

УДК 539.375

О. Андрейків, док. техн. наук; С. Хиль, магістр; І. Долінська, магістр

Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

## МЕТОДИ ОЦІНЮВАННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ЗА БЛОЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

*Резюме.* Розроблено методи для визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами під блочним навантаженням. Вивчено вплив форми і структури навантаження блоків на залишковий ресурс пластини. Апробація методу проведена результатами експериментальних досліджень. На основі сформульованих методів визначено залишковий ресурс залізничних рейок.

*Ключові слова:* Блочне навантаження, залишковий ресурс, втомна тріщина, коефіцієнт інтенсивності напружень, залізнична рейка.

**O. Andreykiv, S. Khyly, I. Dolinska**

## THE ESTIMATION METHODS OF ELEMENTS CONSTRUCTIONS RESIDUAL RESOURCE UNDER BLOCK LOADING

*The summary.* The methods for determination of construction elements with cracks residual resource under the block loading have been developed. The influence of the form and the structure of loading blocks on the plate residual resource has been investigated. Approbation of the method is conducted by the results of experimental researches. Based on formulated methods the railway rails residual resource have been determined.

*Key words:* block loading, residual resource, fatigue crack, stress intensity factor, railway rail.

**Вступ.** В інженерній практиці часто зустрічаються багаточастотні й блочні навантаження. Зокрема в кораблях, літаках, деталях газотурбінних двигунах, трубопроводах, залізничних та автодорожніх мостах, компресорних лопатках елементи піддані дії багаточастотним або блочним навантаженням. Теоретичні аспекти тут розроблені ще недостатньо [1–4]. Разом з тим, експериментальні дослідження через значні технічні труднощі проведені в малому об'ємі, що не дає можливості встановити залежності для визначення залишкового ресурсу конструкцій, елементи яких містять дефекти типу тріщин.

Для повнішого опису докритичного росту втомних тріщин, коли змінюється цикл навантаження і враховують передісторію деформування пластини і поширення тріщини, необхідно застосовувати енергетичні підходи. Зокрема такий енергетичний підхід розробили автори [5, 6] для визначення залишкового ресурсу елементів конструкцій з тріщинами за нециклічними змінними в часі навантаженнями.

Нижче зроблена спроба узагальнити створену раніше [5, 6] розрахункову модель на випадок блочного навантаження.

**Формулювання методу.** Для простоти дослідження залежності залишкової довговічності тонкостінного елемента конструкції від структури і форми блоків навантаження розглянемо нескінченну пластину послаблену прямолінійною тріщиною початкової довжини  $2l_0$ . Вважається, що така тріщина піддана дії в нескінченно віддалених точках рівномірно розподілених зусиль  $F(t, \theta)$ , зміна яких з часом  $t$  і напрямком  $\theta$  носить блочний характер. Задача полягає у визначенні такої кількості  $N_1 = N_1^*$  блоків навантаження, після досягнення якого тріщина досягне критичної довжини  $l(N_1^*) = l_*$  і пластина зруйнується.

Розв'язок даної задачі здійснювали на основі сформульованої математичної моделі [5, 6]. В результаті цього для визначення періоду  $N_1 = N_1^*$  докритичного росту тріщини отримали систему рівнянь

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t}; \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t} \right]_{\theta=\theta_*} = 0 \quad (1)$$

за початкових та кінцевих умов

$$N_1 = 0, \quad l(0) = l_0, \quad N_1 = N_1^*, \quad l(N_1^*) = l_*, \quad \gamma_t(l_*) = \gamma_c.$$

Вплив форми блока навантаження, перпендикулярного до лінії розміщення тріщини. Якщо навантаження  $F(t, \theta)$  перпендикулярне до лінії розміщення тріщини, то система рівнянь (1) зведеться до рівняння

$$dl/dN_1 = W_c E (K_{fc}^2 - \pi F_{s \max}^2)^{-1}; \quad (2)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N_1 = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N_1 = N_1^*, \quad l(N_1^*) = l_*, \quad l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 F_{s \max}^{-2}. \quad (3)$$

Тут  $F_{s \max}$  – максимальне значення навантаження  $F(t)$  у блоці;  $W_c$  – робота пластичних деформацій у зоні передруйнування біля вершини тріщини за один блок, яка визначається [6]

$$W_c = 0,25 \alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} \sum_{s=1}^{N_2} (1 - R_s)^4 (F_{s \max}^4 - F_{th}^4). \quad (4)$$

Тут  $N_2$  – кількість ділянок у блочному навантаженні  $F(t)$  зі своїм максимумом  $F_{s \max}$  і мінімумом  $F_{s \min}$ ;  $R_s = F_{s \min} F_{s \max}^{-1}$ ;  $\alpha_0$  – константа матеріалу, яка визначається із експерименту;  $F_{th}$  – величина зовнішнього навантаження, за якого не буде розкриття тріщини ( $K_{th} = F_{th} \sqrt{\pi l}$ ).

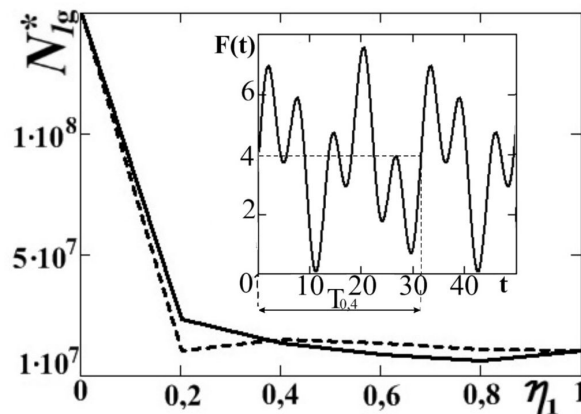


Рисунок 1. Графічне порівняння залежностей  $N_{1g}^* \sim \eta_1$  із врахуванням (суцільна лінія) і неврахуванням (пунктирна лінія) форми циклу

Як приклад, розглянемо задачу, коли пластина із тріщиною піддана дії двочастотного  $\omega_1, \omega_2$  навантаження  $F(t) = b \cdot [1 + \sin(0.5t\omega_1(1 + \eta_1)) \cos(0.5t\omega_1(1 - \eta_1))]$ , (5)

де  $0 \leq \omega_2 \omega_1^{-1} = \eta_1 \leq 1$ . Тут, приймаючи для простоти обчислень  $F_{th} = 0$ ,  $W_c$  визначаємо наступним чином. Для кожного значення  $\eta_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$  будемо залежність  $F(t)$ , визначаємо період і форму зміни циклу. Розбиваємо кожен цикл з періодами  $T_i$  ( $i = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$ ) на  $n$ - ділянок з піками зміни  $F(t)$  (див. рис. 1,  $i = 0,4$ ) і для кожної ділянки визначаємо  $F_{i\max}$  і  $F_{i\min}$ . Тоді, інтегруючи (2) з урахуванням (3)-(5), отримаємо

$$N_1^* = A \cdot [-K_{fc}^2 l_*^{-1} + K_{fc}^2 l_0^{-1} - F_{s\max}^2 \pi \ln(l_*/l_0)],$$

$$A = 24\sigma_t E \pi^{-1} \left[ \sum_{s=1}^{N_2} (F_{s\max} - F_{s\min})^4 \right]^{-1}. \quad (6)$$

Для числового аналізу формули (6) задамо параметри зовнішнього навантаження, початкової довжини тріщини і характеристики матеріалу так:  $l_0 = 0,01m$ ,  $K_{fc} = 85 MPa \cdot \sqrt{m}$ .

На основі цього і формули (6) побудована (рис. 1) залежність  $N_{1g}^*$  від  $\eta_1$  (суцільна лінія) ( $N_{1g}^* = N_1^* \cdot b \cdot (7.64 \sigma_t E)^{-1}$ ). Як бачимо, зі збільшенням відношення частот  $\eta_1$  довговічність  $N_{1g}^*$  зменшується, що підтверджують експерименти [3].

Тут також побудовано (штрихова лінія) залежність  $N_{1g}^*$  від  $\eta_1$ , коли не враховувати реальну форму циклу (синусоїдальна зміна  $F(t)$  із одним піком  $F_{max}$  у циклі), що може призвести (для деяких  $\eta_1$ ) до значних похибок при визначенні  $N_{1g}^*$ .

*Вплив структури напрямків навантаження в блоці.* Розглянемо випадок, коли вищезгадана пластина з тріщиною довжиною  $2l_0$  навантажена на нескінченності рівнорозподіленими нормальними  $F_1(t)$  і зсувними  $F_2(t)$  зусиллями (див. рис. 2), дія яких почергово змінюється (блочне навантаження з блоком  $F_1 + F_2$ ).

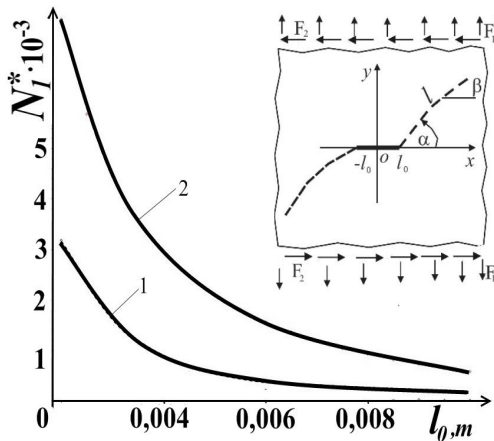


Рисунок 2. Порівняння залежностей  $N_1^* \sim l_0$  для синхронної (крива 2) і несинхронної (крива 1) дії зусиль  $F_1(t), F_2(t)$

У межах одного блоку ( $0 \leq t \leq 2\pi\omega^{-1}$ ) зміну цих зусиль можна представити так

$$F_1(t) = p[1 - H(t - \pi\omega^{-1})][1 + \sin 2\omega t],$$

$$F_2(t) = \tau H(t - \pi\omega^{-1})[1 + \sin(2\omega t + \pi)] \quad (7)$$

Тут  $p, \tau$  – амплітуди навантажень;  $H(x)$  – функція Хевісайда;  $\omega$  – кругова частота навантаження. Задача полягає у визначенні такої кількості  $N_1 = N_1^*$  блоків навантаження, після досягнення якої тріщина підросте до критичної довжини  $l = l_*$  і пластина зруйнується.

Розв'язок такої задачі здійснюємо за допомогою математичної задачі (1). В даному випадку

$$W_c = 0,25\alpha_0 E^{-2} \sigma_t^{-1} [K_{IP\max}^4(l, \theta_*) + K_{I\tau\max}^4(l, \theta_*) - K_{th}^4], \quad (8)$$

де  $K_{IP\max}(l, \theta_*), K_{I\tau\max}(l, \theta_*)$  – коефіцієнти інтенсивності напружень відповідно від

зусиль  $F_1(t), F_2(t)$ . Тут  $\theta_*$  шукаємо на основі другого рівняння (1), що у випадку малих значень  $l$  і  $p = \tau$  дасть  $\theta_* = \alpha \approx 60^\circ$ , а при великих  $l$  і  $p = \tau$  -  $\theta_* = \beta \approx 27^\circ$  (див. рис. 2). Коефіцієнти інтенсивності напружень  $K_{IP\max}(l, \theta_*), K_{I\tau\max}(l, \theta_*)$  визначаємо за інтерполяційною формулою через їх граничні випадки для малих і великих значень втомної тріщини  $l$ , що запропонована в роботах [7, 8]. У зв'язку з цим для обчислення  $K_{IP\max}(l, \theta_*), K_{I\tau\max}(l, \theta_*)$  отримаємо формули

$$K_{IP\max}(l, \theta_*) \approx p\sqrt{\pi l} \sqrt{0,50\lambda + 0,69}, \quad K_{I\tau\max}(l, \theta_*) \approx \tau\sqrt{\pi l} \sqrt{1,42\lambda + 0,56}, \quad \lambda = l_0 l^{-1}. \quad (9)$$

На основі співвідношень (8), (9) і, приймаючи  $K_{Ih} = 0$ , математичну задачу (1) для даного випадку запишемо так:

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{p^4 \pi^2 l^2 \alpha_0 (2,27\lambda^2 + 1,28\lambda + 0,79)}{4E\sigma_t [K_{fc}^2 - p^2 \pi l (1,92\lambda + 1,25)]}; \quad N_1 = 0, l(0) = 0; \quad N_1 = N_1^*, l(N_1^*) = l_*, \quad (10)$$

$$l_* = (K_{fc}^2 - 1,92 p^2 \pi l_0) / 1,25 \pi p^2.$$

Інтегруючи рівняння (10) за відповідних початкових і кінцевих умов, для визначення залишкової довговічності пластини  $N_1 = N_1^*$  отримаємо формулу

$$N_1^* = 4\pi \alpha_0^{-1} p^{-2} E^{-1} \sigma_t^{-1} \int_0^{l_*} \frac{1,25(1-\lambda)}{(2,27\lambda_0^2 + 1,28\lambda\lambda_0 + 0,79\lambda^2)} d\lambda, \quad \lambda = l l_*^{-1}, \quad \lambda_0 = \frac{1,25}{\xi l_0^{-1} - 1,92}, \quad \xi = \frac{K_{fc}^2}{\pi p^2}. \quad (11)$$

Розглянемо інший випадок цієї задачі, коли сили  $F_1(t), F_2(t)$  змінюються з часом синхронно. Проводячи аналогічно попередньому міркування й обчислення, залишкову довговічність пластини  $N_1 = N_1^*$ , будемо визначати так:

$$N_1^* = \int_{0,71l_0}^{l_*} 4E\sigma_t p^{-4} \pi^{-2} \alpha_0^{-1} l^{-2} [K_{fc}^2 - p^2 \pi l] dl, \quad l_* = \pi^{-1} p^{-2} K_{fc}^2. \quad (12)$$

Проінтегрувавши (12), отримаємо

$$N_1^* = 4\pi^{-1} \alpha_0^{-1} p^{-2} E\sigma_t (1,41\xi l_0^{-1} - 1 + \ln 0,71l_0 \xi^{-1}). \quad (13)$$

На рис. 2 за формулами (11) і (13) побудовані (відповідно криві 1 і 2) графічні залежності  $N_1^* \sim l_0$ . Як бачимо з рис. 2, одночасна дія зусиль  $F_1(t), F_2(t)$  збільшує довговічність пластини в числах блоків навантаження порівняно з їх почерговою дією.

**Блочне навантаження за вібрації.** В багатьох випадках інженерної практики поряд з високоамплітудним навантаженням елементи конструкцій піддаються дії високочастотним і низькоамплітудним вібраційним навантаженням. [3–6]. Деякі дослідники вважають, що вплив вібрації в зв'язку з малою її амплітудою є незначним і ним можна нехтувати. Це було б можливо, якби не відбувалося на фоні високоамплітудного навантаження. В даному випадку таке нехтування може призвести до значних помилок, які підуть не в запас довговічності, а в небезпеку непередбачуваного руйнування. Запропонований тут підхід дає змогу розв'язувати такі задачі, моделюючи сумісну дію високоамплітудного навантаження з вібрацією, як блочне навантаження. Продемонструємо це на прикладі наступної задачі.

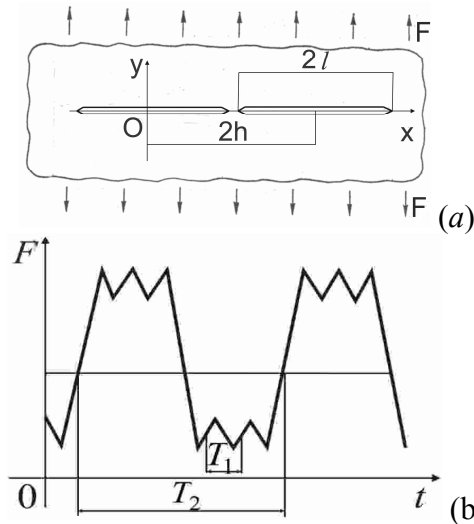


Рисунок 3. Схеми навантаження пластини з періодичною системою тріщин (а) і зміни блочного навантаження (b)

Нехай нескінченна пластина з системою періодичних уздовж однієї прямої тріщин довжини  $2l_0$  і відстанями між їх центрами  $2h$  (рис. 3 а) піддана дії блочного навантаження  $F(t)$  (рис. 3 б), яке направлено перпендикулярно до лінії розміщення тріщин і описується математично

$$F(t) = a_1 + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin \omega_2 t, \quad (14)$$

де  $\omega_1$  – кругова частота низькочастотної і високоамплітудної складової (основне навантаження з амплітудою  $b_1$  і періодом  $T_2$ ) навантаження;  $\omega_2$  – кругова частота високочастотної і низькоамплітудної (вібрація з амплітудою  $b_2$  і періодом зміни  $T_1$ ) складової навантаження ( $N_2 = \omega_2 \omega_1^{-1}$ ,  $\omega_2 \gg \omega_1$ ,  $b_1 \gg b_2$ );  $a_1$  –

середнє значення навантаження в циклі. Задача полягає у визначенні такої кількості блоків навантаження  $N_1 = N_1^*$ , після досягнення якого тріщини досягнуть критичної довжини  $l = l_*$  і пластина зруйнується. Розв’язок такої задачі здійснюємо за допомогою аналогічних для даного випадку співвідношень (2), (3), тобто

$$dl/dN_1 = W_c E (K_{fc}^2 - \pi (a_1 + b_1 + b_2)^2 f_1^2(\varepsilon_1))^{-1} \quad (15)$$

з початковими і кінцевими умовами

$$N_1 = 0, l(0) = l_0; N_1 = N_1^*, l(N_1^*) = l_*, \quad (16)$$

$$l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 (a_1 + b_1 + b_2)^{-2} f_1^{-2}(\varepsilon_1).$$

Тут величина  $f_1(\varepsilon_1)$  визначається на основі [7] так:

$$f_1(\varepsilon_1) = 2[(1 - \varepsilon_1)[4 + (\pi^2 - 4)\varepsilon_1]]^{-0.5}, \varepsilon_1 = lb^{-1}. \quad (17)$$

Роботу пластичних деформацій в зоні передруйнування біля вершин тріщин  $W_c$  визначаємо, аналогічно попередньому, так:

$$W_c = 4\alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} f_1^4(\varepsilon_1) [1 + N_2(1 - R)^4] [(a_1 + b_1 + b_2)^4 - F_{th}^4] \quad (18)$$

$$R = 2(b_1 + b_2)(a_1 + b_1 + b_2)^{-1}.$$

Тоді, інтегруючи (15) із врахуванням (16)–(18), для визначення критичної величини  $N_1 = N_1^*$  отримаємо формулу

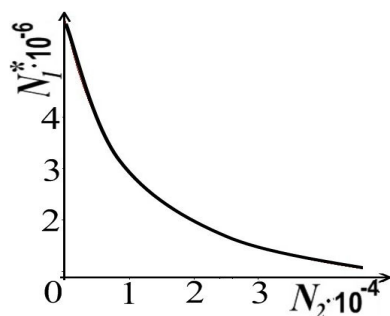


Рисунок 4. Залежність залишкової довговічності  $N_1^*$  пластини від частоти вібрації  $N_2$

$$N_1^* = \frac{\sigma_t E N_2^* (a_1 + b_1 + b_2)^{-2}}{4\alpha_0 \pi [1 + N_2 (1 - R)^4]}, N_2^* = \int_{\varepsilon_{10}}^{\varepsilon_{1*}} \frac{(\varepsilon_{1*} - \varepsilon_1) d\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 f_1^2(\varepsilon_1) (1 - \lambda_{th}^4)} \quad (19)$$

$$(\varepsilon_{10} = l_0 h^{-1}, \varepsilon_{1*} = l_* h^{-1}, \lambda_{th} = F_{th} (a_1 + b_1 + b_2)^{-1}).$$

Як і в попередньому, для числового аналізу співвідношення (19) приймемо  $R = 0,9$ ,  $F_{th} \approx 0,025\alpha_0^{-1}\pi^{-1}\sigma_t E (a_1 + b_1 + b_2)^{-2} = 10^6$ ,  $\varepsilon_{10} = 0,1$ ,  $\varepsilon_{1*} = 0,9$ .

Тоді, обчислюючи інтеграл (19), знаходимо кількість блоків навантаження  $N_1 = N_1^*$ , після досягнення якого тріщини досягнуть критичної довжини  $l = l_*$  і пластина зруйнується. На рис. 4 побудована графічна залежність  $N_1^* \sim N_2$ . Як бачимо з рис. 4 збільшення частоти вібрації  $N_2$  знижує довговічність пластини.

**Апробація моделі.** Коректність запропонованої розрахункової моделі перевірялася шляхом її апробації результатами [9] експериментальних досліджень для випадку поширення тріщини при двочастотному навантаженні в компактному взірці, який навантажений по схемі позacentрового розтягу (рис. 5). При цьому досліджувався компактний зразок зі сталі 15X2МФА(II) з тріщиною при одно- і двочастотному навантаженнях.

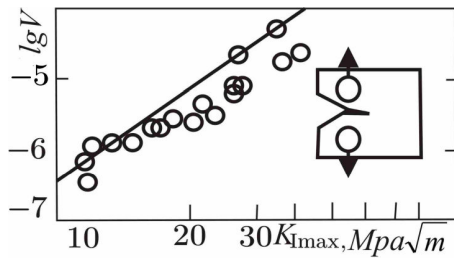


Рисунок 5. Графічне порівняння теоретичних (суцільна лінія) і експериментальних (кружечки) залежностей  $V \sim K_{Imax}$  для двочастотного навантаження

роботи [9] для одночастотного навантаження знайдені константи  $\alpha_0 \approx 1$ ,  $\sigma_t = 1390 \text{ МПа}$ ,  $K_{th} = 10 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ ,  $K_{fc} = 173 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$ ,  $N_2 = 1000 \text{ cycle}$ ,

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  $R = 0,375$ , які підставлені в рівняння (20) для двочастотного. Порівняння теоретичних (співвідношення (20) із врахуванням наведених характеристик) і експериментальних даних [9] зображено на рис. 5. Як бачимо з рис. 5, теорія задовільно підтверджується експериментом, що свідчить про коректність запропонованої тут розрахункової моделі (2)–(4).

**Залишкова довговічність залізничної рейки.** Безпечна експлуатація залізничних шляхів великою мірою залежить від досконалості методів діагностики і прогнозування залишкової довговічності залізничних рейок. Цій проблемі присвячено ряд досліджень (див. [10–12]). Однак в основі цих досліджень покладений механізм

Перевіримо для цього випадку результати аналітичних досліджень експериментальними даними, отриманими в [9], для визначення швидкості росту тріщини при двочастотному навантаженні. Для двочастотного навантаження рівняння (6) можна записати у вигляді:

$$V = \frac{\alpha_0}{4\sigma_t E} \left\{ \frac{(K_{Imax}^4 - K_{th}^4) [1 + N_2 (1 - R)^4]}{K_{fc}^2 - K_{Imax}^2} \right\}.$$

(20) На основі експериментальних даних

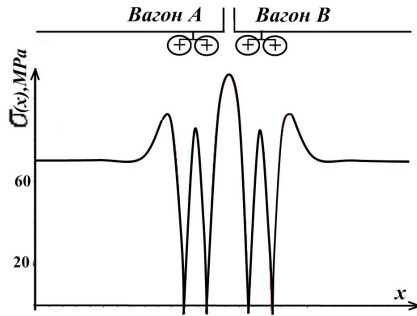


Рисунок 6. Розподіл нормальних напружень у головці рейки

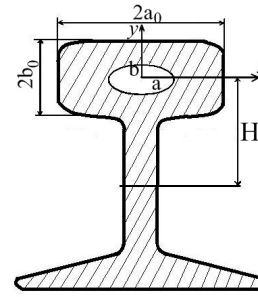


Рисунок 7. Поперечний переріз рейки з тріщиною

вичерпання довговічності рейок шляхом втомного руйнування за циклічного синусоїдального навантаження. Як свідчить аналіз залишкових напружень у рейках [12] і умов їх навантаження при проходженні поїздів [10, 11], нормальні напруження в кожному їх січенні будуть змінні з часом і ця зміна носить блочний характер (див. рис. 6). Це, а також аналіз, проведений в роботах [10–12], дає підставу припускати, що основним силовим фактором, що визначає довговічність залізничних рейок в умовах експлуатації, є нормальні напруження, а домінуючим механізмом розвитку макротріщин – нормальний відрив. Розглянемо тепер ріст втомної тріщини, яка розміщена в поперечному перерізі головки рейки (рис.7). При експериментальних дослідженнях було встановлено [10, 11], що такі дефекти в процесі розвитку переважно повторюють форму головки. На основі цього, а також аналізуючи форму головки рейки, можна припустити, що контур тріщини являє собою овал четвертої степені

$$(x/a)^4 + (y/b)^4 = 1, \quad (21)$$

півосі якого пов'язані співвідношеннями [11]

$$b(N) = b_0 \varepsilon(N), \quad a(N) = b(N)(1 + (\lambda - 1)\varepsilon(N)), \quad (22)$$

де  $\lambda = a_0/b_0$ ,  $2a_0, 2b_0$  – ширина й висота головки рейки. Згідно з зробленими припущеннями, розміри тріщини в довільний момент часу повністю визначаються значенням функції  $\varepsilon(N)$ . Задача полягає у визначенні такої кількості блоків навантаження  $N_1 = N_1^*$ , за яких тріщина виросте із деякого початкового ( $\varepsilon = \varepsilon_0$ ) до критичного ( $\varepsilon = \varepsilon_k$ ) розміру.

Використовуючи результати роботи [11] і представляючи величини  $W_c, \gamma_c, \gamma_t$  через коефіцієнти інтенсивності напружень  $K_{I\max}(\xi, x), K_{I\min}(\xi, x)$ , співвідношення (1) із врахуванням (4) і (22) запишемо у вигляді

$$\frac{d\varepsilon}{dN_1} = \frac{\alpha_0}{4b_0\sigma_t E} \left\{ \frac{\sum_{i=1}^5 (K_{i\max}^4 - K_{th}^4)(1 - R_i)^4}{K_{fc}^2 - K_{I\max}^2} \right\}. \quad (23)$$

Тут  $K_{I\max}(\xi, 0)$  – максимальне значення  $K_I$  в  $i$ -вому циклі блока;  $K_{I\max}$  – максимальне значення  $K_I$  у блоці. Рівняння (23) із початковими

$$N = 0, \varepsilon(0) = \varepsilon_0 \quad (24)$$

та кінцевими

$$N = N_*, \varepsilon(N_*) = \varepsilon_k \quad (25)$$

умовами повністю описує кінетику росту втомної макротріщини при блочному навантаженні. Максимальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН) досягається в даному випадку в точці А ( $x=0, y=b$ ) і обчислюється [11] за формулою

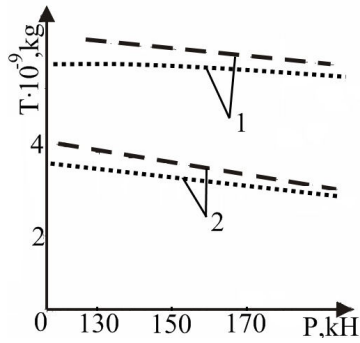


Рисунок 8. Теоретичні (точкова лінія) і експериментальні (пунктир) залежності живучості рейок від осьового навантаження і швидкостей (1 – 40 км/год.; 2 – 80 км/год.)

$$\sigma_{0,2} = 885 \text{ МПа},$$

$$\sigma_s = 1180 \text{ МПа},$$

$$K_{th} = 3 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}},$$

$$K_{fc} = 32,5 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}},$$

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Початковий розмір тріщини вважаємо таким, що площа дефекту становить [10, 11] 20% площі поперечного перерізу головки (що відповідає  $\varepsilon_0 = 0,52$ ).

З іншого боку, в якості критичного розміру дефекту слід вважати мінімальний розмір тріщини, при якому можливе руйнування рейки. Згідно з експериментальними даними [13] такий розмір становить 30% площі головки ( $\varepsilon_k = 0,61$ ). Використовуючи ці дані, а також обчислення згідно зі співвідношеннями (23)–(27) (рис. 8) побудована графічна залежність залишкової довговічності рейок  $T_*$  (допустимий тоннаж між черговими контрольними перевірками рейок на дефектність) від осьового навантаження  $P_0$ . Тут також наведені результати [14], отримані при полігонних випробуваннях. Як бачимо (рис. 8), результати теоретичних обчислень (точкові лінії) добре узгоджуються із середньостатистичними даними (штриховані лінії) експериментальних досліджень довговічності залізничних рейок в умовах їх експлуатації [14].

На основі отриманих даних можна визначити безпечний інтервал між черговими перевірками дефектності рейок за формулою

$$\gamma_* = T_* n_*^{-1} T_C^{-1}. \quad (28)$$

Тут  $n_*$  – коефіцієнт запасу живучості рейок, який встановлюється на основі полігонних випробувань;  $T_C$  – добовий тоннаж, який пропускають на заданій ділянці шляху.

**Висновки.** За допомогою сформульованого раніше авторами енергетичного підходу розроблено методи оцінювання залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами за блочного навантаження. Коректність запропонованого тут методу підтверджена відомими в літературі результатами експериментальних досліджень. На основі цього методу досліджено вплив структури і форми блоків навантаження на залишкову довговічність пластини. При цьому вдалось показати, що їх неврахування може призвести до значних похибок у визначенні її залишкового ресурсу. Як приклад, пораховано залишковий ресурс залізничних рейок. У результаті цього отримано формулу для визначення безпечного інтервалу між черговими перевірками дефектності рейок, яка добре узгоджується з результатами їх полігонних випробувань.

$$K_I = \sigma \sqrt{b_0} f(\varepsilon), \quad (26)$$

де нормальні напруження визначаються відомою [11] формулою

$$f(\varepsilon) = 1,18 \sqrt{\varepsilon} \left\{ 0,32 + (0,68 / \sqrt{1 - \varepsilon}) \right\}^2 \left\{ 1 + 0,66(\varepsilon / 1 - \varepsilon) \right\}^{-1/2}.$$

Довговічність залізничних рейок переважно виражають у масі вантажу (тоннажі), пропущеного через дану частину шляху:

$$T_* = (P_0 / g)(m_1 / m) N_*, \quad (27)$$

де  $m_1$  – число осей у вагоні;  $g$  – прискорення земного тяжіння;  $m$  – число піків навантаження в блоці навантаження ( $m = 5$ ).

Для рейок типу Р65 ГОСТ 8161-75 [10, 11, 13, 14] константи в рівнянні (23) становлять  $\alpha \approx 2 \cdot 10^{-2}$ ,



1. Schijve. S. Fatigue of Structures and Materials in the State of the Art – Proc. of the ECF14. – 2002 – V.III. – P. 211–262.
2. Романив, О.Н. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов [Текст] / О.Н. Романив, С.Я. Ярема, Г.Н. Никифорчин и др. // Механика разрушения и прочность материалов – К: Наук. думка, 1988 – 1990. – 680 с.
3. Труфяков, В.И. Определение долговечности при двухчастотном нагружении (Обзор) [Текст] / В.И. Труфяков, В.С. Ковальчук // Пробл. прочности. – 1982. – №9 – С. 9–15; №10. – С. 15–20.
4. Филатов, М.Я. Сопротивление усталости при сложной форме цикла изменения напряжений: (Обзор) [Текст] / М.Я. Филатов // Завод. лаборат. – 1968. – 34, №3. – С. 331–336.
5. Оцінка довговічності труби нафтопроводу з поверхневою тріщиною під двовісним блочним навантаженням [Текст] / О.Є. Андрейків, Я.Л. Іваницький, З.О. Терлецькі, М.Б. Кіт // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2004. – №3. – С. 103–108.
6. Андрейків, О.Є. Залишкова довговічність тонкостінних елементів конструкцій під двовісним навантаженням [Текст] / О.Є. Андрейків, М.Б. Кіт // Фіз.-хім. механіка матеріалів – 2008. – №1. – С. 11–16.
7. Андрейків, А. Е. Пространственные задачи теории трещин [Текст] / А.Е. Андрейків // Киев: Наукова думка. –1982. – 345 с.
8. Андрейків, А.Е. Диаграммы предельных напряжений для пластин с трещинами высокотемпературной ползучести [Текст] / А.Е. Андрейків, Н.Б. Сас // IV Международный симпозиум механики разрушения материалов и конструкций – Польша, 30 мая – 2 июня 2007. – С. 15–18.
9. Трошено, В.Т. Закономерности развития усталостных трещин в конструкционных сталях при двухчастотном нагружении [Текст] / В.Т. Трощенко, В.В. Покровський, Ю.С. Скоренко // Пробл. Прочности. –1985. –№10. – С. 30–39.
10. Шур, Е.А. Повреждения рельсов [Текст] / Е.А. Шур. – М.: Транспорт, 1971. – 108 с.
11. Андрейків, А.Е. Усталостное разрушение и долговечность конструкций [Текст] / А.Е. Андрейків, А.И. Дарчук. – К.: Наукова думка, 1992. – 184 с.
12. Sviderski Z. Badania jakosci i trwalosci szyn kolejowych / Z. Sviderski // Problemy Kolejnictwa, 1997, z.25, s.71–102.
13. Бычкова, Н.Я. Об определении параметра вязкости разрушения  $K_{Ic}$  при испытании на усталость [Текст] / Н.Я. Бычкова, Т.Н. Киселева, Е.А. Шур // ПП. –1973. – №5. – С. 111–116.
14. Мелентьев, Л.П. Содержание и ремонт рельсов [Текст] / Л.П. Мелентьев, В.Л. Пороши, С.И. Фадеев. – М.: Транспорт, 1984. – 231 с.