

## СЕКЦІЯ 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

УДК

М.Б. Колісник, І.Б. Окіпний к.т.н., доцент

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЕФОРМУВАННЯ СТЕРЖНЯ ІЗ СПЛАВУ З ПАМ'ЯТТЮ ФОРМИ (СПФ) ПІД ДІЮ ЦИКЛІЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

M.B. Kolisnyk, I.B. Okipnyi Ph.D., associate professor

### MATHEMATICAL MODEL OF DEFORMATION OF A SHAPE MEMORY ALLOY ROD UNDER CYCLIC LOADING

У елементах конструкцій, які піддаються інтенсивній дії циклічних навантажень, все частіше виникає проблема з надійністю та міцністю при довготривалій експлуатації. Вирішити цю проблему можна за допомогою демпфуючих пристроїв з використанням у них сплавів з пам'яттю форми (СПФ), завдяки своїм функціональним властивостям [1,2]. При високих температурах сплави з пам'яттю форми мають первинну впорядковану фазу аустеніту, який при охолодженні переходить в менш впорядковану фазу мартенситу. Зазвичай демпфери експлуатуються в конструкціях, що зазнають впливу вібрацій, коливань, резонансу та інших циклічних навантажень, що нейтралізуються завдяки ефекту псевдопружності і високої здатності до дисипації енергії [3].

Математична модель деформування стержня із сплавом з пам'яттю форми (СПФ) під дію циклічного навантаження може бути описана з використанням закону деформування та закону поведінки матеріалу. Одним із можливих підходів є використання моделі «двофазного» матеріалу для СПФ. Розглянемо циклічно навантажений стержень. Нехай  $x$  – вісь стержня,  $u(x, t)$  – деформація в точці  $x$  на момент часу  $t$ . Матеріал сплаву розглядається як комбінація аустенітної ( $u_a$ ) та мартенситної ( $u_m$ ) фаз. Загальне зміщення може бути виражене як вагова сума цих фаз:

$$u(x, t) = f(t)u_a(x) + [1 - f(t)]u_m(x)$$

де  $f(t)$  - функція, яка відображає відносну кількість аустенітної та мартенситної фаз у матеріалі, яка може залежати від температури, напруження та інших факторів.

Використовуючи закони поведінки матеріалу, можна записати умови рівноваги та рівня деформації для обох фаз.

$$\rho \frac{\partial^2 u_a}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( G_a \frac{\partial u_a}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( E_a \frac{\partial^2 u_a}{\partial x^2} \right),$$
$$\rho \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( G_m \frac{\partial u_m}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( E_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial x^2} \right),$$

де  $\rho$  – щільність,  $G$  – модуль зсуву,  $E$  – модуль пружності.

Математична модель надає інструмент для розуміння динаміки деформацій та фазових переходів у стержні із СПФ матеріалу під дією циклічного навантаження. Це може бути важливим для проектування та оптимізації використання СПФ у різних галузях, включаючи медицину, авіацію, будівництво та ін.

#### Література

1. Р. Ясній, М. Колісник, О. Конончук, В. Іасній. Calculation of constructive parameters of SMA damper. Scientific Journal of the TNTU, Vol. 88, 2017, №4, Pages 7–15.

2. П. Ясній, М. Колісник, В. Ясній. Демпфуючий пристрій для транспортування довгомірних конструкцій. Патент на корисну модель № 127411 Україна МПК F16F 7/12; опубл. 25.07.2018, Бюл. № 14. 2018.

3. В. Ясній, Р. Юнга. Фазові перетворення та механічні властивості сплаву нітинол з пам'яттю форми. ФХММ, Том 54, №3, 2018, с. 107-111.