

УДК 621. 952

**П. Кривий, канд. техн. наук; В. Дзюра, канд. техн. наук;  
Г. Нагорняк, канд. техн. наук**

*Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **РОЗМІРНИЙ АНАЛІЗ ВЕЛИЧИНИ ПІДЙОМУ НА ЗУБ ДОРНА КОЧЕННЯ ДЛЯ АБСОЛЮТНО ПЛАСТИЧНИХ МАТЕРІАЛІВ**

*Запропоновано на основі імовірнісного підходу методу розмірного аналізу величини підйому на зуб дорна кочення для абсолютно пластичних матеріалів. Встановлено вплив кожного із розмірних параметрів дорна, які формують величину підйому на зуб на її середнє значення та поле розсіювання, що має практичне значення для конструювання дорнів.*

**P. Krivuj, V.Dzyura, G.Nagornyak**

## **SIZE ANALYSIS OF SIZE OF STAGGERY MANDRELL OF WOOBLING FOR ABSOLUTELY PLASTIC MATERIALS**

*The method of size analysis of size of staggery is offered on the basis of probabilistic approach mandrell woobling for absolutely plastic materials. Influence is set each of formings size parameters of mandrell on the sizes of staggery on its mean value and weeds dispersion which has a practical value for constructing of triblets.*

### **Умовні позначення**

$A_n$  – номінальне значення міжосьової віддалі отворів сепаратора, мм;  
 $A_c$  – міжосьова віддаль отворів першого і другого ряду сепаратора, мм;  
 $D_1, D_2$  – відповідно діаметри отворів першого і другого ряду сепаратора, мм;  
 $D_6$  і  $D_3$  – відповідно діаметри отворів виробу і заготовки, мм;  
 $d_1, d_2$  – відповідно діаметри кульок першого і другого ряду сепаратора, мм;  
 $\bar{D}_1, \bar{D}_2$  і  $\bar{d}_1, \bar{d}_2$  – відповідно середні значення величин  $D_1, D_2$  і  $d_1, d_2$  мм;  
 $K_0 = 0,4 \dots 0,7$  – коефіцієнт пропорційності натягу на перший зуб (кульку);  
 $L$  – міжцентрова віддаль кульок, мм;  
 $L_3$  – величина замикаючої ланки, мм;  
 $L_1, L_2 \dots L_n$  – величини складових ланок розмірного ланцюга, мм;  
 $M(D_1), M(D_2)$  і  $M(d_1), M(d_2)$  – відповідно математичні сподівання величин  $D_1, D_2$  і  $d_1, d_2$ ;  
 $n$  – кількість складових ланок розмірного ланцюга;  
 $n_i$  – порядковий номер зуба (кульки), для якого розраховується величина підйому ( $n=2,3,4 \dots$ );  
 $\alpha$  – кут підйому конуса оправки, град;  
 $\Delta$  – величина підйому на зуб (кульку) дорна, мм;  
 $\sigma(D_1), \sigma(D_2)$  і  $\sigma(d_1), \sigma(d_2)$  – відповідно середні квадратичні відхилення величин  $D_1, D_2$  і  $d_1, d_2$ ;  
 $\delta(A), \delta(D), \delta(d), \delta(\Delta)$  – відповідно поля розсіювання величин  $A, D, d$  і  $\Delta$ ;  
 $g$  – загальна кількість деформ зубів.

**Вступ і актуальність проблеми.** Дорни кочення [1, 2], зуби яких мають форму тіл обертання, у даному випадку кульок, які розміщені в сепараторі на конусі оправки, характеризуються різким зниженням (у порівнянні з дорном ковзання) величини осьового зусилля, необхідного для деформування припуску [1, 5].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Аналіз літературних джерел [5, 6] показав, що величина підйому на зуб як першого, так і наступних зубів визначається, виходячи із детерміністських міркувань, без врахування стохастичності розмірних параметрів.

Встановлення величини підйому на зуб повинно базуватись на забезпеченні компромісу як результату розв'язання технічного протиріччя між величинами пружних і пластичних деформацій. Якщо величина підйому на зуб недостатня для забезпечення

пластичної деформації, тобто дорнування здійснюється в області пружних деформацій, то очікуваного результату досягнуто не буде. Якщо ж величина підйому на зуб достатньо велика, то це може призвести до явища перезміцнення і, як наслідок, до відшарування оброблюваної поверхні.

Окрім цього, якщо врахувати, що роль зубів дорна кочення виконують кульки діаметром  $d$ , які розміщені в отворах з діаметром  $D$  сепаратора, і ці отвори виконані із заданою міжцентровою віддаллю  $A$ , а всі величини є випадковими і мають певні поля розсіювання (допуски), то здійснення розмірного аналізу величини підйому на зуб дорна в імовірнісному аспекті є актуальною задачею.

**Мета дослідження.** Метою дослідження є розроблення методики проведення розмірного аналізу величини підйому на зуб дорна для абсолютно пластичних матеріалів.

Основне завдання – здійснення в імовірнісному аспекті розмірного аналізу величини підйому на зуб дорна кочення, визначивши вплив на його величину відповідних розмірних параметрів елементів дорна, з одного боку, і встановлення середніх значень та дисперсій розсіювання відповідних розмірних параметрів елементів дорна – з другого.

**Допущення і обмеження.** Поставлене завдання розв’язуємо для випадку абсолютно пластичних матеріалів, тобто вважаємо, що пружні деформації відсутні, а величина відпружинення рівна нулю. Тому можна, по-перше, допустити, що величини підйому на зуби дорна рівні величинам натягів, які, використавши [6], можуть бути

визначені за формулами:  $i_1 = k_0 i_0$ ,  $i_{n_i-1} = (1 - k_0) i_0 \lg(n_i - 1) / \lg(g)$ ,  $i_{n_i} = i_0 - \sum_{j=1}^{n_i-1} i_j$ ,

$i_0 = D_g - D_s$  [6].

По-друге, враховуючи, що кут  $\alpha \leq 5^\circ$  і на віддалі  $A_c$  між зубами (кульками) дорна підйом на зуб величина другого порядку і кут контакту кульки з оброблюваною поверхнею менше  $180^\circ$ , приймаємо, що напруження в зоні контакту кулька-циліндрична канавка оброблюваної поверхні – постійні. Для конкретного дорна, враховуючи малі значення кута підйому  $\alpha$  і величини поля його допуску, приймаємо, що кут  $\alpha = \text{const}$ .

При розрахунку і конструюванні дорна потрібно враховувати наступні обмеження:

$$1) A_c > d_1 + d_2 + b; \quad b > 5 \text{ мм}; \quad 2) \alpha \leq \arctg \frac{\Delta}{d_1 + d_2 + b}.$$

**Результати досліджень.** Для досягнення поставленої мети скористаємось методами розмірного аналізу [4,7,8] і розрахунковою схемою для визначення величини підйому на зуб (на одну кульку) дорна, яка подана на рисунку 1.

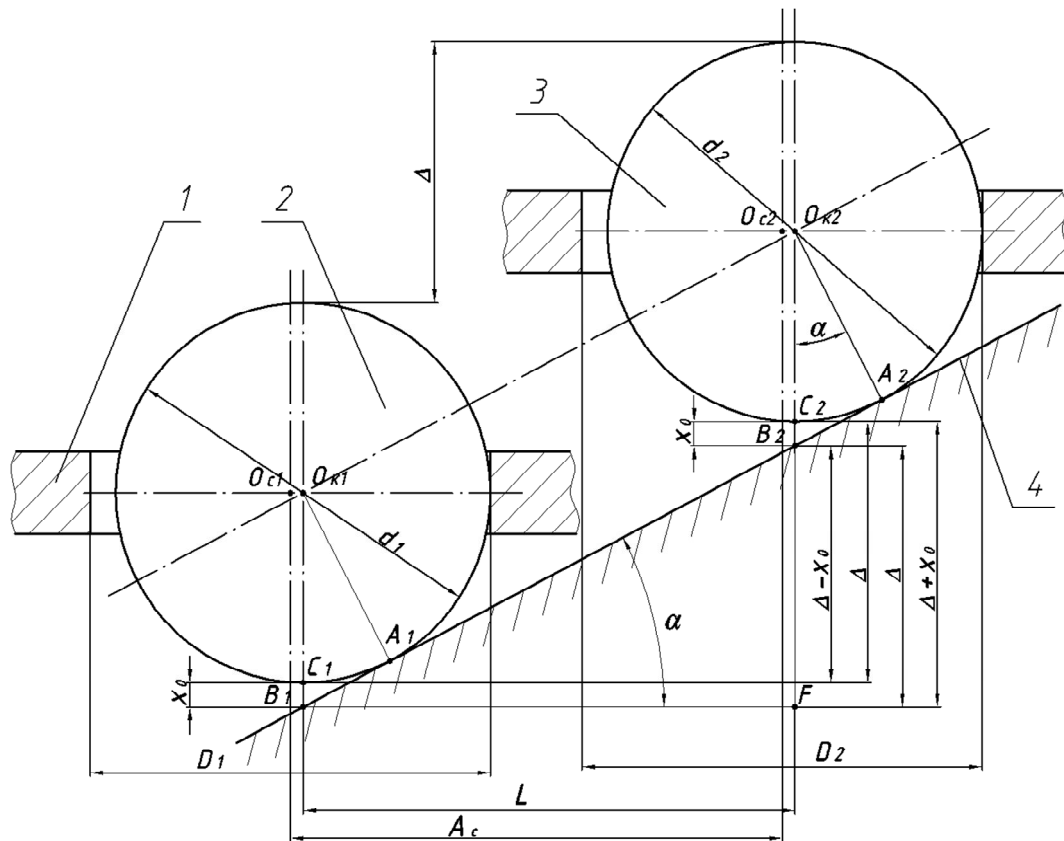


Рисунок 1 – Розрахункова схема для визначення величини підйому на зуб дорна: 1 – сепаратор; 2 і 3 – відповідно кульки першого і другого рядів сепаратора; 4 – кінцева поверхня оправки

В загальному випадку рівняння розмірного ланцюга на основі [4,7,8] може бути подано у вигляді  $L_s = \varphi(L_1, L_2, \dots, L_n)$ . На основі розрахункової схеми величина  $L$ , що визначає розміщення кульок у сепараторі, який встановлений співвісно із оправою на кінчній її поверхні з кутом підйому  $\alpha$ , запишеться у вигляді:

$$L = A_c - \frac{D_1}{2} + \frac{d_1}{2} + \frac{D_2}{2} - \frac{d_2}{2}. \quad (1)$$

Із розрахункової схеми величину підйому на один зуб (кульку) дорна подамо у вигляді:

$$\Delta = L \cdot \operatorname{tg} \alpha = A_c \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} D_1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} d_1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} D_2 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} d_2. \quad (2)$$

Позначивши  $\operatorname{tg} \alpha / 2 = k$  і врахувавши, що  $\operatorname{tg} \alpha = 2k$ , з рівняння (2) отримаємо:

$$\Delta = 2k \cdot A_c - kD_1 + kd_1 + kD_2 - kd_2. \quad (3)$$

В рівнянні (3) величини  $A_c$ ,  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $d_1$  і  $d_2$  – випадкові, які підпорядковані нормальному закону розподілу. Величини  $D_1$  і  $D_2$  та  $d_1$  і  $d_2$ , відповідно мають однакову густину розподілу ймовірності, тобто  $f_1(D_1) = f_1(D_2)$  та  $f_2(d_1) = f_2(d_2)$ , та відповідно однакові характеристики розсіювання, а саме:  $M(D_1) \approx \bar{D}_1 = M(D_2) \approx \bar{D}_2$ ;  $M(d_1) \approx \bar{d}_1 = M(d_2) \approx \bar{d}_2$ ;  $\sigma(D_1) = \sigma(D_2)$ ;  $\sigma(d_1) = \sigma(d_2)$ .

З врахуванням вище отриманого залежність (3) подамо у вигляді:

$$\Delta = 2k \cdot A_c - kD + kD - kd + kd. \quad (4)$$

Густини розподілу випадкових нормально розподілених величин  $A_c$ ,  $D$  і  $d$  виразяться залежностями, відповідно:

$$f_3(A_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(A_c)} \exp \left[ -\frac{(A_{ci} - \bar{A}_c)^2}{2\sigma^2(A)} \right]; \quad (5)$$

$$f_4(D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(D)} \exp\left[-\frac{(D_i - \bar{D})^2}{2\sigma^2(D)}\right]; \quad (6)$$

$$f_5(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma(d)} \exp\left[-\frac{(d_i - \bar{d}_c)^2}{2\sigma^2(d)}\right]. \quad (7)$$

Враховуючи, що поля допусків  $\delta(A)$ ,  $\delta(D)$  і  $\delta(d)$  відповідно величин  $A$ ,  $D$  і  $d$  рівні шістьом середньоквадратичним відхиленням, залежності (5) – (7) набудуть вигляду:

$$f_3(A_c) = \frac{6}{\sqrt{2\pi}\sigma(A)} \exp\left[-18(A_{ci} - \bar{A}_c)^2 / \delta^2(A_c)\right]; \quad (8)$$

$$f_4(D) = \frac{6}{\sqrt{2\pi}\sigma(D)} \exp\left[-18(D_i - \bar{D})^2 / \delta^2(D)\right]; \quad (9)$$

$$f_5(d) = \frac{6}{\sqrt{2\pi}\sigma(d)} \exp\left[-18(d_i - \bar{d})^2 / \delta^2(d)\right]. \quad (10)$$

Ввівши в рівняння (4) позначення  $X=kd-kd$   $Y=kD-kD$ ; на основі [2] з врахуванням вищеподаного (9), (10) і випадкового характеру величин  $X$  і  $Y$ , отримаємо залежності для визначення густин їх розподілу:

$$f_1(X) = \frac{3}{K\sqrt{\pi}\delta(d)} \exp\left[-9X_i^2 / k^2 \delta^2(d)\right]; \quad (11)$$

$$f_2(Y) = \frac{3}{K\sqrt{\pi}\delta(D)} \exp\left[-9Y_i^2 / k^2 \delta^2(D)\right]. \quad (12)$$

Із формули (11), (12) випливає, що величини  $X$  і  $Y$  випадкові з нормальним законом розподілу. Використавши (11) і (12), запишемо характеристики їх розсіювання: математичні сподівання  $M(X)$  і  $M(Y)$  та дисперсії розсіювання  $D(X)$  і  $D(Y)$ :

$$M(X) = M(Y) = 0; \quad D(X) = \frac{\delta^2(d)k^2}{18}; \quad D(Y) = \frac{\delta^2(D)k^2}{18};$$

густина розподілу величини  $Z = X + Y$  на основі [2, 4] запишеться у вигляді:

$$f_0(z) = \frac{9}{K\sqrt{\pi}[\delta^2(d) + \delta^2(D)]} \exp\left\{-\frac{9z_i^2}{K^2[\delta^2(d) + \delta^2(D)]}\right\}. \quad (13)$$

У рівнянні (3) величину  $2k \cdot A_c$  позначимо через  $Q$ , тобто  $Q=2k \cdot A_c$ . На основі [2], враховуючи, що  $2k=const$ , а  $A_c$  – підпорядковане нормальному закону розподілу, запишемо вирази для визначення математичного сподівання  $M(Q)$  величини  $Q$ , яке приблизно дорівнює середньому значенню  $\bar{Q}$  та дисперсії розсіювання –  $D(Q)$

$$M(Q) \approx \bar{Q} = 2k \cdot \bar{A}_c, \quad (14)$$

$$D(Q) = 4k^2 D(A_c). \quad (15)$$

Враховуючи, що  $\bar{A}_c = A_n$ , а  $D(A_c) = \delta^2(A_c) / 36$ , отримаємо:

$$M(Q) = \bar{Q} = 2k \cdot A_n,$$

$$D(Q) = k^2 \delta^2(A_c) / 9.$$

Тоді густину розподілу величини  $Q$  подамо залежністю:

$$f_0(Q) = \frac{3}{\sqrt{2\pi}k \cdot \delta(A_c)} \exp\left[-18(A_{ci} - A_n)^2 / \delta^2(A_c)\right]. \quad (16)$$

Густина розподілу величини  $\Delta$  з врахуванням (8) (13), (15) і (16) виразиться формулою:

$$f(\Delta) = \frac{4,24}{\sqrt{2\pi}k \cdot \sqrt{2\delta^2(A_c) + \delta^2(d) + \delta^2(D)}} \exp\left\{-9(\Delta_i - 2kA_n)^2 / k^2 [2\delta^2(A_c) + \delta^2(d) + \delta^2(D)]\right\}. \quad (17)$$

На основі залежності (17) дисперсія величини  $\Delta$  буде рівна:

$$D(\Delta) = k^2 [2\delta^2(A_c) + \delta^2(d) + \delta^2(D)] / 18. \quad (18)$$

Поле розсіювання величини  $\delta(\Delta)$  визначиться із формули

$$\delta(\Delta) = 1,41k \sqrt{2\delta^2(A_c) + \delta^2(d) + \delta^2(D)}. \quad (19)$$

Аналіз залежностей (17)–(19) показує, що підйом на зуб (кульку) дорна є величина випадкова з нормальним законом розподілу. Поле розсіювання підйому на зуб (кульку) дорна залежить від точності міжосьової віддалі отворів сепаратора, точності діаметрів кульок і отворів сепаратора, а також від кута  $\alpha$ .

Отримані на основі розмірного аналізу результати надають можливість запропонувати методику встановлення певних точнісних характеристик (квалітетів) розмірних параметрів конструктивних елементів дорна.

Суть її полягає в наступному. Використавши рекомендації літературних джерел, наприклад, [9], в залежності від діаметра оброблюваного отвору задаються номінальним значенням величини  $\Delta$  і полем її розсіювання –  $\delta(\Delta)$ . Враховуючи те, що для зубів дорна кочення будемо використовувати стандартні кульки з підшипників кочення з відомими характеристиками точності (номінальний діаметр  $d_{кн}$ ; поле допуску  $\delta(d_{кн})$ ), а також залежності (4) і (18) і прийнявши, що  $d < D$  на основі [4], отримаємо передаточні відношення впливу кожної із складових ланок розмірного ланцюга на величину замикаючої ланки:  $\partial\Delta / \partial d = \partial\Delta / \partial D = 1$ ;  $\partial\Delta / \partial A_c = 2$ . Це означає, що діаметри отворів сепаратора повинні бути виконані з такою ж точністю, як і діаметри кульок, тобто одного квалітету, а міжосьова віддаль отворів сепаратора повинна виконуватись із підвищеною точністю.

В результаті здійсненого розмірного аналізу можна зробити наступні **висновки**:

1. Встановлено вплив кожного із формуючих величину підйому на зуб розмірних параметрів на її середнє значення, дисперсію і поле розсіювання.
2. Точність міжосьової віддалі отворів сепаратора в два рази сильніше впливає на точність підйому на зуб дорна, ніж точність діаметрів отворів сепаратора і кульок.
3. Міжосьова віддаль отворів сепаратора повинна забезпечуватись з точністю у 2 рази вищою, ніж точність діаметрів кульок і отворів сепаратора.
4. Для забезпечення такої точності міжосьової віддалі отворів сепаратора при їх виготовленні рекомендується використовувати координатно-розточні верстати.

#### **Література**

1. Авторское свидетельство СРСР №303153 В23d 43/02 Шариковый дорн для обработки отверстий / Розенберг А.М.; Заяв. 11.04.74; Опубл. 23.08.74. Бюл. №31.
2. Венцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 320с.
3. Патент №26884 Україна, МПК В21С37/06. Дорн для обробки напівкруглих шліцевих пазів / Гевко Р.Б., Дзюра В.О. -u200705890; Заявл. 29.05.2007. Опубл. 10.10.2007. Бюл. №7. –3с.
4. Кордонский Х.Б. Приложение теории вероятности в инженерном деле. – Москва-Ленинград: Госиздат физико-математ. лит-ры, 1963.
5. Проскуряков Ю.Г., Самахин Я.А. Тяговые усилия при обработке цилиндрических отверстий многозубыми дорнами. // Вестник машиностроения. – 1964. – №4. – С.34-38.
6. Проскуряков Ю.Г. и Романов В.Н. Современные конструкции инструмента для дорнования отверстий // Станки и инструменты. – 1975. – №6. – С.35-36.
7. Размерный анализ конструкций. Справочник / С.Г.Бондаренко, О.Н. Чередников, В.П. Грубый, Т.М. Игнашчев / Под общ. ред. канд. техн. наук С.Г.Бондаренко. – К.: Техника, 1989.
8. Размерный анализ технологических процессов / В.В.Матвеев, М.М.Тверской, Ф.И. Бойков и др.–М.: Машиностроение, 1982.

Одержано 03.11.2008 р.