УДК 517.9
Янішевська С. - ст. гр. ЕМ-21
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗОК ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУГИ І СТРУМУ В ЕЛЕКТРИЧНІЙ ДВОПРОВІДНІЙ ЛІНІЇ

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Шелестовський Б.Г.

Розглянемо двопровідну лінію як систему рівномірно розподілених індуктивностей, ємностей та витоків. Позначимо: $L-$коефіцієнт індуктивності, $C-$ємність, $R-$опір, $G-$коефіцієнт втрати(електропровідність ізоляції). Нехай $u(x,t)$ та $i(x,t)-$ напруга та сила струму в точках лінії в момент часу t.

На основі законів Кірхгофа одержимо диференціальні рівняння, яким задовольняють функції $u(x,t)$ та $i(x,t)$

$$\frac{\partial u}{\partial x}=-L\frac{\partial i}{\partial t}-Ri,\quad \frac{\partial i}{\partial x}=-C\frac{\partial u}{\partial t}-Gu \tag{1}$$

Знайдемо розв'язки рівнянь (1), які задовольняють початковим умовам: $u(x,0)=i(x,0)=0$ та граничним:

$$u(0,t)=q(t)=E\left(1-e^{-kt}\right),\quad U(l,p)=Z(p)\cdot I(l,p), \tag{2}$$

де $Z(p)-$ операторний опір контура, $U(l,p)\longrightarrow u(l,t)$, $I(l,p)\longrightarrow i(l,t)$.

Застосовуючи до (1) інтегральне перетворення Лапласа приходимо до операторних рівнянь, з яких одержимо рівняння

$$\frac{d^2U(x,p)}{d\,x^2}-\lambda^2U(x,p)=0,\quad \lambda^2=(Lp+R)(Cp+G) \tag{3}$$

$$U(o,p)=Q(p)\longrightarrow q(t)=\frac{Ek}{p+k} \tag{4}$$

Розв'язавши рівняння (3) та задовольняючи умови (2) і (4), отримаємо зображення Лапласа функції $u(x,t)$:

$$U(x,p)=\frac{Ek}{p+k}\,\frac{sh\lambda(l-x)+\rho Z(p)\cdot ch\lambda(l-x)}{sh\lambda l+\rho Z(p)ch\lambda l},$$

$$I(x,p)=\rho\frac{Ek}{p+k}\,\frac{ch\lambda(l-x)+\rho\cdot Z(p)\cdot sh\lambda(1-x)}{sh\lambda l+\rho Z(p)ch\lambda l}.$$

Напруга $u(x,t)$ та сила струму $i(x,t)$ визначаються за теоремою Мелліна.

$$u(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{x-i\infty}^{x+i\infty}e^{pt}\,\frac{Ek}{p+k}\frac{sh\lambda(l-x)+\rho Z(p)\cdot ch\lambda(l-x)}{sh\lambda+\rho Z(p)ch\lambda l},$$

$$i(x,t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{x-i\infty}^{x+i\infty}e^{pt}\,\rho\frac{Ek}{p+k}\frac{ch\lambda(l-x)+\rho\cdot Z(p)\cdot sh\lambda(1-x)}{sh\lambda l+\rho Z(p)ch\lambda l}.$$