

Секція:

Математика

УДК 517.949

Якимець І. – ст. гр. ХК-11

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ НЕОДНОРІДНИХ РІВНЯНЬ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ЗАДАЧ

Науковий керівник: к.ф.-м.н. Стельмашук Л.В.

Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь є зручним математичним апаратом для дослідження багатьох механічних, хімічних, електричних та технологічних процесів.

Для розв'язування систем, що є математичними моделями таких задач використовують метод варіації довільних сталих, метод виключення, інтегрованих комбінацій, а також метод невизначених коефіцієнтів для побудови часткового розв'язку системи.

Розглядаються задачі, що приводять до нелінійних систем диференціальних рівнянь та методи їх розв'язування.

Задача 1. Тіло кинуте під кутом α до горизонту з початковою швидкістю v_0 . Вважаючи, що опір повітря пропорційний до швидкості руху, знайти закон руху залежно від часу і траєкторію руху тіла.

Математичною моделлю задачі є система рівнянь: $\frac{d^2x}{dt^2} = -k \frac{dx}{dt}$, $\frac{d^2y}{dt^2} = -g - k \frac{dy}{dt}$.

Проінтегрувавши її, отримаємо $x = \frac{C_1}{k} e^{-kt} + C_2$, $y = -\frac{g}{k} t - \frac{C_3}{k^2} e^{-kt} + C_4$. Використовуючи початкові умови, знайдено закон руху тіла:

$$x = \frac{p}{k} (1 - e^{-kt}), \quad y = \frac{1}{k} \left(\frac{g}{k} + q \right) (1 - e^{-kt}) - \frac{gt}{k},$$

де $p = v_0 \cos \alpha$, $q = v_0 \sin \alpha$.

Траєкторія руху тіла описується рівнянням:

$$y = \left(\frac{g}{k} + q \right) \frac{x}{p} + \frac{g}{k^2} \ln \left(1 - \frac{kx}{p} \right).$$

Задача 2. Знайти траєкторію руху електрона в однорідному електричному полі напруженості E , якщо в початковий момент відомі напрямок і швидкість електрона.

Математичною моделлю задачі є система рівнянь: $m \frac{d^2x}{dt^2} = eE$, $m \frac{d^2y}{dt^2} = 0$, де m – маса електрона. Її розв'язок отримано у вигляді

$$x = \frac{eE}{2m} t^2 + v_0 t \cos \varphi, \quad y = v_0 t \sin \varphi.$$

де φ – кут між напрямом початкової швидкості і додатним напрямом осі Ox .

Траєкторія руху електрона описується рівнянням:

$$x = \frac{eE}{2mv_0^2 \sin^2 \varphi} y^2 + y \cdot \operatorname{ctg} \varphi.$$

1. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах: Навч. посібник / А.М.Самойленко, С.А.Кривошея, М.О.Перестюк. – К.: Вища шк., 1994.–455 с.

2. Коваленко І.П. Вища математика: Навч. посіб.–К.: Вища шк., 2006.–343 с.