Секція: **Математика**

УДК 519.217

Греляя Т. – ст.гр. МІ-23
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ВИКОРИСТАННЯ ВИЗНАЧНИКІВ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ РІВНЯНЬ ПРЯМОЇ НА КООРДИНАТНІЙ ПЛОЩИНІ

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доцент Демчишин О.І.

Розглянемо всі матриці (які мають менше рядків, ніж стовпців), в яких кожний рядок складається з координат якоїсь точки і з одиниці. Якщо беруться до розгляду точки координатної площини Oxy, то такі матриці матимуть вигляд:

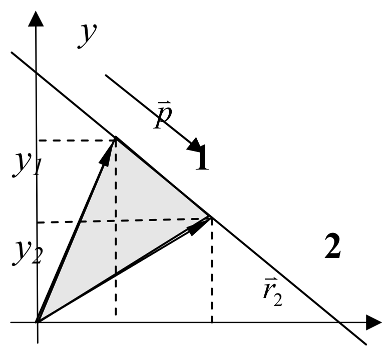
$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Дослідимо, які геометричні об’єкти утворюються з мінорів таких матриць:

$$A = \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} = x_1 - x_2,\; B = \begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix} = y_1 - y_2,\; C = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = x_1 y_2 - x_2 y_1 .$$

Рівняння прямої, яка проходить через дві задані точки $1(x_1, y_1)$ і $2(x_2, y_2)$ має вигляд:

$$\frac{x - x_2}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_2}{y_1 - y_2}.$$



Із рівняння робимо висновок: мінори A і B матриці $\mathbf{F}$ є проекціями напрямного вектора прямої: $\bar{p} = (B, A)$. Враховуючи, що $\vec{r}_1 = (x_1, y_1)$ і $\vec{r}_2 = (x_2, y_2)$, отримаємо:

$$\vec{r}_1 \times \vec{r}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & 0 \\ x_2 & y_2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \vec{k} = C\vec{k} .$$

З геометричного змісту векторного добутку двох векторів робимо висновок: абсолютна величина мінора С матриці $\mathbf{F}$ дорівнює подвоєній площі трикутника, утвореного точками $1(x_1, y_1)$, $2(x_2, y_2)$ та початком координат.

Загальне рівняння прямої матиме вигляд:

$$\begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix} x - \begin{vmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \end{vmatrix} y + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} = 0 .$$

Розглядаючи це рівняння, як розклад по теоремі Лапласа визначника третього порядку, отримаємо: визначник

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 ,$$

визначає загальне рівняння прямої $Bx - Ay + C = 0$ із коефіцієнтами, які є мінорами елементів першого рядка.