Секція: **МАТЕМАТИКА**
Керівник: **доц. Б.Шелестовський**
Секретар: Г. Габрусєв

УДК 517.9
Б. Шелестовський, Г. Габрусєв
(Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя)

МЕТОДИКА РЕГУЛЯРИЗАЦІЇ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ

При дослідженні контактної взаємодії жорстких штампів із пружними середовищами часто доводиться розв'язувати інтегральні рівняння

$$\int_a^b y(t)K(t,r)\,dt = f(r), \qquad a \le r \le b, \tag{1}$$

що, як відомо, є некоректною задачею. Ми пропонуємо наступний спосіб його регуляризації. Запишемо рівняння (1) у вигляді суми двох інтегралів

$$\int_a^r y(t)K(t,r)\,dt + \int_r^b y(t)K(t,r)\,dt = f(r). \tag{2}$$

До кожного із інтегралів (2) застосуємо метод інтегрування за частинами, позначивши $u(t)=y(t)$ в обох випадках, $dv_1(t,r)=K(t,r)dt$ у першому та $dv_2(t,r)=-K(t,r)dt$ – у другому. В результаті отримаємо наступне інтегрально-диференціальне рівняння відносно шуканої функції $y(t)$:

$$P(r)y(r) - \int_a^r v_1(t,r)\frac{dy(t)}{dt}dt + \int_r^b v_2(t,r)\frac{dy(t)}{dt}dt = f(r), \tag{3}$$

де $v_1(t,r)=\int_a^t K(\tau,r)d\tau$, $v_2(t,r)=\int_t^b K(\tau,r)d\tau$, $P(r)=v_1(t,r)+v_1(t,r)=\int_a^b K(\tau,r)d\tau$.

При розв'язанні задач математичної фізики, функція $P(r)$ не перетворюється в нуль у жодній із точок відрізка $[a,b]$, тому із (3) матимемо:

$$y(r) - \frac{1}{P(r)}\left[\int_a^r v_1(t,r)\frac{dy(t)}{dt}dt + \int_r^b v_2(t,r)\frac{dy(t)}{dt}dt\right] = \frac{f(r)}{P(r)}. \tag{4}$$

Отримане рівняння (4) є уже інтегрально-диференціальним рівнянням другого роду відносно $y(r)$. У інших, описаних у літературі, методах регуляризації рівняння типу (1), зокрема методах Лаврєнтьєва та Тихонова, також у результаті одержуються рівняння другого роду, що і робить розв'язок стійким. Проте у згадуваних методах застосовуються досить нетривіальні операції, зокрема введення згладжуючого функціонала та його мінімізація. У запропонованому методі рівняння (4) отримується безпосередньо із (1). При чому в (4) усі складові мають однакову розмірність та порядок, що дозволяє застосовувати до його розв'язання метод послідовних наближень:

$$y_0(r) = \frac{f(r)}{P(r)}, \quad y_m(r) = \frac{f(r)}{P(r)} + \frac{1}{P(r)}\left[\int_a^r v_1(t,r)\frac{dy_{m-1}(t)}{dt}dt + \int_r^b v_2(t,r)\frac{dy_{m-1}(t)}{dt}dt\right].$$

Для завершення ітераційного процесу, який у деяких випадках може виявитись розбіжним, слід використовувати співвідношення $\|y_m - y_{m-1}\| : \|y_m\| < \varepsilon$.