

УДК 629.113

А.Туренко, докт.техн.наук; В.Клименко, канд.техн.наук;

В.Богомолів, канд.техн.наук; А.Шилов

Харківський державний автомобільно-дорожній технічний університет

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПНЕВМАТИЧНОЇ ПІДВІСКИ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

У статті подано два варіанти математичного опису процесів, що відбуваються у пневматичному пружному елементі, з різною мірою допущень. Наведені розв'язки систем диференціальних рівнянь, знайдені чисельним методом, і зроблений висновок про необхідність обліку теплових процесів, що відбуваються у пневматичному балоні при дослідженні регульованої пневматичної підвіски.

Умовні позначення

$h = X - Y$	–	поточне значення висоти пневмобалона, м;
C_{buf}	–	жорсткість гумових буферів стиску і відбою, Н/м;
P	–	тиск повітря усередині пневмобалона, Па;
$S(h)$	–	ефективна площа пневмобалона в залежності від деформації h , м ² ;
P_0, V_0	–	тиск повітря й об'єм пневмобалона у положенні статичної рівноваги;
k	–	показник адіабати;
R	–	універсальна газова постійна для повітря, Дж/кг·К;
T	–	температура повітря усередині пневмобалона, К;
dq	–	елементарна кількість теплоти, яка підводиться до робочого тіла або відводиться від нього, Дж;
du	–	елементарна зміна внутрішньої енергії робочого тіла, Дж;
dl	–	елементарна робота, що виконується робочим тілом, Дж;
$C_v(T)$	–	значення істинної теплоємності повітря при температурі T , Дж/кг·К;
k_t	–	коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К);
S	–	площа поверхні пневмобалона, м ² ;
b	–	товщина стінки пневмобалона, м;
$T_{нар}$	–	температура навколишнього середовища, К.

Пневматична підвіска змодельована коливальною системою, що складається з невідресореної m_{np} та відресореної M_p мас, зв'язаних між собою пружним елементом змінної жорсткості 3 (пневматичний балон) та амортизатором 4 з коефіцієнтом опору k_p (рис.1). Невідресорена маса спирається на дорогу шинами, змодельованими пружним елементом 1 з коефіцієнтом жорсткості C_{sh} та амортизатором 2 з коефіцієнтом опору k_{sh} , що замінюють радіальну жорсткість шини та затухання в ній.

Дана система має два ступені вільності.

Перший ступінь - вертикальне переміщення відресореної маси M_p , положення якої визначається узагальненою координатою X .

Другий ступінь - вертикальне переміщення непідресореної маси m_{np} , положення якої визначається узагальненою координатою Y .

Рух цієї системи розглянемо в інерційній системі координат, пов'язаній з землею. Координату X відраховуватимемо від положення статичної рівноваги підресореної маси M_p , а координату Y - від положення статичної рівноваги непідресореної маси m_{np} .

Мікропрофіль дороги описується функцією $q = q(t)$, де t - час у секундах.

Розглянемо два варіанти математичної моделі.

У першому варіанті прийемо такі допущення:

1. Стінки пневмобалона абсолютно не розтягуються, тобто залежність ефективної площі пневмобалона $S(h)$ і об'єму пневматичного балона $V(h)$ від його висоти h не змінюють свого характеру при зміні тиску і температури повітря усередині пневмобалона.
2. Повітря вважається ідеальним газом.
3. Процеси стиску і розширення повітря усередині пневмобалона відбуваються без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто мають адіабатний характер, і є політропними, тобто теплоємність повітря - величина постійна.

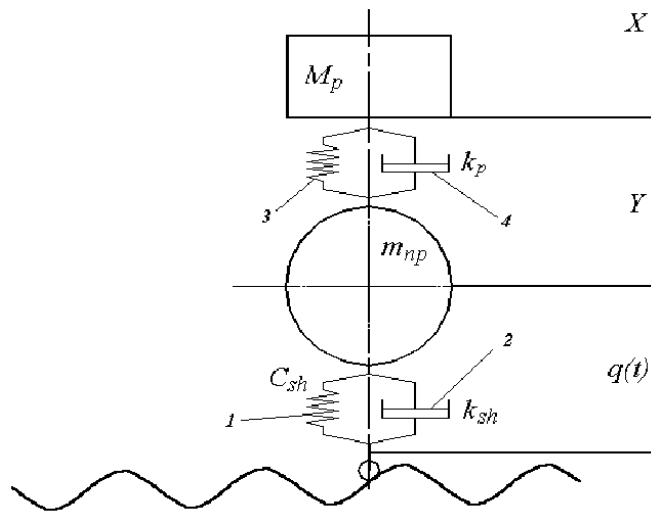


Рис. 1. Двомасова коливальна система.

Допущення для другого варіанта:

1. Стінки пневмобалона абсолютно не розтягуються.
2. Повітря вважається ідеальним газом.

Значення зусиль у підвісці на ділянках характеристики:

Ділянка I - $F(h) = P \cdot S(h) + C_{buf} \cdot (h_1 - h)$.

Ділянка II - $F(h) = P \cdot S(h)$.

Ділянка III - $F(h) = P \cdot S(h) + C_{buf} \cdot (h - h_2)$.

Тиск повітря у першому варіанті математичної моделі визначається за залежністю:

$$P(h) = P_0 \cdot \left(\frac{V_0}{V(h)} \right)^k.$$

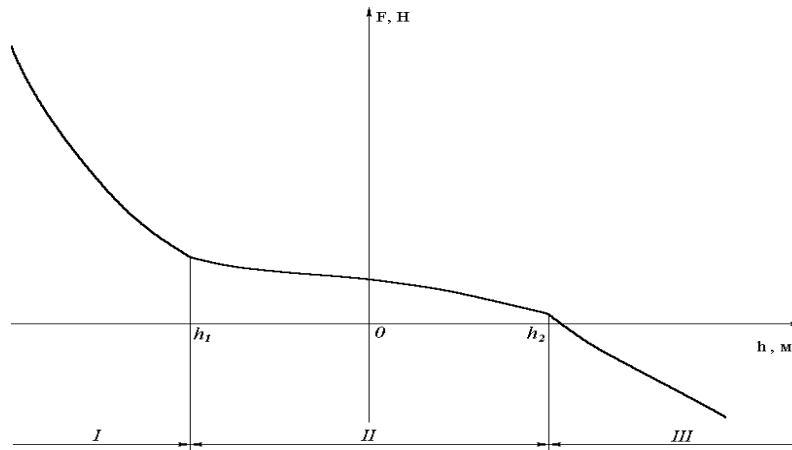


Рис. 2. Пружна характеристика підвіски.

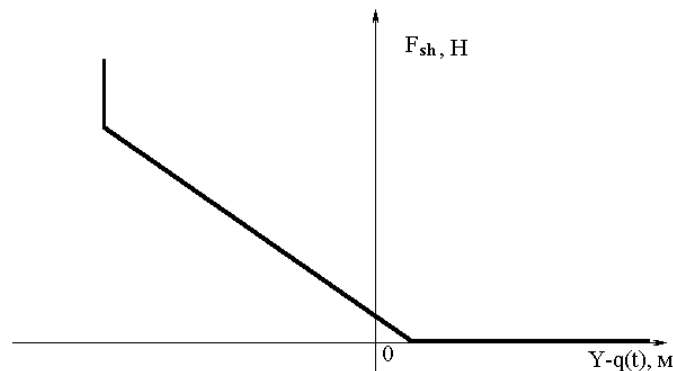


Рис. 3. Пружна характеристика шини.

Коливальну систему, зображена на рис.1, у першому варіанті математичної моделі описує така система диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} -M_p \cdot \ddot{X} - M_p \cdot g + F(X - Y) - k_p \cdot \left(\frac{dX}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) = 0; \\ -m_{np} \cdot \ddot{Y} - m_{np} \cdot g + F_{sh}(Y - q(t)) - k_{sh} \cdot \left(\frac{dY}{dt} - \frac{dq(t)}{dt} \right) - F(X - Y) + k_p \cdot \left(\frac{dX}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) = 0. \end{cases}$$

Тиск повітря в другому варіанті математичної моделі визначається з рівняння Менделєєва-Клапейрона для G кг газу:

$$P(T, h) = \frac{G \cdot R \cdot T}{V(h)}.$$

Температуру повітря можна визначити із першого закону термодинаміки у диференціальній формі:

$$dq = du + dl.$$

Для ідеального газу елементарна зміна внутрішньої енергії робочого тіла масою G визначається наступною залежністю:

$$du = C_V(T) \cdot dT \cdot G.$$

Елементарна робота, що виконується робочим тілом, для ідеального газу визначається залежністю

$$dl = P \cdot dV.$$

Кількість теплоти, що підводиться до робочого тіла або відводиться від нього, у Дж дорівнює:

$$dq = k_t \cdot \frac{S}{b} \cdot (T - T_{нар}) \cdot dt,$$

Остаточно одержимо:

$$k_t \cdot \frac{S}{b} \cdot (T - T_{нар}) \cdot dt = C_V(T) \cdot dT \cdot G + P \cdot dV .$$

Звідси:

$$\frac{dT}{dt} = - \frac{k_t \cdot \frac{S}{b} \cdot (T - T_{нар}) - P \cdot \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt}}{G \cdot C_V(T)} ,$$

де $\frac{dV}{dh}$ - похідна об'єму пневмобалона по деформації, м³/м, що також є геометричною характеристикою пневмобалона.

З огляду на вищесказане, коливальну систему, зображену на рис.1, у другому варіанті допущень опишемо такою системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} -M_p \cdot \ddot{X} - M_p \cdot g + F(T, X - Y) - k_p \cdot \left(\frac{dX}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) = 0; \\ -m_{np} \cdot \frac{d^2 Y}{dt^2} - m_{np} \cdot g + k_p \cdot \left(\frac{dX}{dt} - \frac{dY}{dt} \right) - F(T, X - Y) - k_{sh} \cdot \left(\frac{dY}{dt} - \frac{dq(t)}{dt} \right) + F_{sh}(Y - q(t)) = 0; \\ \frac{dT}{dt} = - \frac{k_t \cdot \frac{S}{b} \cdot (T - T_{нар}) - P \cdot \frac{dV}{d(X - Y)} \cdot \frac{d(X - Y)}{dt}}{G \cdot C_V(T)} . \end{cases}$$

Розв'язок знаходимо чисельним методом. Порівняльні фазові діаграми коливань, розрахованих з урахуванням допущень першого і другого варіантів, подані на рис.4 і 5.

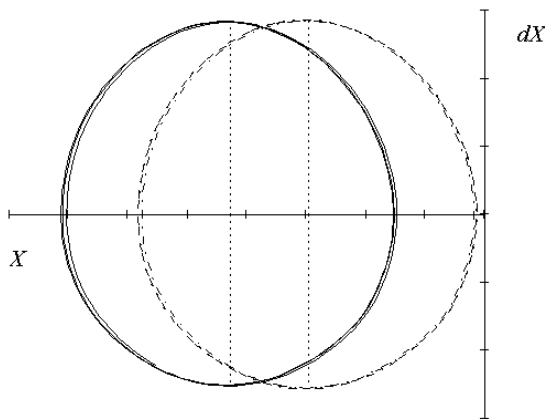


Рис. 4. Фазовий портрет коливань підресореної маси.

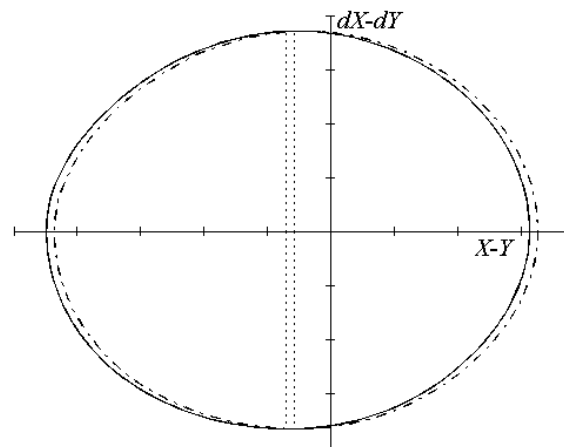


Рис. 5. Фазовий портрет коливань висоти пневмобалона.

Як бачимо з діаграм, точність математичної моделі істотно впливає на точність визначення положення підресореної маси і середньої висоти пневмобалона, тоді як частота й амплітуда коливань істотно не відрізняються. Тому можна зробити висновок про необхідність урахування теплових явищ у пневмобалоні при дослідженні регульованої пневматичної підвіски.

Two versions of mathematical exposition of processes happening in a pneumatic elastic element with a miscellaneous extent of allowances are adduced in the article. The solutions of systems of differential equations retrieved by the numerical method are adduced, and is drawn a conclusion about necessity of the registration of thermal processes happening in a pneumobottle, at a research of the regulated pneumatic suspension.

Одержано 03.06.2000 р.