УДК 539.3
О. Самборська
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСКІНЧЕННИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ В ЗАДАЧАХ ПРО ВНУТРІШНЮ НЕСТІЙКІСТЬ КОМПОЗИТІВ

Дослідження задач про нестійкість циліндричних волокон в пружній матриці проводиться на основі тривимірної лінеаризованої теорії стійкості деформівних тіл, рівняння якої отримуються шляхом лінеаризації нелінійних рівнянь теорії пружності. Ці рівняння застосовуються окремо до волокон і до матриці з врахуванням різних механічних властивостей компонентів. Залежно від умов контакту між волокнами та матрицею формулюються граничні умови на поверхнях розділення середовищ.

Розв'язки для кожного з волокон шукаються у вигляді рядів Фур'є з модифікованими функціями Бесселя, а для матриці – з функціями Макдональда, оскільки розв'язки для матриці повинні задовольняти умови згасання на „нескінченності". Щоб представити розв'язки для матриці в місцевій системі координат, зв'язаній з певним волокном, скористаємося теоремою додавання циліндричних фуцій, яку запишемо в наступному вигляді:

$$K_n\left(\zeta_i\gamma r_p\right)\cos n\,\Theta_p=\sum_{m=0}^{\infty}(-1)^n\left(\frac{p}{|p|}\right)^{m+n}\varepsilon_m\left(K_{n-m}\left(\zeta_i\gamma p\delta\right)\right)+ \\ +K_{n+m}\left(\zeta_i\gamma pd\right)I_m\left(\zeta_i\gamma r_p\right)\cos m\Theta_0; \tag{1}$$

$$\varepsilon_0=\frac{1}{2},\ \varepsilon_m=1 \text{ при } m\neq 0.$$

Підставляючи одержані вирази разом з розв'язками для даного волокна в граничні умови, отримаємо нескінченну однорідну систему лінійних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів, що входять у розв'язки. Ця система розпадається на дві замкнені системи:

а) систему рівнянь відносно $X_{1n,j}$ (n - парне число) та $X_{2n,j}$ (n - непарне число);

б) систему рівнянь відносно $X_{1n,j}$ (n - непарне) та $X_{2n,j}$ (n - парне).

Визначник отриманої системи дорівнює добутку визначників нескінченних систем рівнянь а) та б). Неважко довести, що значення визначників систем а) та б) відрізняються тільки знаком. Тому розглянемо тільки систему а), записавши її в матричному вигляді:

$$X_{1,2k}+\sum_{l=0}^{\infty}\left(V^{(1)}_{1,2l,2k}X_{1,2l}+V^{(2)}_{1,2l+1,2k}X_{2,2l+1}\right)=0 \tag{2}$$

$$X_{2,2k+1}+\sum_{l=0}^{\infty}\left(V^{(1)}_{2,2l,2k+1}X_{1,2l}+V^{(2)}_{2,2l+1,2k+1}X_{2,2l+1}\right)=0\,.$$

Для того, щоб лінійна однорідна система рівнянь мала ненульові розв'язки, необхідно і достатньо, щоб її визначник дорівнював нулю:

$$\Delta\left(\varepsilon,d,\chi\right)=0 \tag{3}$$

Доведено, що характеристичний визначник $\Delta\left(\varepsilon,d,\chi\right)$ є визначником нормального типу, тому його можна замінити скінченним визначником деякого порядку. З характеристичного рівняння (3) можна визначити критичні значення вкорочення ε та параметра хвилеутворення χ.