

УДК 631.358.42

І.Закалов

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ВОРОХУ КОРЕНЕПЛОДІВ ЦУКРОВИХ БУРЯКІВ У МІЖЛЕМІШОВОМУ ПРОСТОРИ КОЛИВНИХ КОПАЧІВ

Досліджено процес викопування коренеплодів копачами, зроблена оцінка напружено-деформівного стану ґрунту в міжлемішовому просторі, розроблена відповідна математична модель для побудови траєкторій руху ґрунту та визначення контактних напружень на поверхнях лемешів.

Умовні позначення

O, O_1 – відповідно центри базової та рухомої (копачевої) систем координат;

x, y, z – позначення координат базової системи координат;

x_1, y_1, z_1 – позначення координат рухомої системи координат копача;

x_k, z_k – координати точки O_1 в системі $Oxyz$;

a, b – параметри супутньої системи координат, вмороженої в ґрунт, функціонально зв'язаних з координатами x, y ;

t – час;

φ – кут повороту системи $O_1x_1y_1z_1$ із копачем;

2α – кут між лемешами у горизонтальній площині;

2γ – кут між лемешами у вертикальній площині;

S – біжуча товщина ґрунту між робочими поверхнями лемешів;

S_0 – товщина вирізаного клину ґрунту в найнижчих точках лемешів;

S_b – початкова товщина ґрунту при входженні у зону деформації;

$\Delta h, \Delta l$ – відповідно вертикальна та горизонтальна проекція різального леза;

ψ – кут нахилу площини, яка проходить через передні різальні кромки і відділяє деформований і недеформований ґрунт, до горизонтальної площини;

r, r_1 – матричне зображення довільного вектора відповідно у базовій та рухомій системах координат;

R_y, T – відповідно матриці повороту відносно вісі Oy базової системи та лінійного переміщення рухомої системи координат $O_1x_1y_1z_1$;

R – максимальний радіус копача;

V_x, V_y, V_z – швидкість довільної точки копача із координатами x, y, z у системі координат машини;

e – ексцентриситет кулачка;

l – плече важеля приводу копача;

ω – кутова швидкість обертання кулачка;

ξ – кут розміщення копача;

c, δ – параметри моделі, що враховують розташування рухомого деформованого шару відносно нейтральної лінії деформації;

x_0 – координата початку деформації ґрунту (леза лемеша);

λ – видовження елементарного об'єму ґрунту при проходженні в лемешах;

V_0, V – відповідно об'єм виділеного елемента до і після деформації;

θ – об'ємна деформація, що змінюється пропорційно зміні гідростатичного тиску;

β – розширення виділеного елемента на вісі Oy ;

- $\overline{U_{zp}}$ – швидкість ґрунту із вмерженою системою координат O_cab відносно системи координат копача;
- $\overline{U_M}$ – швидкість бурякозбиральної машини;
- $\overline{U_K}$ – швидкість коливного руху копача;
- $U_{zp\ x}, U_{zp\ z}$ – проекції вектора $\overline{U_{zp}}$ на вісі системи $Oxyz$;
- h_{max}, h – відповідно максимальна і біжуча глибина розміщення копача.
- $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xz}$ – компоненти деформації в зоні викопування;
- ε_s – інтенсивність швидкостей деформацій;
- $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_n, \tau_{xz}$ – відповідно нормальні та дотичні напруження, зв'язані із швидкостями деформацій;
- τ_x, τ_z – контактні напруження від тертя на поверхні лемешів;
- p_y – складова нормальних контактних напружень на поверхні лемешів;
- τ_s – напруження чистого зсуву ґрунту;
- μ – коефіцієнт тертя ґрунту до поверхні лемешів;
- d_{max} – максимальний діаметр буряка.

Одним із найбільш поширених викопувальних робочих органів бурякозбиральних машин, що відзначаються пониженою енергомісткістю та високими експлуатаційними показниками, є вібраційні (коливні) копачі [1]. Визначення енергосилових параметрів вібровикопування коренеплодів пов'язане із складною взаємодією копача із ґрунтом та коренеплодами і передбачає визначення напружено-деформівного стану ґрунту в міжлемешовому просторі.

Розглянемо роботу вібраційного копача (рис.1), що складається із закріплених на стоякові лемешів, що обертаються відносно вісі, нерухомо розміщеній на машині. Коливний рух копачеві надає ексцентрик, який діє на важіль копача через пружний елемент [2].

Враховуючи надзвичайно високу складність аналітичного дослідження об'ємної деформації ґрунту, що передбачає спільний розв'язок рівнянь рівноваги, сумісності деформацій та зв'язку напружень і деформацій, перспективним напрямком оцінки напружено-деформованого стану ґрунту в міжлемешовому просторі є побудова апроксимаційно-деформівної моделі із її перевіркою на адекватність за результатами експериментальних досліджень. Виберемо за базову систему координат машини $Oxyz$, вісь Oy якої збігається із віссю обертання копача, вісь Ox – спрямована горизонтально, за ходом машини, при цьому копач розміщений симетрично до площини Ozx . Крім цього виберемо систему координат $O_1x_1y_1z_1$, нерухомо зв'язану із копачем (лемешами), центр якої O_1 розміщений рівновіддалено від лемешів у найнижчій їх точці, а вісі O_1x_1, O_1y_1, O_1z_1 в момент часу $t=0$ (коли відхилення копача в коливному русі $\varphi=0$) спрямовані паралельно вісям системи координат $Oxyz$. У системі копача поверхні лемешів утворюють клин і кут між ними у горизонтальній площині ($O_1x_1y_1$) становить 2α та у вертикальній ($O_1z_1x_1$) – відповідно 2γ (рис.2).

Рівняння поверхонь лемешів будуть

$$\pm x_1 \operatorname{tg} \alpha + \left(y_1 \pm \frac{S_0}{2} \right) \pm z_1 \operatorname{tg} \gamma = 0, \quad (1)$$

де S_0 – товщина вирізаного клину ґрунту в найнижчій точці лемешів (при $x=0$, $z=0$), а знаки (+) та (–) належать до правого та лівого лемешів відповідно.

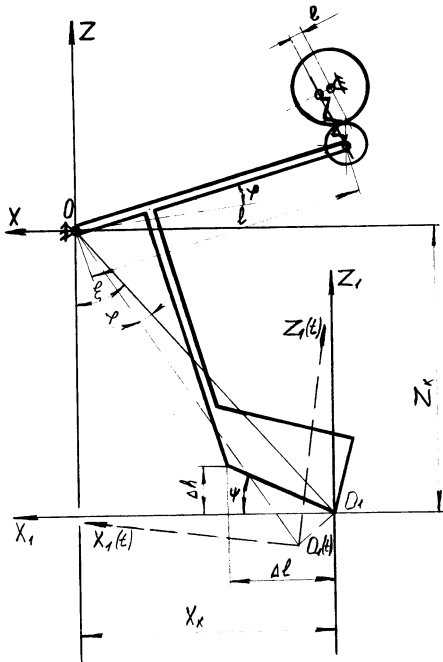


Рисунок 1. Розрахункова схема вібраційного лемешового копача.

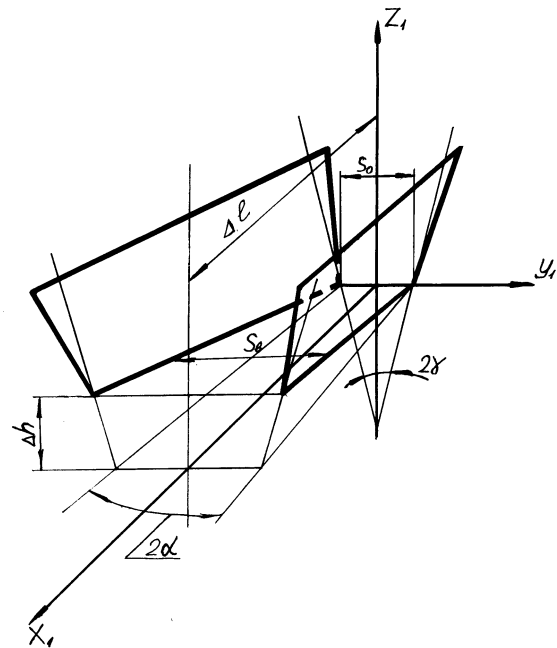


Рисунок 2. Схема для визначення геометричних параметрів лемешового копача.

Тоді товщина ґрунту між робочими поверхнями лемешів становитиме:

$$S = |2y_1| = S_0 + 2x_1 \operatorname{tg} \alpha + 2z_1 \operatorname{tg} \gamma. \quad (2)$$

У системі координат $O_1x_1y_1z_1$ кут нахилу площини, що проходить через передні різальні краї і відділяє деформований і недеформований ґрунти, до горизонтальної площини становить $\psi = \operatorname{arctg}(\Delta h / \Delta l)$, де Δh та Δl відповідно вертикальна та горизонтальна проекція різального леза.

Тоді відповідно рівняння площини, що обмежує деформований ґрунт і задає початкові параметри деформаційної моделі, виглядатиме так:

$$z_1 - x_1 \operatorname{tg} \psi = 0. \quad (3)$$

Система координат машини $Oxyz$ із системою координат копача (лемешів) $O_1x_1y_1z_1$ зв'язана перетвореннями, що в матричному вигляді в однорідній системі координат виглядають так:

$$r = R_y T r_1, \quad (4)$$

У розгорнутому вигляді (4) виглядає:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 + x_k \\ y_1 \\ z_1 + z_k \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5)$$

Згідно з (5) рівняння зв'язку координат виглядають:

$$\begin{aligned} x &= (x_1 + x_k) \cos \varphi + (z_1 + z_k) \sin \varphi; \\ y &= y_1; \\ z &= -(x_1 + x_k) \sin \varphi + (z_1 + z_k) \cos \varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

Швидкість довільної точки копача із координатами x, y, z у системі координат машини становитиме

$$\begin{aligned} V_x &= \left[-(x_1 + x_k) \sin \varphi + (z_1 + z_k) \cos \varphi \right] \cdot \frac{d\varphi}{dt}; \\ V_y &= 0; \end{aligned} \quad (7)$$

$$V_z = \left[-(x_1 + x_k) \cos \varphi - (z_1 + z_k) \sin \varphi \right] \cdot \frac{d\varphi}{dt}.$$

Враховуючи, що ексцентриситет e кулачка суттєво менший від плеча важеля l вважаємо, що кут φ змінюється за гармонійним законом.

$$\varphi = \frac{e}{l} \sin(\omega t). \quad (8)$$

Координати центра O_1 системи $O_1x_1y_1z_1$ визначимо через кут розміщення ξ копача і максимальний радіус R .

$$x_k = -R \sin \xi; \quad z_k = -R \cos \xi. \quad (9)$$

Відповідно, швидкість довільної точки $A_1(x_1, y_1, z_1)$ лемеша у системі $Oxyz$, що нерухомо зв'язана з машиною, становитиме:

$$\begin{aligned} V_x &= \left[(R \sin \xi - x_1) \sin \varphi - (R \cos \xi - z_1) \cos \varphi \right] \frac{\omega e}{l} \cos(\omega t); \\ V_y &= 0; \end{aligned} \quad (10)$$

$$V_z = \left[(R \sin \xi - x_1) \cos \varphi + (R \cos \xi - z_1) \sin \varphi \right] \frac{\omega e}{l} \cos(\omega t).$$

Деформацію ґрунту розглянемо у власній системі координат копача. Враховуючи незначну зміну глибини копання та кути нахилу копачів при їх коливному русі, прийнемо у першому наближенні, що лемеші при коливанні зберігають горизонтальне розміщення. Впровадимо додатково супутню систему координат O_cab , вмерожену в ґрунт, що у недеформованій частині збігається із $O_1x_1z_1$. У результаті експериментального аналізу переміщення ґрунту в міжлемешовому просторі прийнемо як робочий апроксимаційний розподіл зміни параметра x за залежністю:

$$x = a - c(\delta - b)(x_0^2 - a^2), \quad (11)$$

де $x_0 = \frac{b}{\operatorname{tg} \psi}$.

Розглянемо елементарний об'єм розмірами $da \times db \times S_b$, де S_b – початкова товщина ґрунту при входженні у зону деформації. Враховуючи незначні величини кутів α та γ , вважатимемо деформацію ґрунту на товщині шару постійною.

Видовження елементарного об'єму ґрунту при проходженні в лемешах становитиме

$$\lambda = \frac{dx_1}{da} = 1 + 2c(\delta - b)a. \quad (12)$$

Із стискуванням шару зв'язок між об'ємом виділеного елемента до деформації V_0 і після V становитиме

$$dV = (1 - \theta) dV_0, \quad (13)$$

Залежність (13) у розгорнутому вигляді виглядатиме

$$dx_1 \cdot dz_1 \cdot S = da \cdot db \cdot S_b (1 - \theta). \quad (14)$$

З урахуванням (2) та (3)

$$S_b = S_0 + 2b(\operatorname{tg} \gamma + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \psi}). \quad (15)$$

Згідно з (14) розширення виділеного елемента на вісі Oy становитиме

$$\beta = \frac{dz_1}{db} = \frac{S_b(1-\theta)}{S \cdot dx/da} = \frac{S_b(1-\theta)}{S[1+2c(\delta-b)a]}. \quad (16)$$

Складові кутової деформації $\frac{dx_1}{db}$ та $\frac{dy_1}{da}$ відповідно будуть

$$\frac{dx_1}{db} = \left[\frac{3b^2 - 2\delta b}{\operatorname{tg}^2 \psi} - a^2 \right] c; \quad (17)$$

$$\frac{dz_1}{da} = \frac{\frac{dx_1}{da} \cdot \frac{dz_1}{db}}{\frac{dx_1}{db}} = \frac{(1-\theta)S_b}{c \left[\frac{3b^2 - 2\delta b}{\operatorname{tg}^2 \psi} - a^2 \right] S}. \quad (18)$$

Надамо ґрунтові із вмороженою системою координат O_cab рух відносно системи координат копача, що дорівнює

$$\overline{v}_{cp} = -\overline{v}_m + \overline{v}_k, \quad (19)$$

Тоді кожна частинка ґрунту рухатиметься траєкторією, що у системі координат $Ox_1y_1z_1$ визначається диференційною залежністю

$$\frac{dz_1}{dx_1} = \frac{(1-\theta)S_b}{cS \left[\frac{3b^2 - 2\delta b}{\operatorname{tg}^2 \psi} - a^2 \right] [1+2c(\delta-b)a]}. \quad (20)$$

Враховуючи, що співвідношення S_b/S у першому наближенні можна подати як,

$$\frac{S_b}{S} = \frac{\left(1 + \frac{2btg\alpha}{S_0tg\psi}\right) \left(1 + \frac{2btg\gamma}{S_0}\right)}{\left(1 + \frac{2x_1tg\alpha}{S_0}\right) \left(1 + \frac{2z_1tg\gamma}{S_0}\right)}. \quad (21)$$

Тоді залежність (20) зводиться до диференційного рівняння, з якого визначається траєкторія частинок ґрунту, розміщених на глибині $h = h_{max} - b$,

$$(1 + 2z_1tg\gamma) dz_1 = \frac{\left(1 + \frac{2btg\alpha}{S_0tg\psi}\right) \left(1 + \frac{2btg\gamma}{S_0}\right) (1-\theta) dx}{c \left[\frac{3b^2 - 2\delta b}{\operatorname{tg}^2 \psi} - a^2 \right] [1+2c(\delta-b)a] \left(1 + \frac{2x_1tg\alpha}{S_0}\right)}. \quad (22)$$

Характер руху ґрунту в міжлемешовому просторі поданий на рис. 3.

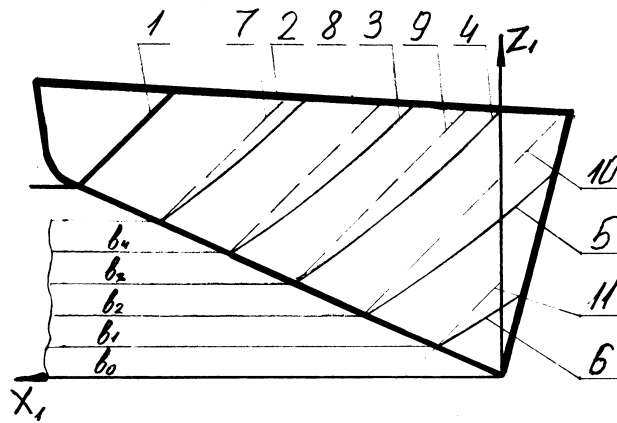


Рисунок 3. Траекторія руху вороху цукрових буряків у міжлемешовому просторі: 1 – траекторія руху коренеплоду; 2...6 – траекторія шарів ґрунту; 7...11 – теоретична траекторія шарів ґрунту без урахування його об'ємної деформації.

Співвідношення (20) та (22) є основними, за якими визначаються параметри деформаційної моделі c та δ за результатами порівняння теоретичних і експериментальних даних.

Побудована деформаційна модель дозволяє визначити компоненти деформації у зоні викопування [3].

$$\varepsilon_x = \frac{dx}{da} - 1; \quad \varepsilon_z = \frac{dz}{db} - 1; \quad \varepsilon_y = \frac{S}{S_b} - 1; \quad (23)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{dz}{da} + \frac{dx}{da} - 2.$$

Особливостями викопування буряків копачами лемешового типу є те, що стискається ґрунт, тобто пружно деформується, здебільшого до зони, розміщеної в міжлемешовому просторі, а тому використаємо реологічну модель, в якій дається зв'язок між напруженнями та швидкостями деформації.

Із врахуванням переміщення ґрунту із системою O_1ab відносно лемешів зміна параметру a в часі виглядає:

$$\frac{da}{dt} = -v_{ep}.$$

Відповідно швидкості деформації

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= -v_{ep} \cdot \frac{d^2 x_1}{da^2} = -2c(\delta - b)v_{ep}; \\ \dot{\varepsilon}_z &= -v_{ep} \cdot \frac{d^2 z_1}{da \cdot db} = \frac{v_{ep} S_b (1 - \theta) \left[\frac{dS}{da} + \frac{2cS(\delta - b)}{[1 + 2c(\delta - b)]} \right]}{S^2 [1 + 2c(\delta - b)]}; \\ \dot{\varepsilon}_y &= \frac{-v_{ep}}{S_b} \cdot \frac{dS}{da}; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\dot{\gamma}_{xz} - v_{zp} \left(\frac{d^2x}{da \cdot db} + \frac{d^2z}{da^2} \right).$$

Відповідно напруження σ_x , σ_z та $\sigma_y = P_y$, зв'язані з швидкостями деформацій залежністю

$$\frac{P_y - \sigma_x}{\dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_x} = \frac{P_y - \sigma_z}{\dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_z} = \frac{2\tau_{xz}}{\dot{\gamma}_{xz}}. \quad (25)$$

Рівняння рівноваги елемента змінної товщини у міжлемешовому просторі виглядає [4]:

$$\begin{cases} \frac{d\sigma_x}{dx} + \frac{(\sigma_z - P_y)}{S} \cdot \frac{dS}{dx} + \frac{d\tau_{xz}}{dz} + \frac{\tau_{xz}}{S} \cdot \frac{dS}{dz} \pm \frac{2\tau_x}{S} = 0; \\ \frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{(\sigma_z - P_y)}{S} \cdot \frac{dS}{dy} + \frac{d\tau_{xz}}{dx} + \frac{\tau_{xz}}{S} \cdot \frac{dS}{dx} \pm \frac{2\tau_z}{S} = 0. \end{cases} \quad (26)$$

Адекватно побудована деформаційна модель напруження задовольняє співвідношення (25), тоді повинні задовольнятися обидва диференціальні рівняння системи (26). Отже, порядок визначення напружень у зоні пластичної деформації такий. Дотичні напруження τ_{xz} визначають безпосередньо за швидкостями деформацій

$$\tau_{xz} = \frac{\gamma_{xz}}{\epsilon_s} \cdot \tau_s, \quad (27)$$

де
$$\epsilon_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + (\epsilon_y - \epsilon_z)^2 + (\epsilon_z - \epsilon_x)^2} + \frac{3}{2} \gamma_{xz}^2.$$

Контактні напруження на лемешах p_y визначають з одного диференціального рівняння системи (26) і отримані результати уточнюють за іншим рівнянням. При суттєвій розбіжності результатів уточнюють деформаційну модель.

У системі (26) контактні напруження на поверхні визначаються за законом сухого тертя $\tau = \mu p_y$, їх напрямок визначається як протилежний векторові відносної швидкості ґрунту до поверхонь лемешів, що визначаються залежністю (19).

$$\tau_x = \frac{-\mu p_y \cdot v_{zpx}}{\sqrt{v_{zpx}^2 + v_{zpz}^2}}; \quad \tau_z = \frac{-\mu p_y \cdot v_{zpz}}{\sqrt{v_{zpx}^2 + v_{zpz}^2}}, \quad (28)$$

Кут, утворений напрямом максимального дотичного напруження τ_{max} (площадкою зсуву) та віссю Ox , визначається із залежності [3]

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2\tau_{xy}} = \frac{\epsilon_z - \epsilon_x}{\gamma_{xy}}. \quad (29)$$

Відповідно напрям площадки максимального нормального напруження, де $\tau_{x_1y_1} = 0$, буде [3]

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_z}. \quad (30)$$

Розроблена модель напружено-деформівного стану ґрунту в міжлемешовому просторі копачів дозволяє визначити всі компоненти напружень та деформацій для ґрунту, що описується реологічною моделлю Мізеса, при умові експериментального визначення параметрів рівняння (11) може реалізуватися числовими методами. Проте при потраплянні коренеплода у міжлемешовий простір картина викопування змінюватиметься. Враховуючи, що стискування коренеплоду порівняно з ґрунтом незначне, вважатимемо, що розміри коренеплоду при викопуванні не змінюються. Отже, умовою визначення траєкторії коренеплода буде

$$S = S_b = d_{max}. \quad (31)$$

Тоді згідно з (2) та (15) траєкторія буряка в міжлемешовому просторі опишеться залежністю

$$(z - b) \operatorname{tg} \gamma + \left(x - \frac{b}{\operatorname{tg} \psi}\right) \operatorname{tg} \alpha = 0, \quad (32)$$

де параметр b розміщення січення коренеплоду з максимальним діаметром d_{max} визначимо із залежності

$$b = \frac{d_{max} - S_0}{2(\operatorname{tg} \gamma + \operatorname{tg} \alpha / \operatorname{tg} \psi)}. \quad (32)$$

Траєкторія руху коренеплода та ґрунту при їх окремому проходженні в лемешах подана на рис. 3. Розроблена модель дозволяє оцінити деформації ґрунту в міжлемешовому просторі копачів і, відповідно, контактні напруження на поверхнях лемешів. Очевидно, що потрапляння коренеплоду із накладеними на нього зв'язками з ґрунтом призводить до збільшення контактних напружень на лемешах порівняно із значеннями, обчисленими за залежністю (26), що можна врахувати відповідними коефіцієнтами, визначеними експериментально.

The process of beet-roots digging out was theoretically investigated, the estimation of intense-deformed condition of ground in space between ploughshares was given, the respective mathematical model for construction of ground's movement trajectory and definition of contact pressure on surfaces of working organs was developed.

Література

1. Погорельй Л.В., Татьянко М.В., Брей В.В. и др. Свеклоуборочные машины. – К.: Техніка, 1983. – 168 с.
2. Закалов І.О., Козіборда Я.І. Експериментальні дослідження коливних викопуючих органів бурякозбиральних машин з пружним шатуном// Сільськогосподарські машини: Зб. наук. статей. – Луцьк.: Ред.-вид. відділ ЛДТУ, 1999, с140...144.
3. Седов Л.И. Механика сплошной среды. – М.: Наука, 1976, Т.1.–535 с.; Т.2.–573 с.
4. Гевко Р.Б., Ткаченко І.Т., Синій С.В. та ін. Напрямки вдосконалення бурякозбиральної техніки. – Луцьк.: ЛДТУ, 1999.–168с.

Одержано 14.06.2000 р.