

УДК 539.3

**В.Божидарник, канд. фіз.-мат. наук;**

**Г.Сулим, докт. фіз.-мат. наук;**

*Луцький державний технічний університет,*

*Львівський національний університет імені Івана Франка*

## КРИТЕРІЙ РУЙНУВАННЯ АНІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИН

*Сформульовано новий критерій руйнування анізотропних пластин з тріщинами, що ґрунтується на понятті міри пошкодженості матеріалу у зоні передруйнування біля вістря тріщини та припущенні, що тріщина зростає у напрямі максимально можливого значення цієї міри коли воно досягає критичного значення.*

Анізотропні, у тому числі й армовані, матеріали все ширше застосовують в інженерній практиці, вони є перспективними матеріалами широкого спектру вжитку, що піддаються проектуванню в сенсі формування наперед заданих властивостей. Однак методи розрахунку на тріщиновитримність виготовлених з них елементів конструкцій з тріщинами досі розвинуті недостатньо. Це зумовлено складністю розрахунків напружено-деформованого стану і кінетики поширення у тілі тріщин. Крім того, експериментальне дослідження характеристик тріщиновитримності теж недостатньо розвинуте. Силовий критерій Ірвіна [1, 2, 3], а також ефективний для прогнозування напряду початкового просування тріщини у ізотропних матеріалах  $\sigma_{\theta\theta}$ -критерій для анізотропних, теж безпосередньо застосовувати не можна, оскільки їхня тріщиновитримність разом з іншими механічними властивостями залежить від орієнтації дефекту у матеріалі.

Розглянемо тонкостінний елемент конструкції завтовшки  $2h$ , виготовлений з анізотропного квазікрихкого матеріалу. Лінійні параметри  $a_i$  характеризують його геометричну конфігурацію, силовий параметр  $p$  – зовнішнє навантаження розтягом-стиском та зсувом. Вважаємо, що такий елемент після його виготовлення або деякого часу експлуатації підлягав візуальному чи дефектоскопічному контролю певної чутливості. Контроль констатував відсутність у ньому дефектів, що перевищують певну величину  $l$ . Однак він не гарантує відсутності у конструкції менших дефектів, тобто не більших від  $l$ . Тому загальний розрахунок конструкції на міцність повинен базуватися на тому, що на час завершення контролю конструкційний елемент може мати всередині дефект розміру  $l$ . Задача механіки руйнування полягає у визначенні найменшого значення зовнішнього навантаження, після досягнення якого даний елемент з дефектом розміру  $l$  може зруйнуватися. Якщо дефекти менші від  $l$ , то такий розрахунок дасть додатковий запас міцності.

**Побудова критеріальних співвідношень.** Вважаємо, що в околі найбільш напруженої точки  $O$  розглядуваного конструкційного елемента перебуває дефект конкретного типу характерного розміру  $l$ . Нехай це наскрізна прямолінійна тріщина завдовжки  $l$  з центром у  $O$ . Відразу зазначимо, що поставлену задачу механіки руйнування можна запропонованим тут методом розв'язати і для дефектів інших типів, зокрема порожнини, включення, гострокінцевої неоднорідності. Дефекти-тріщини досліджуються тут лише з огляду на їх найбільшу небезпеку та масовість.

Методи теорії пружності анізотропних тіл [4-6] дають головні напруження  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  у точці  $O$  розглядуваного елемента у припущенні його бездефектності:

$$\sigma_1 = \varphi_1(p, a_i), \sigma_2 = \xi_2 \sigma_1, \xi_2 = \varphi_2(p, a_i) \varphi_1^{-1}(p, a_i). \quad (1)$$

Тут  $\varphi_j(p, a_i)$  ( $j=1, 2$ ) – конкретні функції, які можна знайти методами теорії пружності.

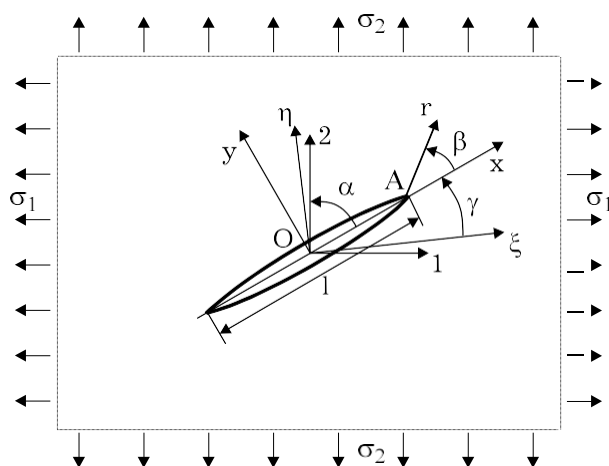


Рисунок 1. Схема задачі теорії тріщин.

Вважаючи матеріал конструкційного елемента наближено однорідним і анізотропним, тензор напружень – неперервним, а величину  $l$  – достатньо малою, можна припустити, що поза певним околom  $S$  діаметром  $D$  ( $D \ll l$ ) точки  $O$  напружений стан однорідний з головними напруженнями  $\sigma_1, \sigma_2$ . Оскільки  $D \ll l$ , то напружено-деформований стан в околі тріщини буде таким, як у нескінченній пластині завтовшки  $2h$  з того самого анізотропного матеріалу та з тріщиною завдовжки  $l$ , що піддана у нескінченно віддалених точках впливові однорідного поля нормальних

напружень  $\sigma_1, \sigma_2$  у взаємно перпендикулярних напрямках, що визначаються зовнішнім навантаженням конструкційного елемента за допомогою формул (1). Таким чином, визначення міцності розглядуваного елемента конструкції зводиться до задачі про гранично-рівноважний стан необмеженої анізотропної пластини з тріщиною завдовжки  $l$  (рис. 1), що у нескінченно віддалених точках піддана впливові поля взаємно перпендикулярних нормальних напружень  $\sigma_1, \sigma_2$ . Ця задача розв'язується з використанням поняття міри пошкодженості матеріалу біля вістря тріщини, суть якого можна пояснити так. Під час навантажування квазікрихкої пластини з тріщиною біля її вістря формується зона переддруйнування, геометрія якої і стан матеріалу всередині неї з огляду на її малість (тонка структура тріщини за Г.П.Черепановим) цілком визначається коефіцієнтом  $K_\beta$  інтенсивності розтягувальних напружень уздовж радіальних напрямів, що виходять з вістря тріщини у цій зоні, та характеристиками тріщиновитримності матеріалу у цих напрямках. Ці характеристики, так само як інші механічні властивості анізотропного матеріалу, залежать від кутової координати. Якщо порівняти між собою два якісь напрями, і у другому напрямі коефіцієнт  $K_\beta$  та тріщиновитримність, скажімо, удвічі більші проти відповідних величин для першого напрямку, то очевидно, що з погляду міцності обидва напрями будуть еквівалентними. Тому, нормуючи у кожному напрямі коефіцієнт інтенсивності розтягувальних напружень тріщиновитримністю, мірою пошкодженості матеріалу у зоні переддруйнування вважатимемо безрозмірну величину

$$\Pi(\sigma_1, \sigma_2, l, \beta) \equiv K_\beta(\sigma_1, \sigma_2, l, \beta) K_{Ic}^{-1}(\beta), \quad (2)$$

де  $\beta$  – кутова координата локальної полярної системи координат  $Ar\beta$  з початком  $A$  у розглядуваному вістрі тріщини;  $K_\beta$  – коефіцієнт інтенсивності окружних напружень  $\sigma_{\beta\beta}$ , означений виразом

$$K_\beta = \lim_{r \rightarrow 0} (\sqrt{2\pi r} \sigma_{\beta\beta}). \quad (3)$$

Тут  $K_{Ic}(\beta)$  – отримане експериментально критичне значення коефіцієнта інтенсивності  $K_\beta$ , з досягненням якого, за критерієм Ірвіна [1-3], розпочинається зростання тріщини і який для анізотропних матеріалів залежить від напрямку  $\beta$  стосовно головних осей анізотропії матеріалу [7]. З огляду на те, що  $K_\beta \leq K_{Ic}$ , міра пошкодженості матеріалу у зоні переддруйнування змінюватиметься у межах  $0 \leq \Pi \leq 1$ . Причому навіть після зменшення чи цілковитого знімання навантаження рівень міри пошкодженості у зоні переддруйнування зберігається, сприяючи дальшому втомному

руйнуванню. На основі цього, а також вважаючи, що просування тріщини відбуватиметься у напрямі найбільш можливої пошкодженості матеріалу, для визначення гранично-рівноважного стану анізотропної пластини з тріщиною (критичних значень величин  $\sigma_1 = \sigma_{1*}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_{2*}$ , а також напрямку  $\beta = \beta_*$  початкового руху тріщини) отримуємо таку систему рівнянь:

$$\max_{\beta} [\Pi(\sigma_{1*}, \sigma_{2*}, l, \beta)] = [\Pi(\sigma_{1*}, \sigma_{2*}, l, \beta)] \Big|_{\beta=\beta_*}, \quad \Pi(\sigma_{1*}, \sigma_{2*}, l, \beta_*) = 1. \quad (4)$$

У критеріальні рівняння (4) входить функція  $K_{Ic}(\beta)$ , що характеризує тріщиновитримність анізотропного матеріалу залежно від кута  $\beta$  напрямку просування тріщини і визначається експериментально, а також функція  $K_{\beta}(\sigma_1, \sigma_2, l, \beta)$ , що визначає (залежно від кута  $\beta$ ) коефіцієнт  $K_{\beta}$  інтенсивності окружних напружень  $\sigma_{\beta\beta}$  біля вістря тріщини і знаходиться на основі результатів праць [8,9]. З урахуванням цього і з використанням розв'язку системи рівнянь (4) отримуємо

$$\sigma_{1*} = \psi(l, \xi_2, K_{Ic}^*), \quad \sigma_{2*} = \xi_2 \sigma_{1*}, \quad (5)$$

де  $K_{Ic}^* = K_{Ic}(\beta_*)$ ;  $\psi(l, \xi_2, K_{Ic}^*)$  – цілком означена функція.

Використовуючи співвідношення (1) і (5), для визначення критичного значення параметра зовнішнього навантаження  $p = p_*$  отримуємо рівняння

$$\varphi_1(p_*, a_i) = \psi(l, \xi_2, K_{Ic}^*). \quad (6)$$

У системі координат  $O\sigma_1\sigma_2$  це рівняння описує діаграму граничних навантажень, яка обмежує область значень головних напружень  $\sigma_1, \sigma_2$ , безпечних з огляду на крихке руйнування елемента конструкції.

**Плоска задача теорії пружності.** Коли тонкостінний елемент конструкції піддано впливові тільки навантажень у його площині (розтягові-стискові, поперечному зсувові), то коефіцієнт інтенсивності окружних напружень  $K_{\beta}$  в околі вістря тріщини визначається згідно з результатами праць [8,9] залежністю

$$K_{\beta}^{(p)}(\sigma_1, \sigma_2, l, \beta) = \sqrt{\frac{\pi l}{2}} \operatorname{Re} \left\{ (s_1 - s_2)^{-1} \left[ -(\cos \beta + s_1 \sin \beta)^{3/2} (s_2 \sigma + \tau) + (\cos \beta + s_2 \sin \beta)^{3/2} (s_1 \sigma + \tau) \right] \right\}, \quad (7)$$

де  $\sigma = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha$ ,  $\tau = 0,5(\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha$  – нормальні і дотичні напруження у бездефектній пластині у місці досліджуваної тріщини, що відповідають симетричному та антисиметричному напруженому станові;  $\alpha$  – кут дії головних напружень  $\sigma_2$  стосовно осі  $Ox$  орієнтації тріщини. Анізотропія матеріалу характеризується комплексними параметрами  $s_1, s_2$ , що є коренями характеристичного рівняння відповідної задачі теорії пружності [5]  $a_{11}s^4 - 2a_{16}s^3 + (2a_{12} + a_{66})s^2 - 2a_{26}s + a_{22} = 0$  і залежать від орієнтації обраної системи координат. Якщо пластина виділена з ортотропного матеріалу паралельно до його площини пружної симетрії, то у ній будуть дві взаємно перпендикулярні осі пружної симетрії (головні осі анізотропії)  $O\xi, O\eta$  і пружні сталі  $a_{ij}$  залежать від “технічних” сталих [4-6] та ін. так:  $a_{11} = 1/E_{\xi}$ ,  $a_{12} = -\nu_{\xi\eta}/E_{\xi} = -\nu_{\eta\xi}/E_{\eta}$ ,  $a_{16} = 0$ ,  $a_{22} = 1/E_{\eta}$ ,  $a_{26} = 0$ ,  $a_{66} = 1/G_{\xi\eta}$ .

Модулі пружності у напрямі цих осей позначимо відповідно  $E_{\xi}, E_{\eta}$ , причому для означеності вважатимемо, що  $E_{\xi} > E_{\eta}$ . Якщо вісь тріщини збігається з головною

віссю анізотропії  $O\xi$ , то параметри  $s_1, s_2$  (у системі координат  $\xi O\eta$ ) визначатимуться з біквдратного характеристичного рівняння  $a_{11}s^4 + (2a_{12} + a_{66})s^2 + a_{22} \equiv$

$$\frac{1}{E_\xi} s^4 + \left( \frac{E_{\xi\eta}^{(45)}}{E_\xi} - \frac{1}{E_\xi} - \frac{1}{E_\eta} \right) s^2 + \frac{1}{E_\eta} = 0$$
, що дає два розв'язки [9]

$$s_{1,2} = i \sqrt{1 - 2\varepsilon_2 + 0,5\varepsilon_1} \mp \sqrt{2\varepsilon_1 - 4\varepsilon_2 + 4\varepsilon_2^2 + 0,25\varepsilon_1^2 - 2\varepsilon_1\varepsilon_2}, \quad (8)$$

де  $\varepsilon_1 = 1 - E_\xi / E_\eta$ ;  $\varepsilon_2 = 1 - E_\xi / E_{\xi\eta}^{(45)}$ ;  $E_{\xi\eta}^{(45)}$  – модуль пружності під кутом  $45^\circ$  до осі  $O\xi$

[10, с. 50]:

$$\frac{4}{E_{\xi\eta}^{(45)}} = \frac{1 - \nu_{\xi\eta}}{E_\xi} + \frac{1 - \nu_{\eta\xi}}{E_\eta} + \frac{1}{G_{\xi\eta}} \quad \left( \begin{matrix} \nu_{\xi\eta} = \nu_{\eta\xi} \\ E_\xi = E_\eta \\ G_{\xi\eta} = G_{\eta\xi} \end{matrix} \right). \quad (9)$$

Якщо вісь  $Ox$  тріщини орієнтована під кутом  $\gamma$  до головної осі анізотропії  $O\xi$ , то параметри  $s_i(\gamma)$  для системи координат  $xOy$  можна обчислити за формулою [5,6,9]

$$s_i(\gamma) = \frac{s_i \cos\gamma - \sin\gamma}{\cos\gamma + s_i \sin\gamma} \quad (i = 1, 2). \quad (10)$$

Таким чином, для з'ясування плоского напруженого стану ортотропного матеріалу, причому за умов першої основної крайової задачі, якою у більшості випадків і є задача теорії тріщин, достатньо знати значення модулів пружності у трьох напрямках  $E_\xi, E_{\xi\eta}^{(45)}, E_\eta$ , тобто лише трьох пружних сталих замість чотирьох традиційно вживаних незалежних сталих  $a_{11}, a_{12}, a_{22}, a_{66}$  чи  $E_\xi, E_{\xi\eta}, G_{\xi\eta}, \nu_{\xi\eta}$  [9]. Визначення поля напружень для другої основної крайової задачі, а також полів деформацій чи переміщень у будь-якому випадку вимагає вже використання чотирьох пружних сталих.

Отже, для визначення гранично-рівноважного стану необмеженої ортотропної пластини з тріщиною завдовжки  $l$ , вісь піддана нескінченності розтягу-стиску однорідним полем напружень  $\sigma_1, \sigma_2$ , слід розв'язати рівняння (4) з урахуванням співвідношень (7) – (10).

**Приклад.** Нехай необмежена ортотропна пластинка з тріщиною завдовжки  $l$ , вісь якої збігається з вищезгаданою віссю симетрії пружних характеристик  $Ox$ , піддана впливу у нескінченно віддалених точках розтягу напруженнями  $p \sim \sigma_2$  під кутом  $\alpha$  до осі тріщини ( $\sigma_1 = 0$ ). Завдання полягає у визначенні залежності кута  $\beta = \beta^*$  початкового напрямку збільшення тріщини від кута  $\alpha$  прикладання зовнішніх напружень  $p$  та граничного навантаження.

Вирішення питання зводиться до розв'язування першого рівняння (4) з урахуванням виконання співвідношень (7) і (8). При цьому дослідимо трансверсально-ізотропний склопластик ЕТФ на тканині кордного типу, для якого:  $E \sim E_\xi = 29600$  МПа,  $E' \sim E_\eta = 12500$  МПа,  $\nu' \sim \nu_{\eta\xi} = 0,08$ , ( $\nu_{\xi\eta} = 0,189$ ),  $\nu \sim \nu_{\xi\xi} = 0,31$ ,  $G' = G_{\eta\xi} = G_{\xi\eta} = 4900$  МПа ( $E_{\xi\eta}^{(45)} = 16615$  МПа); міра ортотропії  $A = 2,37$ ; найпростіше, однак, фізично нереальне лінійне наближення експериментальних значень граничного коефіцієнта інтенсивності напружень  $K_{Ic}$ , Н/мм<sup>3/2</sup> залежно від напрямку  $\gamma$  стосовно головної осі анізотропії, якій

Таблиця

$\gamma$ , рад	$K_{Ic}$ , Н/мм <sup>3/2</sup>
0	476,0
$\pi/6$	553,0
$\pi/4$	774,0
$5\pi/12$	929,0
$\pi/2$	1096,0
Середнє	786

відповідає максимальний модуль пружності (табл. – дані з [7, с.124]) дає вираз  $K_{Ic}(\beta) = [476 + 394,6(\beta + \gamma)] \text{ Н/мм}^{3/2}$  ( $0 \leq \beta \leq \pi/2$ ), згладжену апроксимацію –  $K_{Ic}(\beta) = [476 + 0,6195f(\beta + \gamma)] \text{ Н/мм}^{3/2}$ ,  $f(x) = x^2(\pi - x)^3(\pi + x)^3$  ( $-\pi \leq \beta \leq \pi$ ). Середнє значення в'язкості руйнування матеріалу  $K_{Ic}^{сеп} = 786 \text{ Н/мм}^{3/2}$ .

Тоді перше рівняння (4), скажімо, для лінійної апроксимації, зводиться (з урахуванням також знаку другої похідної) до вигляду

$$\left. \frac{\partial}{\partial \beta} \text{Re} \frac{(\cos \beta + s_2 \sin \beta)^{3/2} (s_1 \sigma + \tau) - (\cos \beta + s_1 \sin \beta)^{3/2} (s_2 \sigma + \tau)}{(s_1 - s_2)[476 + 394,6(\beta + \gamma)]} \right|_{\beta=\beta^*} = 0,$$

$$\sigma = \sigma(\alpha), \tau = \tau(\alpha), s_1 = s_1(\gamma), s_2 = s_2(\gamma). \quad (11)$$

Рівняння (11) неважко розв'язати числовими методами і побудувати залежність кута початкового просування тріщини  $\beta^*$  від кута  $\alpha$  напряму прикладання зовнішніх напружень  $\sigma_1$ . Певні проблеми у досягненні бажаної точності можуть з'явитися лише під час обчислень для дуже малих значень кута  $\alpha$ , коли значення критеріальної функції надзвичайно малі. Рис.2 (криві 2–4) відображають графічну залежність  $\beta^* = \beta^*(\alpha)$  (якщо вісь тріщини збігається з віссю  $O\xi$  ( $\gamma = 0$ ) та з віссю  $O\eta$  ( $\gamma = \pi/2$ ) відповідно. Лінії 2 отримані у припущенні, що  $K_{Ic} = \text{const} = K_{Ic}^{сеп}$ ; лінії 3 – у випадку лінійної апроксимації дослідних даних; лінії 4 – для фізично реальнішої гладкої апроксимації, що задовольняє умові, що за фіксованого кута  $\gamma$  похідна  $\partial K_{Ic}(\beta + \gamma) / \partial \beta = 0$  при  $\beta + \gamma = k\pi/2$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ).

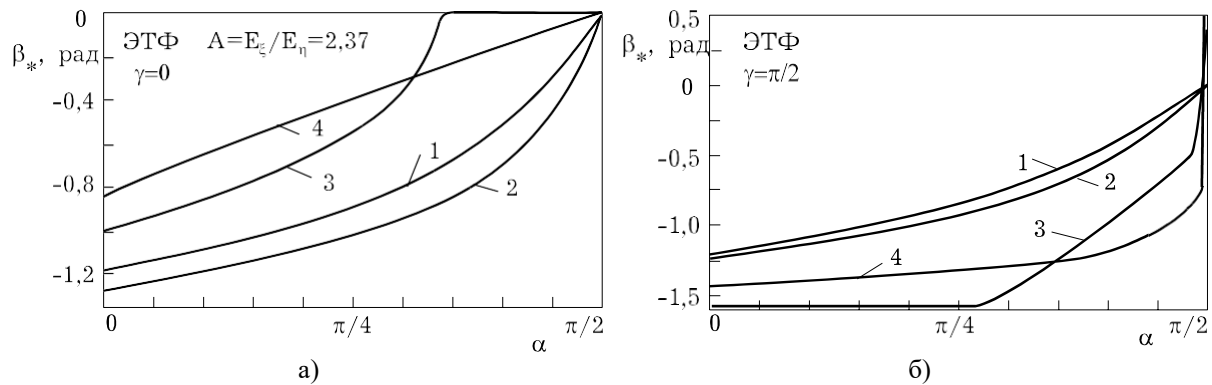


Рисунок 2. Залежність кута  $\beta^*$  початкового напрямку збільшення тріщини від кута  $\alpha$  прикладання зовнішніх напружень та граничного навантаження у випадку, коли вісь тріщини збігається з віссю  $O\xi$  (а) та з віссю  $O\eta$  (б).

У випадку ізотропії, коли  $s_1 = s_2 = i$ ,  $K_{Ic} = \text{const}$ , значення кута  $\beta^* = \beta^*(\alpha)$  відображає лінія 1, що відповідає відомій залежності [2, с. 107; 11]

$$\beta^* \equiv \beta^*(\alpha) = 2 \arctg \left[ \frac{\left( 1 - \sqrt{1 + 8K^2} \right)}{\left[ \right]} / 4K \right], \quad (12)$$

$$K = K_2 / K_1 = \tau(\alpha) / \sigma(\alpha) \quad \left( K_1 = \sigma(\alpha) \sqrt{\pi l / 2}, \quad K_2 = \tau(\alpha) \sqrt{\pi l / 2} \right).$$

Формулу (12) застосовують, лише якщо  $K_1 > 0$ ; у випадку  $K_1 < 0$  її використання (за напружень нормального стиску у зоні переддруїнування) позбавлене сенсу, бо тоді повинна кардинально змінитися постановка задачі. За одновісного розтягу ( $\sigma_2 = 0$ ) маємо  $K = \text{ctg}\alpha$ .

Граничне значення напруження  $p = p^*(\alpha) \sim \sigma_2^*(\alpha)$  для матеріалу ЕТФ відображає залежність зведеного безрозмірного напруження  $p^0(\alpha) \equiv p^*(\alpha) \sqrt{l_*} / K_{Ic}^{\text{сеп}}$  на рис.3 (нумерація ліній така ж, як на рис.2).

У випадку ізотропії з огляду на те, що [2, 11]

$$K_\beta(\beta) = \{K_1 \cos(\beta/2) - 3K_2 \sin(\beta/2)\} \cos^2(\beta/2) \quad (13)$$

і за дії однорідного поля напружень на нескінченності, коли  $K_1 = \sqrt{\pi l/2} \sigma(\alpha)$ ,  $K_2 = \sqrt{\pi l/2} \tau(\alpha)$  маємо

$$K_\beta(\beta) = \sqrt{\pi l/2} \{ \sigma(\alpha) \cos(\beta/2) - 3\tau(\alpha) \sin(\beta/2) \} \cos^2(\beta/2). \quad (14)$$

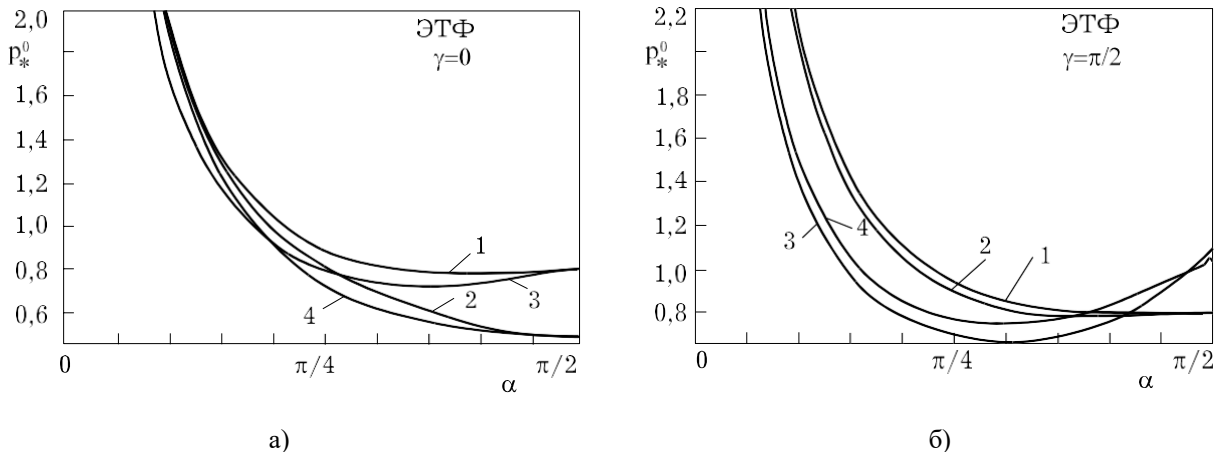


Рисунок 3. Залежність граничного значення зведеного напруження від кута  $\alpha$  при  $\gamma = 0$  (а)

$$\text{та } \gamma = \frac{\pi}{2} \quad (\text{б}).$$

Використовуючи (14), для розглянутого випадку одновісного розтягу під кутом  $\alpha$  з критеріальної умови Ірвіна  $K_\beta(\beta) = K_{Ic}$  отримуємо з урахуванням виразу (12) для кута  $\beta^*$  початкового напрямку росту тріщини граничне значення зведеного напруження

$$p^0(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\pi} \left[ \sin^2 \alpha \cos(\beta^*/2) - 1,5 \sin 2\alpha \sin(\beta^*/2) \right] \cos^2(\beta^*/2)} = \frac{\left( 12K^2 + 1 - \sqrt{1 + 8K^2} \right)^{3/2}}{4\sqrt{\pi} \sin^2 \alpha K^3 \left( 1 + 3\sqrt{1 + 8K^2} \right)} \quad (15)$$

Залежність (15) на рис.3 відображає лінія 1.

Виконані обчислення дають змогу зробити такі основні висновки.

1. Урахування анізотропії матеріалу істотно впливає на передбачуване значення кута  $\beta^*$  і менше – на зведене граничне навантаження.

2. Урахування кутової залежності  $K_{Ic}$  впливає на прогнозоване значення кута початкового руху тріщини. В околі значень кутів близьких до  $\beta + \gamma = k\pi / 2$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) гладка апроксимація дає достовірніші результати.

3. Апроксимація  $K_{Ic}$  його середнім значенням  $K_{Ic}^{сеп}$  (така ситуація відповідає застосуванню  $\sigma_{\theta\theta}$ -критерію) дає значення, що досить близькі до результатів обчислень стосовно ізотропного матеріалу. В обох випадках орієнтації тріщини анізотропія матеріалу збільшувала абсолютне значення кута  $\beta^*$ .

4. Врахування залежності  $K_{Ic}$  від кутової координати істотно впливає на очікувані значення кута початкового руху тріщини. Причому, якщо тріщина орієнтована уздовж головної осі мінімального  $K_{Ic}$  (максимального модуля пружності), то ці значення менші від розрахованих за випадками ізотропії чи  $K_{Ic}^{сеп}$  ( $\sigma_{\theta\theta}$ -критерію); під час орієнтації тріщини уздовж головної осі максимального  $K_{Ic}$  (мінімального модуля пружності) ці значення більші від розрахованих за випадками ізотропії чи  $K_{Ic}^{сеп}$ . Винятком є кути  $\alpha$ , близькі до  $\pi/2$ , при яких у випадку  $\gamma = \pi/2$  значення  $\beta^*$  сягає доволі великих додатних значень.

5. Загалом використання лінійної апроксимації не лише фізично некоректне та незручне у аналітичних перетвореннях. Воно також в усіх випадках дає неправдоподібні результати для тріщин, близьких до нормального відриву ( $\alpha \approx \pi/2$ ).

6. При  $\alpha \rightarrow 0$  обчислення дають передбачуваний результат  $p_*^0 \rightarrow \infty$ .

7. При  $\alpha \rightarrow \pi/2$  обчислення за моделями ізотропії та  $K_{Ic}^{сеп}$  дають однакові значення. Врахування кутової залежності при  $\gamma = 0$  для кутів  $\alpha < \pi/4$  дає міцність, більшу від обчисленої за моделлю ізотропії, і при  $\alpha > \pi/4$  очікується зменшення міцності. Врахування кутової залежності при  $\gamma = \pi/2$  майже завжди дає зменшену порівняно з випадком ізотропії міцність за винятком кутів  $\alpha$ , наближених до  $\pi/2$ .

*The new fracture criterion for cracked anisotropic plates has been stated. It's based on notion of materials damage measure in prefracture zone near crack tip and admission that crack growth in direction of measure maximum at that time, whereas one touch critical value*

### Література

1. Андрейків О.Є. Деформаційні критерії в механіці руйнування матеріалів та їх застосування: досягнення і перспективи // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (выпуск 2): У 3-х т. / За заг. ред. В.В.Панасюка. – Львів: Каменяр, 1999. – Т. 2. – С. 11 – 34.
2. Панасюк В.В., Андрейків А.Е., Партон В.З. Основы механики разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
3. Ярема С.Я., Иваницкая Г.С. Предельное равновесие и развитие косых трещин: (Обзор критериев) // Физ.-хим. механика материалов. – 1986. – Т. 2, – № 1. – С. 45 – 47.
4. Божидарник В.В. Двовимірні задачі теорії пружності й термопружності структурно-неоднорідних тіл. – Львів: Світ, 1998. – 352 с.
5. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
6. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий. – К.: Наук. думка, 1968. – 888 с.
7. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. – К.: Наук. думка, 1982. – 296 с.
8. Бережницкий Л.Т., Делявский М.В., Панасюк В.В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. – К.: Наук. думка, 1979. – 400 с.

## **МЕХАНІКА ТА МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО**

9. Ярема С.Я., Крестин З.С. Распределение напряжений у вершины трещины в анизотропной пластине // Физ.-хим. механика материалов. – 1969, – Т. 5, – №6. – С. 714–719.
10. Ашкенази Е.К., Ганов Э.В. Анизотропия конструкционных материалов: Справочник. – М.: Машиностроение, 1980. – 247 с.
11. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Елементи теорії пластичності та міцності. – Львів: Світ, 1999. – 945 с.

*Одержано 22.06.2000 р.*