 0.91 | 0.78 | 0.6 |
| 0.85 | 0.78 | 0.43 | 0.83 | 0.82 | 0.79 | 0.67 | 0.97 | 0.66 | 0.81 | 0.45 | 0.41 | 0 | 0.95 | 0.38 | 0.83 |
| 0.78 | 0.63 | 0.6 | 0.95 | 0.06 | 0.8 | 0.06 | 0.42 | 0.25 | 0.12 | 0.52 | 0.05 | 0.11 | 0.73 | 0.92 | 0.98 |
| 0.48 | 0.96 | 0.08 | 0.41 | 0.28 | 0.48 | 0.86 | 0.26 | 0.94 | 0.56 | 0.04 | 0.24 | 0.19 | 0.65 | 0.28 | 0.5 |
| 0.22 | 0.21 | 0.06 | 0.61 | 0.18 | 0.63 | 0.06 | 0.74 | 0.42 | 0.78 | 0.62 | 0.2 | 0.39 | 0.19 | 0.49 | 0.45 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | 103 | 104 | 105 | 106 | 107 | 108 | 109 | 110 | 111 | 112 |
| 0.04 | 0.71 | 0.23 | 0.71 | 0.37 | 0.86 | 0.96 | 0.09 | 0.56 | 0.36 | 0.43 | 0.71 | 0.91 | 0.72 | 0.87 | 0.46 |
| 0.77 | 0.64 | 0.65 | 0.75 | 0.73 | 0.96 | 0.24 | 0.13 | 0.89 | 0.08 | 0.65 | 0.83 | 0.26 | 0.45 | 0.99 | 0.58 |
| 0.13 | 0.39 | 0.04 | 0.78 | 0.02 | 0.75 | 0.9 | 0.09 | 0.94 | 0.65 | 0.76 | 0.4 | 0.78 | 0.95 | 0.12 | 0.69 |
| 0.46 | 0.83 | 0.98 | 0.35 | 0.25 | 0.95 | 0.7 | 0.98 | 0.25 | 0.82 | 0.26 | 0.2 | 0.52 | 0.24 | 0.89 | 0.4 |
| 0.77 | 0.26 | 0.71 | 0.94 | 0.78 | 0.26 | 0.84 | 0.82 | 0.6 | 0.14 | 0.76 | 0.99 | 0.09 | 0.02 | 0.64 | 0.01 |
| 0.36 | 0.39 | 0.44 | 0.37 | 0.45 | 0.53 | 0.05 | 0.06 | 0.82 | 0.03 | 0.49 | 0.62 | 0.52 | 0.45 | 0.17 | 0.49 |
| 0.39 | 0.96 | 0.51 | 0.43 | 0.14 | 0.29 | 0.8 | 0.91 | 0.9 | 0.65 | 0.92 | 0.5 | 0.93 | 0.72 | 0.21 | 0.69 |
| 0.64 | 0.61 | 0.51 | 0.57 | 0.09 | 0.85 | 0.83 | 0.87 | 0.41 | 0.05 | 0.97 | 0.88 | 0.59 | 0.59 | 0.77 | 0.29 |
| 0.75 | 0.49 | 0.89 | 0.3 | 0.16 | 0.17 | 0.53 | 0.92 | 0.84 | 0.68 | 0.13 | 0.82 | 0.68 | 0.68 | 0.38 | 0.68 |
| 0.94 | 0.27 | 0.74 | 0.15 | 0.59 | 0.91 | 0.85 | 0.59 | 0.25 | 0.24 | 0.59 | 0.53 | 0.95 | 0.94 | 0.31 | 0.04 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 113 | 114 | 115 | 116 | 117 | 118 | 119 | 120 | 121 | 122 | 123 | 124 | 125 | 126 | 127 | 128 |
| 0.99 | 0.72 | 0.52 | 0.46 | 0.8 | 0.84 | 0.59 | 0.87 | 0.27 | 0.36 | 0.44 | 0.69 | 0.58 | 0.48 | 0.65 | 0.38 |
| 0.36 | 0.73 | 0.62 | 0.22 | 0.62 | 0.6 | 0.99 | 0.12 | 0.46 | 0.08 | 0.05 | 0.12 | 0.43 | 0.88 | 0.43 | 0.9 |
| 0.45 | 0.12 | 0.44 | 0.13 | 0.65 | 0.49 | 0.76 | 0.27 | 0.8 | 0.79 | 0.77 | 0.15 | 0.69 | 0.14 | 0.35 | 0.99 |
| 0.77 | 0 | 0.12 | 0.96 | 0.16 | 0.08 | 0.94 | 0.41 | 0.69 | 0.48 | 0.68 | 0.55 | 0.58 | 0.48 | 0.4 | 0.63 |
| 0.53 | 0.42 | 0.2 | 0.72 | 0.22 | 0.58 | 0.28 | 0.48 | 0.86 | 0.48 | 0.15 | 0.84 | 0.56 | 0.02 | 0.85 | 0.06 |
| 0.01 | 0.68 | 0.42 | 0.73 | 0.94 | 0.52 | 0.26 | 0.74 | 0.67 | 0.67 | 0.88 | 0.95 | 0.25 | 0.21 | 0.38 | 0.52 |
| 0.25 | 0.49 | 0.95 | 0.46 | 0.66 | 0.72 | 0.78 | 0.23 | 0.98 | 0.64 | 0.56 | 0.59 | 0.61 | 0.16 | 0.35 | 0.48 |
| 0.86 | 0.23 | 0.05 | 0.77 | 0.45 | 0.64 | 0.98 | 0.03 | 0.55 | 0.93 | 0.63 | 0.45 | 0.68 | 0.17 | 0.43 | 0.24 |
| 0.11 | 0.25 | 0.15 | 0.07 | 0.6 | 0.69 | 0.47 | 0.94 | 0.51 | 0.09 | 0.65 | 0.96 | 0.09 | 0.4 | 0.25 | 0.22 |
| 0.88 | 0.79 | 0.71 | 0.08 | 0.93 | 0.14 | 0.56 | 0.69 | 0.13 | 0.68 | 0.67 | 0.22 | 0.87 | 0.48 | 0.94 | 0.05 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 129 | 130 | 131 | 132 | 133 | 134 | 135 | 136 | 137 | 138 | 139 | 140 | 141 | 142 | 143 | 144 |
| 0.6 | 0.1 | 0.15 | 0.03 | 0.3 | 0.86 | 0.17 | 0.92 | 0.86 | 0.8 | 0.92 | 0.08 | 0.74 | 0.76 | 0.09 | 0.17 |
| 0.82 | 0.49 | 0.38 | 0.58 | 0.9 | 0.09 | 0.71 | 0.49 | 0.09 | 0.67 | 0.59 | 0.85 | 0.26 | 0.13 | 0.65 | 0.54 |
| 0.97 | 0.81 | 0.89 | 0.31 | 0.29 | 0.78 | 0.48 | 0.21 | 0.68 | 0.29 | 0.98 | 0.94 | 0.87 | 0.22 | 0.65 | 0.88 |
| 0.04 | 0.85 | 0.75 | 0.64 | 0.01 | 0.42 | 0.7 | 0.47 | 0.75 | 0.55 | 0.13 | 0.23 | 0.79 | 0.64 | 0.14 | 0.51 |
| 0.52 | 0.37 | 0.46 | 0.23 | 0.43 | 0.64 | 0.54 | 0.28 | 0.58 | 0.44 | 0.47 | 0.95 | 0.26 | 0.58 | 0.67 | 0.82 |
| 0.1 | 0.51 | 0.14 | 0.13 | 0.54 | 0.73 | 0.57 | 0.39 | 0.52 | 0.31 | 0.13 | 0.42 | 0.71 | 0.66 | 0.1 | 0.21 |
| 0.35 | 0.96 | 0.95 | 0.36 | 0.23 | 0.14 | 0.42 | 0.95 | 0.24 | 0.84 | 0.93 | 0.71 | 0.87 | 0.11 | 0.01 | 0.45 |
| 0.76 | 0.54 | 0.03 | 0.59 | 0.02 | 0.79 | 0.93 | 0.44 | 0.03 | 0.74 | 0.2 | 0.07 | 0.31 | 0.05 | 0.78 | 0.53 |
| 0.9 | 0.62 | 0.19 | 0.83 | 0.87 | 0.44 | 0.78 | 0.08 | 0.47 | 0.84 | 0.89 | 0.68 | 0.33 | 0.21 | 0.44 | 0.57 |
| 0.13 | 0.86 | 0.87 | 0.51 | 0.94 | 0.35 | 0.06 | 0.43 | 0.02 | 0.18 | 0.45 | 0.31 | 0.91 | 0.04 | 0.84 | 0.81 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 145 | 146 | 147 | 148 | 149 | 150 | 151 | 152 | 153 | 154 | 155 | 156 | 157 | 158 | 159 | 160 |
| 0 | 0.53 | 0.7 | 0.61 | 0.46 | 0.8 | 0.67 | 0.49 | 0.19 | 0.27 | 0.81 | 0.91 | 0.19 | 0.79 | 0.39 | 0.95 |
| 0.2 | 0.61 | 0.41 | 0.96 | 0.63 | 0.42 | 0.87 | 0.54 | 0.44 | 0.06 | 0.43 | 0.74 | 0.51 | 0.23 | 0.71 | 0.81 |
| 0.92 | 0.17 | 0.99 | 0.98 | 0.39 | 0.1 | 0.15 | 0.91 | 0.95 | 0.61 | 0.81 | 0.46 | 0.75 | 0.14 | 0.26 | 0.91 |
| 0.23 | 0.97 | 0.48 | 0.94 | 0.09 | 0.07 | 0.18 | 0.64 | 0.94 | 0.23 | 0.19 | 0.61 | 0.56 | 0.79 | 0.45 | 0.2 |
| 0.8 | 0.95 | 0.14 | 0.65 | 0.5 | 0.22 | 0.52 | 0.31 | 0.6 | 0.38 | 0.81 | 0.93 | 0.01 | 0.42 | 0.09 | 0.37 |
| 0.62 | 0.13 | 0.78 | 0.55 | 0.95 | 0.66 | 0.38 | 0.93 | 0.77 | 0.87 | 0.08 | 0.3 | 0.39 | 0.06 | 0.97 | 0.92 |
| 0.07 | 0.73 | 0.46 | 0.72 | 0.21 | 0.82 | 0.56 | 0.25 | 0.99 | 0.66 | 0.15 | 0.01 | 0.42 | 0.15 | 0.03 | 0.06 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.8 | 0.38 | 0.44 | 0.77 | 0.34 | 0.54 | 0.92 | 0.02 | 0.6 | 0.54 | 0.14 | 0.66 | 0.59 | 0.25 | 0.2 | 0.14 |
| 0.97 | 0.44 | 0.28 | 0.5 | 0.73 | 0.25 | 0.18 | 0.66 | 0.6 | 0.02 | 0.13 | 0.24 | 0.34 | 0.08 | 0.81 | 0.9 |
| 0.71 | 0.04 | 0.86 | 0.33 | 0.17 | 0.34 | 0.64 | 0.96 | 0.51 | 0.45 | 0.39 | 0.05 | 0.79 | 0.62 | 0.68 | 0.56 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 161 | 162 | 163 | 164 | 165 | 166 | 167 | 168 | 169 | 170 | 171 | 172 | 173 | 174 | 175 | 176 |
| 0.1 | 0.05 | 0.5 | 0.81 | 0.06 | 0.65 | 0.87 | 0.96 | 0.99 | 0.81 | 0.63 | 0.57 | 0.47 | 0.36 | 0.38 | 0.4 |
| 0.52 | 0.57 | 0.14 | 0.59 | 0.1 | 0.28 | 0.97 | 0.06 | 0.41 | 0.4 | 0.11 | 0.09 | 0.71 | 0.2 | 0.62 | 0.8 |
| 0.43 | 0.9 | 0.39 | 0.75 | 0.95 | 0.15 | 0.67 | 0.71 | 0.57 | 0.7 | 0.04 | 0.2 | 0.33 | 0.78 | 0.69 | 0.93 |
| 0.6 | 0.07 | 0.23 | 0.05 | 0.58 | 0.76 | 0.31 | 0.76 | 0.35 | 0.94 | 0.21 | 0.87 | 0.31 | 0.25 | 0.14 | 0.71 |
| 0.2 | 0.53 | 0.29 | 0.28 | 0.19 | 0.18 | 0.26 | 0.18 | 0.61 | 0.25 | 0.86 | 0.73 | 0.21 | 0.57 | 0.91 | 0.98 |
| 0.41 | 0.48 | 0.48 | 0.82 | 0.91 | 0.64 | 0.47 | 0.06 | 0.09 | 0.57 | 0.52 | 0.7 | 0.69 | 0.57 | 0.22 | 0.09 |
| 0.17 | 0.56 | 0.71 | 0.16 | 0.72 | 0.29 | 0.1 | 0.98 | 0.16 | 0.9 | 0.91 | 0.52 | 0.8 | 0.17 | 0.35 | 0.06 |
| 0.71 | 0.27 | 0.48 | 0.58 | 0.32 | 0.22 | 0.87 | 0.18 | 0.35 | 0.2 | 0.93 | 0.53 | 0.96 | 0.57 | 0.25 | 0.12 |
| 0.1 | 0.83 | 0.57 | 0.91 | 0.51 | 0.36 | 0.98 | 0.82 | 0.09 | 0.14 | 0.44 | 0.21 | 0 | 0.67 | 0.51 | 0.03 |
| 0.34 | 0.67 | 0.11 | 0.03 | 0.14 | 0.12 | 0.67 | 0.11 | 0.13 | 0.69 | 0.9 | 0.86 | 0.58 | 0.51 | 0.63 | 0.98 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 177 | 178 | 179 | 180 | 181 | 182 | 183 | 184 | 185 | 186 | 187 | 188 | 189 | 190 | 191 | 192 |
| 0.31 | 0.5 | 0.19 | 0.7 | 0.16 | 0.51 | 0.51 | 0.16 | 0.85 | 0.17 | 0.14 | 0.37 | 0.65 | 0.76 | 0.18 | 0.35 |
| 0.15 | 0.56 | 0.5 | 0.88 | 0.49 | 0.09 | 0.98 | 0.98 | 0.59 | 0.98 | 0.23 | 0.87 | 0.34 | 0.55 | 0.28 | 0.33 |
| 0.16 | 0.35 | 0.5 | 0.76 | 0.47 | 0.91 | 0.85 | 0.35 | 0.89 | 0.32 | 0.26 | 0.18 | 0.54 | 0.89 | 0.63 | 0.21 |
| 0.32 | 0.93 | 0.3 | 0.89 | 0.85 | 0.7 | 0.64 | 0.2 | 0.46 | 0.75 | 0.25 | 0.9 | 0.7 | 0.91 | 0.54 | 0.81 |
| 0.41 | 0.65 | 0.49 | 0.85 | 0.94 | 0.61 | 0.63 | 0.71 | 0.8 | 0.27 | 0.09 | 0.81 | 0.99 | 0.43 | 0.09 | 0.92 |
| 0.44 | 0.88 | 0.95 | 0.75 | 0.71 | 0.28 | 0.28 | 0.9 | 0.59 | 0.23 | 0.23 | 0.32 | 0.6 | 0.97 | 0.29 | 0.97 |
| 0.12 | 0.08 | 0.44 | 0.33 | 0.57 | 0.32 | 0.65 | 0.48 | 0.93 | 0.82 | 0.39 | 0.11 | 0.93 | 0.25 | 0.97 | 0.46 |
| 0.36 | 0.67 | 0.3 | 0.58 | 0.36 | 0.04 | 0.14 | 0.28 | 0.13 | 0.88 | 0.3 | 0.32 | 0.03 | 0.82 | 0.49 | 0.03 |
| 0.75 | 0.89 | 0.85 | 0.24 | 0.37 | 0.44 | 0.17 | 0.02 | 0.91 | 0.32 | 0.76 | 0.56 | 0.18 | 0.09 | 0.37 | 0.73 |
| 0.44 | 0.4 | 0.3 | 0.7 | 0.74 | 0.69 | 0.21 | 0.12 | 0.01 | 0.91 | 0.3 | 0.2 | 0.33 | 0.03 | 0.8 | 0.19 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 193 | 194 | 195 | 196 | 197 | 198 | 199 | 200 | 201 | 202 | 203 | 204 | 205 | 206 | 207 | 208 |
| 0.76 | 0.21 | 0.1 | 0.11 | 0 | 0.44 | 0.92 | 0.93 | 0.21 | 0.51 | 0.6 | 0.84 | 0.24 | 0.44 | 0.85 | 0.96 |
| 0.37 | 0.66 | 0.98 | 0.38 | 0.95 | 0.22 | 0.86 | 0.84 | 0.78 | 0.31 | 0.23 | 0.55 | 0.26 | 0.58 | 0.21 | 0.31 |
| 0.44 | 0.95 | 0.76 | 0.85 | 0.72 | 0.62 | 0.43 | 0.34 | 0.41 | 0.89 | 0.3 | 0.39 | 0.68 | 0.64 | 0.26 | 0.24 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.34 | 0.1 | 0.77 | 0.32 | 0.26 | 0.97 | 0.8 | 0.28 | 0.07 | 0.31 | 0.89 | 0.15 | 0.44 | 0.11 | 0.01 | 0.04 |
| 0.46 | 0.82 | 0.32 | 0.52 | 0.71 | 0.62 | 0.01 | 0.05 | 0.26 | 0.52 | 0.27 | 0.21 | 0.11 | 0.66 | 0.03 | 0.96 |
| 0.66 | 0.55 | 0.73 | 0.09 | 0.25 | 0.47 | 0.11 | 0.05 | 0.57 | 0.85 | 0.37 | 0.63 | 0.46 | 0.68 | 0.2 | 0.65 |
| 0.31 | 0.09 | 0.89 | 0.65 | 0.26 | 0.91 | 0.86 | 0.2 | 0.56 | 0.47 | 0.69 | 0.31 | 0.25 | 0.7 | 0.58 | 0.63 |
| 0.56 | 0.62 | 0.01 | 0.85 | 0.58 | 0.1 | 0.07 | 0.29 | 0.36 | 0.06 | 0.59 | 0.87 | 0.64 | 0.86 | 0.11 | 0.79 |
| 0.1 | 0.45 | 0.33 | 0.48 | 0.85 | 0.03 | 0.46 | 0.11 | 0.36 | 0.57 | 0.68 | 0.67 | 0.53 | 0.24 | 0.94 | 0.41 |
| 0.66 | 0.8 | 0.39 | 0.62 | 0.65 | 0.79 | 0.78 | 0.77 | 0.18 | 0.55 | 0.6 | 0.84 | 0.55 | 0.29 | 0.65 | 0.41 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 209 | 210 | 211 | 212 | 213 | 214 | 215 | 216 | 217 | 218 | 219 | 220 | 221 | 222 | 223 | 224 |
| 0.26 | 0.65 | 0.4 | 0.85 | 0.3 | 0.61 | 0.43 | 0.44 | 0.43 | 0.18 | 0.58 | 0.67 | 0.69 | 0.75 | 0.14 | 0.56 |
| 0.61 | 0.4 | 0.68 | 0 | 0.7 | 0.02 | 0.37 | 0.87 | 0.76 | 0.59 | 0.13 | 0.44 | 0.01 | 0.71 | 0.27 | 0.49 |
| 0.47 | 0.04 | 0.2 | 0.56 | 0.22 | 0.3 | 0.53 | 0.89 | 0.94 | 0.56 | 0.13 | 0.14 | 0.07 | 0.11 | 0.27 | 0 |
| 0.04 | 0.07 | 0.85 | 0.47 | 0.33 | 0.26 | 0.99 | 0.39 | 0.08 | 0.14 | 0.54 | 0.66 | 0.46 | 0.45 | 0.88 | 0.07 |
| 0.97 | 0.27 | 0.08 | 0.26 | 0.68 | 0.3 | 0.63 | 0.43 | 0.28 | 0.58 | 0.78 | 0.56 | 0.98 | 0.3 | 0.52 | 0.35 |
| 0.8 | 0.89 | 0.33 | 0.06 | 0.57 | 0.57 | 0.4 | 0.67 | 0.95 | 0.45 | 0.71 | 0.63 | 0.77 | 0.52 | 0.54 | 0.2 |
| 0.21 | 0.14 | 0.95 | 0.57 | 0.61 | 0.58 | 0.14 | 0 | 0.25 | 0.01 | 0.26 | 0.22 | 0.85 | 0.94 | 0.13 | 0.02 |
| 0.16 | 0.47 | 0.15 | 0.5 | 0.97 | 0.92 | 0.59 | 0.23 | 0.09 | 0.9 | 0.79 | 0.65 | 0.47 | 0.37 | 0.61 | 0.25 |
| 0.51 | 0.76 | 0.56 | 0.75 | 0.13 | 0.57 | 0.51 | 0.78 | 0.29 | 0.66 | 0.64 | 0.54 | 0.77 | 0.91 | 0.74 | 0.5 |
| 0.11 | 0.29 | 0.96 | 0.14 | 0.89 | 0.03 | 0.04 | 0.63 | 0.99 | 0.47 | 0.13 | 0.29 | 0.62 | 0.1 | 0.73 | 0.4 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 225 | 226 | 227 | 228 | 229 | 230 | 231 | 232 | 233 | 234 | 235 | 236 | 237 | 238 | 239 | 240 |
| 0.43 | 0.75 | 0.18 | 0.95 | 0.73 | 0.59 | 0.61 | 0.45 | 0.89 | 0.01 | 0.93 | 0.89 | 0.71 | 0.31 | 0.11 | 0.79 |
| 0.04 | 0.29 | 0.78 | 0.28 | 0.56 | 0.47 | 0.5 | 0.32 | 0.03 | 0.19 | 0.86 | 0.91 | 0.51 | 0.4 | 0.28 | 0.7 |
| 0.8 | 0.85 | 0.99 | 0.04 | 0.8 | 0.1 | 0.94 | 0.12 | 0.14 | 0.72 | 0.21 | 0.31 | 0.79 | 0.47 | 0.64 | 0.77 |
| 0.72 | 0.62 | 0.24 | 0.14 | 0.25 | 0.48 | 0.54 | 0.54 | 0.03 | 0.32 | 0.15 | 0.71 | 0.85 | 0.3 | 0.61 | 0.42 |
| 0.28 | 0.81 | 0.37 | 0.58 | 0.5 | 0.43 | 0.06 | 0.33 | 0.21 | 0.75 | 0.18 | 0.29 | 0.79 | 0.86 | 0.62 | 0.23 |
| 0.71 | 0.72 | 0.15 | 0.91 | 0.6 | 0.77 | 0.16 | 0.69 | 0.25 | 0.47 | 0.48 | 0.73 | 0.89 | 0.86 | 0.65 | 0.49 |
| 0.49 | 0.45 | 0.01 | 0.14 | 0.65 | 0.4 | 0.62 | 0.84 | 0.33 | 0.66 | 0.39 | 0.37 | 0.9 | 0.03 | 0.97 | 0.69 |
| 0.26 | 0.56 | 0.72 | 0.14 | 0.63 | 0.85 | 0.3 | 0.67 | 0.36 | 0.09 | 0.65 | 0.71 | 0.2 | 0.91 | 0.8 | 0.76 |
| 0.38 | 0.32 | 0.71 | 0.66 | 0.41 | 0.62 | 0.74 | 0.88 | 0.88 | 0 | 0.78 | 0.69 | 0.25 | 0.6 | 0.29 | 0.02 |
| 0.28 | 0.47 | 0.21 | 0.04 | 0.03 | 0.17 | 0.21 | 0.18 | 0.6 | 0.82 | 0.04 | 0.19 | 0 | 0.04 | 0.22 | 0.96 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 241 | 242 | 243 | 244 | 245 | 246 | 247 | 248 | 249 | 250 | 251 | 252 | 253 | 254 | 255 | 256 |
| 0.61 | 0.71 | 0.19 | 0.63 | 0.77 | 0.92 | 0.13 | 0.37 | 0.57 | 0.51 | 0.14 | 0.95 | 0.95 | 0.01 | 0.56 | 0.6 |
| 0.49 | 0.63 | 0.18 | 0.62 | 0.94 | 0.72 | 0.65 | 0.47 | 0.36 | 0.42 | 0.52 | 0.3 | 0.81 | 0.77 | 0.03 | 0.67 |
| 0.51 | 0.59 | 0.06 | 0.73 | 0.5 | 0.23 | 0.5 | 0.72 | 0.83 | 0.54 | 0.05 | 0.67 | 0.04 | 0.03 | 0.86 | 0.74 |
| 0.35 | 0.13 | 0.62 | 0.22 | 0.24 | 0.77 | 0.15 | 0.89 | 0.15 | 0.04 | 0.95 | 0.3 | 0.98 | 0.44 | 0.48 | 0.93 |
| 0.33 | 0.09 | 0.63 | 0.4 | 0.87 | 0.8 | 0.76 | 0.93 | 0.25 | 0.99 | 0.39 | 0.78 | 0.05 | 0.41 | 0.93 | 0.41 |
| 0.44 | 0.73 | 0.77 | 0.44 | 0.18 | 0.42 | 0.63 | 0.12 | 0.98 | 0.6 | 0.8 | 0.99 | 0.88 | 0.86 | 0.87 | 0.41 |
| 0.32 | 0.6 | 0.47 | 0.21 | 0.56 | 0.95 | 0.16 | 0.23 | 0.96 | 0.58 | 0.64 | 0.57 | 0.3 | 0.21 | 0.63 | 0.15 |
| 0.98 | 0.19 | 0.31 | 0.95 | 0.16 | 0.73 | 0.53 | 0.81 | 0.29 | 0.74 | 0.16 | 0.77 | 0.29 | 0.47 | 0.86 | 0.72 |
| 0.42 | 0.29 | 0.24 | 0.65 | 0.43 | 0.66 | 0.8 | 0.09 | 0.8 | 0.67 | 0.69 | 0.28 | 0.23 | 0.82 | 0.8 | 0.68 |
| 0.99 | 0.64 | 0 | 0.48 | 0.24 | 0.35 | 0.4 | 0.37 | 0.01 | 0.41 | 0.63 | 0.14 | 0.96 | 0.58 | 0.97 | 0.94 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 257 | 258 | 259 | 260 | 261 | 262 | 263 | 264 | 265 | 266 | 267 | 268 | 269 | 270 | 271 | 272 |
| 0.09 | 0.24 | 0.32 | 0.37 | 0.89 | 0.69 | 0.07 | 0.06 | 0.97 | 0.79 | 0.42 | 0.23 | 0.62 | 0.5 | 0.82 | 0.21 |
| 0.68 | 0.89 | 0.57 | 0.38 | 0.37 | 0.98 | 0.62 | 0.3 | 0.01 | 0.59 | 0.37 | 0.76 | 0.47 | 0.16 | 0.51 | 0.22 |
| 0.89 | 0.35 | 0.78 | 0.6 | 0.15 | 0.88 | 0.16 | 0.17 | 0.55 | 0.78 | 0.29 | 0.73 | 0.52 | 0.33 | 0.44 | 0.6 |
| 0.42 | 0.81 | 0.51 | 0.26 | 0.27 | 0.2 | 0.37 | 0.34 | 0.31 | 0.46 | 0.53 | 0.19 | 0.77 | 0.77 | 0.41 | 0.6 |
| 0.31 | 0.99 | 0.06 | 0.65 | 0.54 | 0.18 | 0.76 | 0.39 | 0.79 | 0.29 | 0.33 | 0.44 | 0.19 | 0.52 | 0.15 | 0.41 |
| 0.34 | 0.18 | 0.99 | 0.48 | 0.54 | 0.44 | 0.73 | 0.45 | 0.67 | 0.38 | 0.31 | 0.62 | 0.49 | 0.93 | 0.41 | 0.91 |
| 0.31 | 0.81 | 0.48 | 0.09 | 0.27 | 0.77 | 0.71 | 0.03 | 0.86 | 0.38 | 0.77 | 0.34 | 0.31 | 0.77 | 0.2 | 0.75 |
| 0.45 | 0.65 | 0.45 | 0.32 | 0.2 | 0.77 | 0.7 | 0.92 | 0.12 | 0.01 | 0.9 | 0.51 | 0.66 | 0.09 | 0.62 | 0.8 |
| 0.49 | 0.09 | 0.26 | 0.36 | 0.01 | 0.97 | 0.59 | 0.88 | 0.28 | 0.16 | 0.13 | 0.32 | 0.31 | 0.66 | 0.63 | 0.65 |
| 0.28 | 0.61 | 0.93 | 0.26 | 0.68 | 0.63 | 0.36 | 0.06 | 0.27 | 0.35 | 0.67 | 0.63 | 0.03 | 0.54 | 0.47 | 0.76 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 273 | 274 | 275 | 276 | 277 | 278 | 279 | 280 | 281 | 282 | 283 | 284 | 285 | 286 | 287 | 288 |
| 0.28 | 0.03 | 0.5 | 0.45 | 0.07 | 0.77 | 0.23 | 0.55 | 0.47 | 0.1 | 0.58 | 0.59 | 0.54 | 0.87 | 0.02 | 0.79 |
| 0.08 | 0.14 | 0.35 | 0.62 | 0.4 | 0.14 | 0.51 | 0.71 | 0.8 | 0.62 | 0.46 | 0.43 | 0.62 | 0.67 | 0.94 | 0.56 |
| 0.12 | 0.75 | 0.31 | 0.81 | 0.34 | 0.07 | 0.83 | 0.3 | 0.33 | 0.62 | 0.54 | 0.23 | 0.27 | 0.83 | 0.94 | 0.49 |
| 0.75 | 0.38 | 0.24 | 0.37 | 0.2 | 0.58 | 0.35 | 0.31 | 0.14 | 0.77 | 0.11 | 0.99 | 0.26 | 0.06 | 0.38 | 0.13 |
| 0.34 | 0.67 | 0.76 | 0.87 | 0.96 | 0.95 | 0.97 | 0.03 | 0.09 | 0.83 | 0.39 | 0.13 | 0.07 | 0.71 | 0.09 | 0.87 |
| 0.04 | 0.08 | 0.59 | 0.13 | 0.37 | 0.46 | 0.41 | 0.44 | 0.28 | 0.22 | 0.77 | 0.26 | 0.34 | 0.65 | 0.94 | 0.7 |
| 0.47 | 0.45 | 0.87 | 0.84 | 0.77 | 0.87 | 0.2 | 0.19 | 0.27 | 0.71 | 0.52 | 0.8 | 0.73 | 0.17 | 0.67 | 0.9 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.77 | 0.07 | 0.15 | 0.72 | 0.13 | 0.44 | 0.47 | 0.3 | 0.6 | 0.57 | 0 | 0.73 | 0.34 | 0.92 | 0.43 | 0.69 |
| 0.31 | 0.13 | 0.83 | 0.5 | 0.49 | 0.31 | 0.63 | 0.12 | 0.84 | 0.04 | 0.25 | 0.12 | 0.19 | 0.25 | 0.65 | 0.17 |
| 0.98 | 0.06 | 0.94 | 0.11 | 0.35 | 0.28 | 0.01 | 0.31 | 0.47 | 0.01 | 0.3 | 0.47 | 0.81 | 0.64 | 0.37 | 0.88 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 289 | 290 | 291 | 292 | 293 | 294 | 295 | 296 | 297 | 298 | 299 | 300 | 301 | 302 | 303 | 304 |
| 0.51 | 0.85 | 0.29 | 0.09 | 0.28 | 0.54 | 0.52 | 0.01 | 0.16 | 0.58 | 0.39 | 0.34 | 0.19 | 0.65 | 0.62 | 0.13 |
| 0.49 | 0.14 | 0.34 | 0.15 | 0.95 | 0.62 | 0.58 | 0.65 | 0.86 | 0.55 | 0.7 | 0.55 | 0.26 | 0.9 | 0.49 | 0.65 |
| 0.2 | 0.98 | 0.58 | 0.03 | 0.38 | 0.5 | 0.72 | 0.24 | 0.26 | 0.48 | 0.29 | 0.39 | 0.72 | 0.85 | 0.84 | 0.78 |
| 0.31 | 0.63 | 0.05 | 0.77 | 0.77 | 0.56 | 0.06 | 0.88 | 0.87 | 0.64 | 0.46 | 0.24 | 0.82 | 0.46 | 0.85 | 0.79 |
| 0.26 | 0.03 | 0.95 | 0.35 | 0.27 | 0.73 | 0.48 | 0.03 | 0.04 | 0.8 | 0.29 | 0 | 0.58 | 0.76 | 0.07 | 0.58 |
| 0.25 | 0.1 | 0.47 | 0.47 | 0.09 | 0.16 | 0.43 | 0.96 | 0.13 | 0.62 | 0.67 | 0.6 | 0.44 | 0.92 | 0.56 | 0.27 |
| 0.42 | 0.04 | 0.2 | 0.83 | 0.2 | 0.85 | 0.66 | 0.11 | 0.9 | 0.62 | 0.54 | 0.54 | 0.33 | 0.72 | 0.13 | 0.15 |
| 0.35 | 0.95 | 0.84 | 0.5 | 0.68 | 0.77 | 0.24 | 0.6 | 0.29 | 0.01 | 0.61 | 0.87 | 0.66 | 0.79 | 0.52 | 0.4 |
| 0.61 | 0.63 | 0.42 | 0.52 | 0.25 | 0.77 | 0.19 | 0.54 | 0.29 | 0.16 | 0.29 | 0.91 | 0.93 | 0.06 | 0.45 | 0.53 |
| 0.77 | 0.99 | 0.14 | 0.03 | 0.73 | 0.4 | 0.43 | 0.28 | 0.75 | 0.26 | 0.28 | 0.88 | 0.96 | 0.39 | 0.95 | 0.87 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 305 | 306 | 307 | 308 | 309 | 310 | 311 | 312 | 313 | 314 | 315 | 316 | 317 | 318 | 319 | 320 |
| 0.94 | 0.75 | 0.72 | 0.91 | 0.74 | 0.64 | 0.26 | 0.35 | 0.74 | 0.55 | 0.25 | 0.4 | 0.79 | 0.09 | 0.14 | 0.51 |
| 0.35 | 0.71 | 0.11 | 0.36 | 0.94 | 0.1 | 0.91 | 0.19 | 0.39 | 0.32 | 0.51 | 0.91 | 0.07 | 0.6 | 0.2 | 0.82 |
| 0.52 | 0.02 | 0.61 | 0.87 | 0.98 | 0.53 | 0.18 | 0.87 | 0.7 | 0.58 | 0.42 | 0.97 | 0.25 | 0.91 | 0.67 | 0.78 |
| 0.13 | 0.14 | 0.96 | 0.99 | 0 | 0.9 | 0.19 | 0.21 | 0.16 | 0.97 | 0.17 | 0.37 | 0.27 | 0.84 | 0.76 | 0.84 |
| 0.72 | 0.68 | 0.6 | 0.84 | 0.9 | 0.03 | 0.37 | 0.7 | 0.24 | 0.24 | 0.29 | 0.16 | 0.51 | 0.3 | 0.05 | 0 |
| 0.51 | 0.68 | 0.32 | 0.33 | 0.64 | 0.35 | 0.03 | 0.89 | 0.51 | 0.7 | 0.29 | 0.89 | 0.39 | 0.22 | 0.33 | 0.45 |
| 0.17 | 0.22 | 0.01 | 0.38 | 0.12 | 0.8 | 0.69 | 0.65 | 0.01 | 0.17 | 0.84 | 0.4 | 0.87 | 0.45 | 0.19 | 0.6 |
| 0.12 | 0.12 | 0.28 | 0.59 | 0.93 | 0.71 | 0.62 | 0.31 | 0.3 | 0.17 | 0.11 | 0.44 | 0.48 | 0.46 | 0.4 | 0.9 |
| 0.38 | 0.9 | 0.64 | 0.49 | 0.54 | 0.44 | 0 | 0.61 | 0.98 | 0.69 | 0.07 | 0.54 | 0.85 | 0.16 | 0.02 | 0.63 |
| 0.27 | 0.5 | 0.52 | 0.98 | 0.34 | 0.91 | 0.87 | 0.4 | 0.78 | 0.66 | 0.8 | 0.88 | 0.18 | 0.33 | 0.85 | 0.1 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 321 | 322 | 323 | 324 | 325 | 326 | 327 | 328 | 329 | 330 | 331 | 332 | 333 | 334 | 335 | 336 |
| 0.22 | 0.83 | 0.34 | 0.5 | 0.85 | 0.04 | 0.86 | 0.08 | 0.25 | 0.03 | 0.93 | 0.02 | 0.13 | 0.32 | 0.19 | 0.71 |
| 0.55 | 0.18 | 0.43 | 0.06 | 0.35 | 0.45 | 0.5 | 0.07 | 0.66 | 0.82 | 0.82 | 0.94 | 0.93 | 0.04 | 0.13 | 0.77 |
| 0.65 | 0.52 | 0.79 | 0.39 | 0.75 | 0.17 | 0.54 | 0.61 | 0.39 | 0.53 | 0.98 | 0.46 | 0.83 | 0.39 | 0.36 | 0.38 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.3 | 0.47 | 0.46 | 0.11 | 0.99 | 0.66 | 0.53 | 0.85 | 0.81 | 0.53 | 0.84 | 0.2 | 0.56 | 0.85 | 0.33 | 0.86 |
| 0.21 | 0.86 | 0.72 | 0.52 | 0.33 | 0.4 | 0.28 | 0.3 | 0.87 | 0.11 | 0.23 | 0.28 | 0.27 | 0.89 | 0.21 | 0.25 |
| 0.07 | 0.71 | 0.26 | 0.29 | 0.46 | 0.32 | 0.29 | 0.56 | 0.39 | 0.89 | 0.89 | 0.89 | 0.35 | 0.82 | 0.11 | 0.67 |
| 0.45 | 0.62 | 0.7 | 0.1 | 0.21 | 0.83 | 0.56 | 0.46 | 0.22 | 0.01 | 0.34 | 0.96 | 0.71 | 0.51 | 0.88 | 0.19 |
| 0.09 | 0.73 | 0.03 | 0.81 | 0.19 | 0.8 | 0.04 | 0.97 | 0.34 | 0.07 | 0.23 | 0.96 | 0.1 | 0.36 | 0.85 | 0.4 |
| 0.66 | 0.43 | 0.19 | 0.39 | 0.5 | 0.97 | 0.9 | 0.19 | 0.06 | 0.99 | 0.63 | 0.95 | 0.52 | 0.45 | 0.3 | 0.05 |
| 0.45 | 0.05 | 0.8 | 0.68 | 0.55 | 0.01 | 0.95 | 0.67 | 0.3 | 0.22 | 0.92 | 0.19 | 0.13 | 0.93 | 0.39 | 0.18 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 337 | 338 | 339 | 340 | 341 | 342 | 343 | 344 | 345 | 346 | 347 | 348 | 349 | 350 | 351 | 352 |
| 0.56 | 0.8 | 0.34 | 0.49 | 0.03 | 0.98 | 0.2 | 0.59 | 0.55 | 0.1 | 0.02 | 0.26 | 0.35 | 0.35 | 0.36 | 0.19 |
| 0.2 | 0.41 | 0.99 | 0.47 | 0.45 | 0.53 | 0.85 | 0.93 | 0.81 | 0.02 | 0.34 | 0.39 | 0.55 | 0.44 | 0.95 | 0.97 |
| 0.78 | 0.37 | 0.79 | 0.02 | 0.37 | 0.42 | 0.16 | 0.17 | 0.27 | 0.11 | 0.17 | 0.23 | 0.64 | 0.34 | 0.35 | 0.43 |
| 0.94 | 0.78 | 0.22 | 0.18 | 0.18 | 0.52 | 0.86 | 0.24 | 0.08 | 0.51 | 0.4 | 0.06 | 0.66 | 0.04 | 0.43 | 0.32 |
| 0.58 | 0.88 | 0.56 | 0.98 | 0.67 | 0.05 | 0.43 | 0.15 | 0.47 | 0.06 | 0.96 | 0.57 | 0.47 | 0.45 | 0.85 | 0.5 |
| 0.33 | 0.23 | 0.23 | 0.34 | 0.21 | 0.07 | 0.3 | 0.15 | 0.45 | 0.94 | 0.05 | 0.16 | 0.55 | 0.37 | 0.9 | 0.68 |
| 0.66 | 0.27 | 0.33 | 0.37 | 0.99 | 0.58 | 0.51 | 0.15 | 0.62 | 0.57 | 0.84 | 0.32 | 0.29 | 0.88 | 0.27 | 0.37 |
| 0.23 | 0.19 | 0.89 | 0.87 | 0.57 | 0.14 | 0.15 | 0.95 | 0.78 | 0.11 | 0.19 | 0.63 | 0.58 | 0.33 | 0 | 0.59 |
| 0.4 | 0.87 | 0.3 | 0.68 | 0.12 | 0.16 | 0.02 | 0.87 | 0.64 | 0.96 | 0.28 | 0.67 | 0.44 | 0.6 | 0.47 | 0.74 |
| 0.64 | 0.91 | 0.59 | 0.95 | 0.05 | 0.49 | 0.73 | 0.74 | 0.25 | 0.62 | 0.69 | 0.01 | 0.04 | 0.9 | 0.37 | 0.78 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 353 | 354 | 355 | 356 | 357 | 358 | 359 | 360 | 361 | 362 | 363 | 364 | 365 | 366 | 367 | 368 |
| 0.19 | 0.86 | 0.83 | 0.59 | 0.38 | 0.14 | 0.65 | 0.74 | 0.12 | 0.68 | 0.04 | 0.92 | 0.56 | 0.48 | 0.79 | 0.85 |
| 0.56 | 0.14 | 0.53 | 0.72 | 0.34 | 0.78 | 0.67 | 0.33 | 0.03 | 0.9 | 0.46 | 0.88 | 0.38 | 0.34 | 0.36 | 0.34 |
| 0.65 | 0.53 | 0.79 | 0.49 | 0.86 | 0.41 | 0.92 | 0.7 | 0.56 | 0.38 | 0.72 | 0.93 | 0.17 | 0.48 | 0.72 | 0.33 |
| 0.2 | 0.83 | 0.76 | 0.01 | 0.12 | 0.3 | 0.29 | 0.91 | 0.13 | 0.67 | 0.93 | 0.86 | 0.27 | 0.08 | 0.94 | 0.38 |
| 0.79 | 0.93 | 0.62 | 0.01 | 0.62 | 0.95 | 0.15 | 0.41 | 0.33 | 0.71 | 0.42 | 0.48 | 0.92 | 0.83 | 0.07 | 0.22 |
| 0.01 | 0.26 | 0.9 | 0.14 | 0.75 | 0.46 | 0.68 | 0.47 | 0.65 | 0.35 | 0.76 | 0.16 | 0.47 | 0.73 | 0.79 | 0.46 |
| 0.75 | 0.2 | 0.04 | 0.9 | 0.75 | 0.71 | 0.55 | 0.52 | 0.78 | 0.19 | 0.65 | 0.36 | 0.21 | 0.32 | 0.39 | 0.26 |
| 0.4 | 0.61 | 0.6 | 0.13 | 0.63 | 0.58 | 0.15 | 0.59 | 0.07 | 0.42 | 0.2 | 0.2 | 0.2 | 0.31 | 0.87 | 0.27 |
| 0.76 | 0.05 | 0.27 | 0.72 | 0.19 | 0 | 0.55 | 0.61 | 0.48 | 0.42 | 0.55 | 0.51 | 0.87 | 0.92 | 0.53 | 0.03 |
| 0.43 | 0.51 | 0.39 | 0.84 | 0.42 | 0.53 | 0.22 | 0.34 | 0.15 | 0.76 | 0.23 | 0.36 | 0.1 | 0.64 | 0.25 | 0.06 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 369 | 370 | 371 | 372 | 373 | 374 | 375 | 376 | 377 | 378 | 379 | 380 | 381 | 382 | 383 | 384 |
| 0.39 | 0.04 | 0.97 | 0.5 | 0.08 | 0.65 | 0.62 | 0.71 | 0.09 | 0.53 | 0.59 | 0.19 | 0.46 | 0.58 | 0.97 | 0.51 |
| 0.41 | 0.31 | 0.03 | 0.48 | 0.22 | 0.76 | 0.93 | 0.06 | 0.24 | 0.74 | 0.35 | 0.36 | 0.32 | 0.56 | 0.91 | 0.6 |
| 0.78 | 0.15 | 0.47 | 0.81 | 0.81 | 0.15 | 0.28 | 0.43 | 0.66 | 0.79 | 0.57 | 0.06 | 0.11 | 0.08 | 0.61 | 0.53 |
| 0.31 | 0.5 | 0.44 | 0.52 | 0.12 | 0.74 | 0.73 | 0.92 | 0.45 | 0.44 | 0.94 | 0.54 | 0.23 | 0.68 | 0.28 | 0.86 |
| 0.06 | 0.13 | 0.4 | 0.84 | 0.14 | 0.86 | 0.37 | 0.76 | 0.7 | 0.09 | 0.61 | 0.2 | 0.71 | 0.51 | 0.24 | 0.91 |
| 0.4 | 0.43 | 0.02 | 0.72 | 0.53 | 0.86 | 0.07 | 0.64 | 0.82 | 0.36 | 0.34 | 0.14 | 0.33 | 0.46 | 0.23 | 0.51 |
| 0.89 | 0.75 | 0.76 | 0.64 | 0.52 | 0.16 | 0.41 | 0.37 | 0.67 | 0.96 | 0.9 | 0.31 | 0.49 | 0.5 | 0.19 | 0.1 |
| 0.85 | 0.75 | 0.98 | 0.44 | 0.23 | 0.91 | 0.98 | 0.62 | 0.91 | 0.64 | 0.21 | 0.93 | 0.99 | 0.49 | 0.07 | 0.23 |
| 0.62 | 0.34 | 0.64 | 0.68 | 0.44 | 0.11 | 0.73 | 0.94 | 0.03 | 0.26 | 0.59 | 0.18 | 0.4 | 0.44 | 0.37 | 0.8 |
| 0.51 | 0.33 | 0.38 | 0.94 | 0.52 | 0.57 | 0.42 | 0.39 | 0.95 | 0.08 | 0.29 | 0.65 | 0.91 | 0.22 | 0.85 | 0.08 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 385 | 386 | 387 | 388 | 389 | 390 | 391 | 392 | 393 | 394 | 395 | 396 | 397 | 398 | 399 | 400 |
| 0.55 | 0.58 | 0.21 | 0.57 | 0.25 | 0.03 | 0.1 | 0.71 | 0.25 | 0.7 | 0.12 | 0.66 | 0.83 | 0.02 | 0.4 | 0.29 |
| 0.29 | 0.52 | 0.52 | 0.2 | 0.11 | 0.87 | 0.26 | 0.76 | 0.75 | 0.62 | 0.2 | 0.41 | 0.54 | 0.2 | 0.51 | 0.61 |
| 0.84 | 0.16 | 0.34 | 0.84 | 0.75 | 0.65 | 0.16 | 0.99 | 0.98 | 0.11 | 0.61 | 0.41 | 0.01 | 0 | 0.29 | 0.96 |
| 0.07 | 0.83 | 0.86 | 0.9 | 0.92 | 0.91 | 0.6 | 0.3 | 0.28 | 0.84 | 0 | 0.26 | 0.91 | 0.04 | 0.14 | 0.07 |
| 0.92 | 0.88 | 0.62 | 0.15 | 0.07 | 0.84 | 0.24 | 0.51 | 0.67 | 0.09 | 0.08 | 0.7 | 0 | 0.69 | 0.92 | 0.82 |
| 0.12 | 0.06 | 0.6 | 0.41 | 0.83 | 0.71 | 0.8 | 0.65 | 0.35 | 0.56 | 0.72 | 0.52 | 0.53 | 0.25 | 0.67 | 0.53 |
| 0.28 | 0.61 | 0.29 | 0.1 | 0.42 | 0.48 | 0.77 | 0.61 | 0.82 | 0.58 | 0.29 | 0.76 | 0.51 | 0.57 | 0.95 | 0.98 |
| 0.47 | 0.03 | 0.56 | 0.22 | 0.26 | 0.29 | 0.34 | 0.86 | 0 | 0.34 | 0.15 | 0.87 | 0.22 | 0.98 | 0.05 | 0.34 |
| 0.98 | 0.96 | 0.5 | 0.22 | 0.62 | 0.91 | 0.74 | 0.87 | 0.88 | 0.2 | 0.27 | 0.34 | 0.2 | 0.92 | 0.22 | 0.24 |
| 0.53 | 0.39 | 0.85 | 0.62 | 0.64 | 0.76 | 0.69 | 0.14 | 0.9 | 0.55 | 0.62 | 0.84 | 0.25 | 0.03 | 0.91 | 0.27 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 401 | 402 | 403 | 404 | 405 | 406 | 407 | 408 | 409 | 410 | 411 | 412 | 413 | 414 | 415 | 416 |
| 0.57 | 0.71 | 0.02 | 0.84 | 0.02 | 0.79 | 0.98 | 0.06 | 0.63 | 0.65 | 0.82 | 0.54 | 0.88 | 0.92 | 0.64 | 0.88 |
| 0.02 | 0.54 | 0.56 | 0.61 | 0.01 | 0.72 | 0.96 | 0.7 | 0.26 | 0.64 | 0.07 | 0.65 | 0.59 | 0.04 | 0.29 | 0.09 |
| 0.94 | 0.56 | 0.81 | 0.5 | 0.65 | 0.26 | 0.53 | 0.05 | 0.37 | 0.18 | 0.29 | 0.41 | 0.27 | 0.03 | 0.36 | 0.93 |
| 0.13 | 0.78 | 0.51 | 0.78 | 0.6 | 0.9 | 0.4 | 0.7 | 0.86 | 0.67 | 0.11 | 0.49 | 0.65 | 0.58 | 0.34 | 0.34 |
| 0.34 | 0.76 | 0.93 | 0.38 | 0.57 | 0.81 | 0.71 | 0.13 | 0.86 | 0.45 | 0.58 | 0.73 | 0.67 | 0.81 | 0.23 | 0.01 |
| 0.45 | 0.87 | 0.68 | 0.71 | 0.26 | 0.6 | 0.34 | 0.89 | 0.13 | 0.9 | 0.95 | 0.62 | 0 | 0.99 | 0.39 | 0.36 |
| 0.1 | 0.31 | 0.02 | 0.91 | 0.61 | 0.61 | 0.52 | 0.88 | 0.13 | 0.84 | 0.37 | 0.9 | 0.99 | 0.04 | 0.23 | 0.17 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.47 | 0.33 | 0.63 | 0.94 | 0.8 | 0.45 | 0.75 | 0.93 | 0.14 | 0.93 | 0.14 | 0.05 | 0.29 | 0.76 | 0.34 | 0.75 |
| 0.74 | 0.81 | 0.19 | 0.35 | 0.67 | 0.09 | 0.11 | 0.01 | 0.37 | 0.75 | 0.17 | 0.21 | 0 | 0.8 | 0.31 | 0.55 |
| 0.9 | 0.24 | 0.85 | 0.3 | 0.9 | 0.66 | 0.92 | 0.03 | 0.76 | 0.71 | 0.92 | 0.2 | 0.33 | 0.22 | 0.9 | 0.94 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 417 | 418 | 419 | 420 | 421 | 422 | 423 | 424 | 425 | 426 | 427 | 428 | 429 | 430 | 431 | 432 |
| 0.33 | 0.46 | 0.76 | 0.85 | 0.14 | 0.22 | 0.14 | 0.47 | 0.73 | 0.79 | 0.39 | 0.37 | 0.51 | 0.7 | 0.34 | 0.43 |
| 0.66 | 0.19 | 0.91 | 0.04 | 0.03 | 0.37 | 0.51 | 0.11 | 0.73 | 0.54 | 0.71 | 0.91 | 0.85 | 0.5 | 0.46 | 0.44 |
| 0.9 | 0.26 | 0.36 | 0.55 | 0.12 | 0.81 | 0.62 | 0.28 | 0.82 | 0.44 | 0.62 | 0.57 | 0.59 | 0.16 | 0.33 | 0.3 |
| 0.39 | 0.1 | 0.72 | 0.25 | 0.38 | 0.37 | 0.42 | 0.18 | 0.21 | 0.4 | 0.88 | 0.35 | 0.08 | 0.65 | 0.73 | 0.91 |
| 0.77 | 0.15 | 0.09 | 0.68 | 0.28 | 0.87 | 0.47 | 0.82 | 0.65 | 0.69 | 0.95 | 0.99 | 0.57 | 0.44 | 0.9 | 0.66 |
| 0.17 | 0.58 | 0.34 | 0.41 | 0.37 | 0.52 | 0.23 | 0.97 | 0.09 | 0.68 | 0.34 | 0.08 | 0 | 0.53 | 0.55 | 0.98 |
| 0.49 | 0.17 | 0.54 | 0.17 | 0.38 | 0.18 | 0.83 | 0.99 | 0.94 | 0.46 | 0.97 | 0.48 | 0.67 | 0.62 | 0.65 | 0.51 |
| 0.65 | 0.82 | 0.76 | 0.58 | 0.48 | 0.35 | 0.88 | 0.45 | 0.31 | 0.42 | 0.77 | 0.56 | 0.87 | 0.9 | 0.02 | 0.9 |
| 0.95 | 0.17 | 0.02 | 0.83 | 0.52 | 0.97 | 0.16 | 0.34 | 0.45 | 0.62 | 0.12 | 0.96 | 0.4 | 0.43 | 0.52 | 0.31 |
| 0.17 | 0.6 | 0.06 | 0.65 | 0.1 | 0.12 | 0.41 | 0.2 | 0.06 | 0.59 | 0.75 | 0.58 | 0.51 | 0.27 | 0.61 | 0.78 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 433 | 434 | 435 | 436 | 437 | 438 | 439 | 440 | 441 | 442 | 443 | 444 | 445 | 446 | 447 | 448 |
| 0.58 | 0.38 | 0.29 | 0.2 | 0.41 | 0.97 | 0.48 | 0.44 | 0.23 | 0.6 | 0.8 | 0.07 | 0.19 | 0.3 | 0.45 | 0.76 |
| 0.18 | 0.93 | 0.23 | 0.49 | 0.22 | 0.92 | 0.79 | 0.65 | 0.01 | 0.98 | 0.75 | 0.18 | 0.72 | 0.12 | 0.72 | 0.67 |
| 0.5 | 0.79 | 0.81 | 0.25 | 0.54 | 0.7 | 0.95 | 0.89 | 0.04 | 0.55 | 0.63 | 0.57 | 0.92 | 0.12 | 0.21 | 0.03 |
| 0.33 | 0.46 | 0.69 | 0.74 | 0.99 | 0.23 | 0.56 | 0.3 | 0.25 | 0.49 | 0.47 | 0.8 | 0.24 | 0.9 | 0.11 | 0.41 |
| 0.95 | 0.21 | 0.23 | 0.82 | 0.81 | 0.53 | 0.09 | 0.11 | 0.4 | 0.79 | 0.07 | 0.38 | 0.6 | 0.25 | 0.15 | 0.22 |
| 0.74 | 0.29 | 0.95 | 0.81 | 0.8 | 0.72 | 0.47 | 0.16 | 0.25 | 0.91 | 0.66 | 0.85 | 0.45 | 0.13 | 0.33 | 0.12 |
| 0.39 | 0.48 | 0.04 | 0.94 | 0.7 | 0.79 | 0.11 | 0.91 | 0.53 | 0.26 | 0.73 | 0.43 | 0.02 | 0.82 | 0.44 | 0.18 |
| 0.6 | 0.41 | 0.42 | 0.63 | 0.63 | 0.95 | 0.48 | 0 | 0.04 | 0.48 | 0 | 0.26 | 0.7 | 0.49 | 0.62 | 0.48 |
| 0.2 | 0.17 | 0.92 | 0.89 | 0.64 | 0.76 | 0.69 | 0.75 | 0.83 | 0.18 | 0.32 | 0.71 | 0.31 | 0.42 | 0.51 | 0.7 |
| 0.29 | 0.69 | 0.23 | 0.48 | 0.89 | 0.62 | 0.76 | 0.68 | 0.44 | 0.03 | 0.23 | 0.26 | 0.09 | 0.27 | 0.52 | 0.49 |

Variant No./ Random values

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 449 | 450 | 451 | 452 | 453 | 454 | 455 | 456 | 457 | 458 | 459 | 460 | 461 | 462 | 463 | 464 |
| 0.6 | 0.35 | 0.79 | 0.96 | 0.46 | 0.92 | 0.56 | 0.5 | 0.49 | 0.36 | 0.81 | 0.83 | 0.6 | 0.9 | 0.03 | 0.23 |
| 0.8 | 0.92 | 0.93 | 0.45 | 0.95 | 0.88 | 0.97 | 0.06 | 0.95 | 0.36 | 0.53 | 0.49 | 0.4 | 0.6 | 0.34 | 0.02 |
| 0.16 | 0.65 | 0.44 | 0.37 | 0.55 | 0.89 | 0 | 0.45 | 0.63 | 0.28 | 0.82 | 0.25 | 0.05 | 0.45 | 0.25 | 0.56 |

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0.4 | 0.56 | 0.44 | 0.82 | 0.46 | 0.51 | 0.51 | 0.87 | 0.54 | 0.71 | 0.19 | 0.62 | 0.18 | 0.44 | 0.39 | 0.65 |
| 0.82 | 0.53 | 0.37 | 0.54 | 0.38 | 0.85 | 0.69 | 0.09 | 0.41 | 0.13 | 0.03 | 0.15 | 0.09 | 0.52 | 0.61 | 0.79 |
| 0.37 | 0.8 | 0.02 | 0.97 | 0.41 | 0.2 | 0.76 | 0.65 | 0.14 | 0.79 | 0.39 | 0.42 | 0.59 | 0.02 | 0.98 | 0.96 |
| 0.95 | 0.94 | 0.69 | 0.95 | 0.56 | 0.57 | 0.61 | 0.21 | 0.86 | 0.56 | 0.19 | 0.67 | 0.33 | 0.78 | 0.62 | 0.36 |
| 0.25 | 0.61 | 0.25 | 0.21 | 0.63 | 0.2 | 0.86 | 0.28 | 0.69 | 0.22 | 0.21 | 0.03 | 0.27 | 0.48 | 0.89 | 0.21 |
| 0.86 | 0.54 | 0.36 | 0.48 | 0.02 | 0.29 | 0.67 | 0.8 | 0.7 | 0.57 | 0.65 | 0.61 | 0.51 | 0.44 | 0.63 | 0.2 |
| 0.46 | 0.92 | 0.79 | 0.06 | 0.82 | 0.12 | 0.07 | 0.38 | 0.83 | 0.77 | 0.81 | 0.42 | 0.33 | 0.56 | 0.28 | 0.23 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 465 | 466 | 467 | 468 | 469 | 470 | 471 | 472 | 473 | 474 | 475 | 476 | 477 | 478 | 479 | 480 |
| 0.6 | 0.89 | 0.63 | 0.2 | 0.8 | 0.68 | 0.22 | 0.24 | 0.68 | 0.01 | 0.22 | 0.48 | 0.26 | 0.11 | 0.77 | 0.18 |
| 0.58 | 0.96 | 0.38 | 0.14 | 0.09 | 0.18 | 0.39 | 0.03 | 0.67 | 0.36 | 0.72 | 0.22 | 0.08 | 0.88 | 0.32 | 0.15 |
| 0.13 | 0.75 | 0.56 | 0 | 0.37 | 0.27 | 0.98 | 0.39 | 0.4 | 0.04 | 0.15 | 0.29 | 0.7 | 0.02 | 0.87 | 0.83 |
| 0.07 | 0.66 | 0.7 | 0.94 | 0.44 | 0.74 | 0.56 | 0.01 | 0.34 | 0.55 | 0.64 | 0.17 | 0.25 | 0.43 | 0.7 | 0.9 |
| 0.69 | 0.79 | 0.39 | 0.61 | 0.22 | 0.57 | 0.14 | 0.29 | 0.89 | 0.46 | 0.71 | 0.54 | 0.35 | 0.78 | 0.46 | 0.87 |
| 0.88 | 0.61 | 0.44 | 0.45 | 0.81 | 0.23 | 0.14 | 0.59 | 0.35 | 0.71 | 0.98 | 0.49 | 0.22 | 0.52 | 0.84 | 0.71 |
| 0.6 | 0.5 | 0.49 | 0.22 | 0.12 | 0.42 | 0.47 | 0.01 | 0.41 | 0.21 | 0.47 | 0.8 | 0.57 | 0.34 | 0.55 | 0.1 |
| 0.5 | 0.08 | 0.01 | 0.9 | 0.86 | 0.99 | 0.6 | 0.33 | 0.02 | 0.76 | 0.34 | 0.78 | 0.7 | 0.81 | 0.08 | 0.17 |
| 0.54 | 0.5 | 0.11 | 0.93 | 0.07 | 0.14 | 0.12 | 0.23 | 0.39 | 0.08 | 0.66 | 0.39 | 0.38 | 0.33 | 0.95 | 0.29 |
| 0.42 | 0.57 | 0.86 | 0.9 | 0.5 | 0.76 | 0.43 | 0.1 | 0.06 | 0.38 | 0.35 | 0.19 | 0.83 | 0.43 | 0.89 | 0.34 |
| Variant No./ Random values | | | | | | | | | | | | | | | |
| 481 | 482 | 483 | 484 | 485 | 486 | 487 | 488 | 489 | 490 | 491 | 492 | 493 | 494 | 495 | 496 |
| 0.15 | 0.96 | 0.13 | 0.18 | 0.54 | 0.34 | 0.75 | 0.46 | 0.49 | 0.55 | 0.69 | 0.78 | 0.1 | 0.38 | 0.29 | 0.3 |
| 0.97 | 0.16 | 0.46 | 0.51 | 0.43 | 0.84 | 0.07 | 0 | 0.7 | 0.73 | 0.6 | 0.41 | 0.12 | 0.37 | 0.35 | 0.99 |
| 0.84 | 0.34 | 0.52 | 0.25 | 0.16 | 0.1 | 0.5 | 0.7 | 0.27 | 0.05 | 0.62 | 0.35 | 0.26 | 0.6 | 0.12 | 0.76 |
| 0.48 | 0.48 | 0.3 | 0.84 | 0.07 | 0.61 | 0.18 | 0.3 | 0.13 | 0.05 | 0.27 | 0.93 | 0.2 | 0.54 | 0.27 | 0.46 |
| 0.28 | 0.65 | 0.4 | 0.36 | 0.03 | 0.67 | 0.45 | 0.32 | 0.86 | 0.51 | 0.05 | 0.7 | 0.65 | 0.87 | 0.48 | 0.82 |
| 0.25 | 0.69 | 0.81 | 0.57 | 0.93 | 0.67 | 0.89 | 0.76 | 0.69 | 0.74 | 0.22 | 0.05 | 0.75 | 0.05 | 0.96 | 0.83 |
| 0.44 | 0.08 | 0.69 | 0.73 | 0.5 | 0.2 | 0.14 | 0.1 | 0.2 | 0.67 | 0.23 | 0.58 | 0.5 | 0.2 | 0.07 | 0.24 |
| 0.52 | 0.25 | 0.63 | 0.26 | 0.51 | 0.34 | 0.1 | 0.55 | 0.92 | 0.4 | 0.19 | 0.02 | 0.74 | 0.21 | 0.62 | 0.48 |
| 0.43 | 0.91 | 0.4 | 0.35 | 0.99 | 0.89 | 0.53 | 0.53 | 0.94 | 0.59 | 0.09 | 0.44 | 0.07 | 0.04 | 0.69 | 0.12 |
| 0.09 | 0.14 | 0.09 | 0.38 | 0.7 | 0.01 | 0.26 | 0.45 | 0.6 | 0.01 | 0.62 | 0.37 | 0.42 | 0.88 | 0.02 | 0.1 |

АННА ЙОСИПІВНА ЯКИМЧУК

**ПОБУДОВА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ПУНКТУ
СПОСТЕРЕЖЕННЯ GPS МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ
ВИПРОБУВАНЬ МОНТЕ КАРЛО
Множинний регресійний аналіз**

Модель ДА – 50

Наукове видання

Книга написана за матеріалами роботи наукової фізико-математичної
школи МЕРУ

**Науковий керівник – кандидат технічних наук,
доцент Літнарівч Руслан Миколайович**

*Комп'ютерний набір, верстка – дизайн у редакторі
Microsoft® Office 2003® Word*

А. Й. Якимчук

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. акад. С.Дем'янчука**

**Кафедра Математичного моделювання
33027, м. Рівне, Україна
вул. акад. С.Дем'янчука, 4, корпус 1
Телефон: (+00380) 362 23-73-09
Факс: (+00380) 362 23-01-86
25.06.2010**