УДК 681.3.06

О.ДУДА
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ВИЗНАЧЕННЯ МІНІМАЛЬНОЇ МНОЖИНИ ЗАМКНЕНИХ КЛАСІВ, ДОСТАТНЬОЇ ДЛЯ ПОВНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ФУНКЦІЙ У НЕКЛАСИЧНІЙ ДВОЗНАЧНІЙ АЛГЕБРІ ЛОГІКИ

У статті аргументовано доведено, що трьох замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ досить для повної характеристики усіх елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки (двозначній алгебрі логіки з урахуванням середовища реалізації).

Умовні позначення

$f(X,Q) \in \{0;\ 1\}$ - функція некласичної двозначної алгебри логіки,

де: 1) $Q \in \{0;\ 1\}$ - середовище її реалізації;

2) $X = \{x_i\}$, де $x_i \in \{0;\ 1\}$ та $i = 1,\ 2,\ ...,\ n$ - вихідний алфавіт n змінних (аргументів);

$P_2(n,Q)$ - система, що містить усі функції некласичної двозначної алгебри логіки над змінними множини X.

Елементарні функції некласичної двозначної алгебри логіки:

1) $Q{*}\lrcorner x_1$ і $Q{*}\neg x_1$ - функції *Повторення* і *Заперечення* ($n = 1$);

2) $Q{*}(x_1 \to x_2)$, $Q{*}(x_1 \leftarrow x_2)$, $Q{*}(x_1 \not\to x_2)$ і $Q{*}(x_1 \not\leftarrow x_2)$ - відповідні функції *Імплікація*, "*Обернена імплікація*", *Антиімплікація* і "*Обернена антиімплікація*" ($n = 2$);

3) $Q{*}\coprod\limits_{i=1}^{n} x_i$ і $Q{*}\prod\limits_{i=1}^{n} x_i$ - функції "*Константа 0*" і "*Константа 1*" ($n \ge 1$);

4) $Q{*}\bigwedge\limits_{i=1}^{n} x_i$, $Q{*}\bigvee\limits_{i=1}^{n} x_i$, $Q{*}\mathop{\downarrow}\limits_{i=1}^{n} x_i$, $Q{*}\mathop{\mathrm{I}}\limits_{i=1}^{n} x_i$ $Q{*}\mathop{\leftrightarrow}\limits_{i=1}^{n} x_i$ і $Q{*}\mathop{\leftarrow\!\!\!\mapsto}\limits_{i=1}^{n} x_i$ - відповідні функції *Кон'юнкція*, *Диз'юнкція*, "*Стрілка Пірса*", "*Штрих Шефера*", *Еквівалентність* і *Антиеквівалентність* ($n \ge 2$).

T_{0s}, T_{1s}, S_s і M_s - замкнені класи у некласичній двозначній алгебрі логіки.

У результаті досліджень у в серії робіт [1 - 5] з некласичної двозначної алгебри логіки (двозначної алгебри логіки з урахуванням середовища реалізації) і їх порівняння з класичною двозначною алгеброю логіки з [6 - 9] доведено, що не можна нехтувати середовищем реалізації двозначної алгебри логіки при теоретичному зображенні і практичному використанні булевих функцій. При цьому в [4] доведено, що чотирьох замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s,\ M_s\}$ досить для повної характеристики усіх елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки (табл. 1, де символ "+" означає, що елементарна функція належить класові, а символ "-" – елементарна функція не належить класові). Але при цьому виникає запитання: яка ж мінімальна множина замкнених класів потрібна у некласичній двозначній алгебрі логіки для повної характеристики усього переліку елементарних функцій?

Метою статті є відповідь на це запитання.

У табл. 1 подано увесь перелік елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки. При цьому для кожної з елементарних функцій визначено її належність класам з множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s,\ M_s\}$. Проаналізуємо доцільність і результати використання замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s,\ M_s\}$ у табл. 1 і далі визначимо потрібну мінімальну множину замкнених класів для повної характеристики елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки.

Табл. 1

№ пп	Функції	Класи			
		T_{0s}	T_{1s}	S_s	M_s
1	$Q * \coprod\limits_{i=1}^{n} x_i$	+	-	-	+
2	$Q * \prod\limits_{i=1}^{n} x_i$	-	+	-	+
3	$Q * \leftarrow\!\!\rfloor x_1$	+	+	+	+
4	$Q * \neg x_1$	-	-	+	-
5	$Q*(x_1 \rightarrow x_2)$, $Q*(x_1 \leftarrow x_2)$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\leftrightarrow}} x_i$	-	+	-	-
6	$Q*(x_1 \nrightarrow x_2)$, $Q*(x_1 \nleftarrow x_2)$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\leftarrow\!\!\!\mapsto}} x_i$	+	-	-	-
7	$Q * \bigwedge\limits_{i=1}^{n} x_i$, $Q * \bigvee\limits_{i=1}^{n} x_i$	+	+	-	+
8	$Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\downarrow}} x_i$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{I}}} x_i$	-	-	-	-

Табл. 2

№ групи	R	R_1	KM
1	0	3	1
2	1	2	3
3	2	1	3
4	3	0	1

Табл. 3

№ пп	*Класи*			Функції
	T_{0s}	T_{1s}	S_s	
1	+	+	+	$Q * \leftarrow\!\!\rfloor x_1$
2	-	-	+	$Q * \neg x_1$
3	-	+	-	$Q*(x_1 \rightarrow x_2)$, $Q*(x_1 \leftarrow x_2)$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\leftrightarrow}} x_i$, $Q * \prod\limits_{i=1}^{n} x_i$
4	+	-	-	$Q*(x_1 \nrightarrow x_2)$, $Q*(x_1 \nleftarrow x_2)$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\leftarrow\!\!\!\mapsto}} x_i$, $Q * \coprod\limits_{i=1}^{n} x_i$
5	+	+	-	$Q * \bigwedge\limits_{i=1}^{n} x_i$, $Q * \bigvee\limits_{i=1}^{n} x_i$
6	-	-	-	$Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\downarrow}} x_i$, $Q * \underset{i=1}{\overset{n}{\mathrm{I}}} x_i$

Аналіз табл. 1. Класові T_{0s} належать елементарні функції $f(X,1)$, яким властива рівність $f(\widetilde{0},1) = 0$, а класові T_{1s} – елементарні функції і рівність $f(\widetilde{1},1) = 1$, де $\widetilde{0} = 0,0,...,0,0$, а $\widetilde{1} = 1,1,...,1,1$ для змінних $x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_n$. Класи S_s і M_s характеризують зміни значень елементарних функцій залежно від зміни значень наборів змінних, причому кількість змінних у цих функціях можна характеризувати, як випливає з аналізу табл. 1, наслідком 1.

Наслідок 1. *Якщо елементарна функція* $f(X,1) \in S_s$*, то в ній* $n = 1$*, а якщо* $f(X,1) \notin S_s$*, то* $n \geq 1$ *або* $n \geq 2$*, де* n *– кількість змінних в множині* X*, причому* $X = \{x_i\}$*,* $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ ...,\ n$

Отже, класи T_{0s}, T_{1s} характеризують конкретні значення елементарних функцій при відповідних наборах змінних, а клас S_s – кількість змінних у цих функціях. Без цих класів неможливо характеризувати елементарні функції табл. 1. Тому класи T_{0s}, T_{1s} і S_s обов'язково мають використовуватися при дослідженні елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки. Поряд з цим, клас M_s не характеризує конкретних числових значень елементарних функцій при відповідних наборах змінних і кількості змінних у них. При цьому щодо класу M_s характерне таке твердження.

Твердження 1. *Для елементарних функцій: якщо (*$\exists\ f \in \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$*) або (*$\forall\ n \geq 2$*) (*$\exists\ f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ *і* $f \notin S_s$*), або (*$\forall\ n \geq 1$*) (*$\exists\ f \in T_{0s}$ *і* $f \notin \{T_{1s},\ S_s\}$*,* $f \in T_{1s}$ *і* $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$*), то* $f \in M_s$*, а якщо (*$\exists\ f \notin \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ *і* $f \in S_s$*) або (*$\forall\ n \geq 2$*) (*$\exists\ f \in T_{0s}$ *і* $f \notin \{T_{1s},\ S_s\}$*,* $f \in T_{1s}$ *і* $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$*,* $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$*), то* $f \notin M_s$*, де* $f = f(X,1)$*,* $X = \{x_i\}$*,* $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ ...,\ n$.

Доведення. Якщо $f = f(X,1)$, то можлива така група комбінацій належності функції f класам T_{0s} і T_{1s}:

1. $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s}\}$. 2. $f \in T_{0s}$ і $f \notin T_{1s}$.
3. $f \notin T_{0s}$ і $f \in T_{1s}$. 4. $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$. (1)

Випадок I. При $f \in S_s$ згідно з наслідком 1 маємо

$$f = f(X,1) \text{ і } n = 1. \tag{2}$$

Тут для функції $f(x_1,1)$ є $f(0,1) = 0$ при $f \in T_{0s}$, $f(0,1) = 1$ при $f \notin T_{0s}$, $f(1,1) = 1$ при $f \in T_{1s}$ і $f(1,1) = 0$ при $f \notin T_{1s}$. Тоді при $x_1 \in \{0;\ 1\}$ і $Q = 1$ для групи комбінацій (1) маємо:

1. ($\exists\ Q * \neg x_1 = \{1;\ 0\}$) і $f = Q * \neg x_1$.
2. ($\exists\ Q * (\coprod x_1) = \{0;\ 0\}$) і $f = Q * (\coprod x_1)$.
3. ($\exists\ Q * (\prod x_1) = \{1;\ 1\}$) і $f = Q * (\prod x_1)$. (3)
4. ($\exists\ Q * \leftarrow\!\!\rfloor x_2 = \{0;\ 1\}$) і $f = Q * \leftarrow\!\!\rfloor x_1$.

При значеннях $0 < 1$ змінної x_1 для елементарної функції комбінації 1 виконується нерівність $f(0,1) > f(1,1)$ і $f \notin M_s$, а для елементарної функції комбінації 4 – нерівність $f(0,1) < f(1,1)$ і $f \in M_s$. Поряд з цим, елементарні функції $Q * (\coprod x_1)$ і $Q * (\prod x_1)$ відповідних комбінацій 2 і 3 існують не тільки при $n = 1$, але й при $n \geq 1$ ($f \subseteq \{Q * \coprod_{i=1}^{n} x_i,\ Q * \prod_{i=1}^{n} x_i\}$), для яких $f \notin S_s$, що суперечить початковій умові $f \in S_s$. Тому ($\bar{\exists}$) елементарних функцій комбінацій 2 і 3.

Отже, для елементарної функції якщо ($\exists\ f \in \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$), то $f \in M_s$, а якщо ($\exists\ f \notin \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ і $f \in S_s$), то $f \notin M_s$.

Випадок II. При $f \notin S_s$ згідно з наслідком 1 маємо

$$f = f(X,1) \text{ і } n \geq 1 \text{ або } n \geq 2. \tag{4}$$

Тоді при $n = 2$ (а в цьому разі виконуються обидві нерівності-рівності: $n \geq 1$ і $n \geq 2$) для функції $f(x_1, x_2, 1)$ є $f(0,0,1) = 0$ при $f \in T_{0s}$, $f(0,0,1) = 1$ при $f \notin T_{0s}$,

$f(1,1,1)=1$ при $f \in T_{1s}$ і $f(1,1,1)=0$ при $f \notin T_{1s}$. Тому при наборах значень змінних $x_1, x_2 = \{0,0;\ 0,1;\ 1,0;\ 1,1\}$ і $Q=1$ можливі такі варіанти значень булевої функції для групи комбінацій (1):

1.	2.	3.	4.
а) $\{1;\ 0;\ 0;\ 0\}$;	а) $\{0;\ 0;\ 0;\ 0\}$;	а) $\{1;\ 0;\ 0;\ 1\}$;	а) $\{0;\ 0;\ 0;\ 1\}$;
б) $\{1;\ 0;\ 1;\ 0\}$;	б) $\{0;\ 0;\ 1;\ 0\}$;	б) $\{1;\ 0;\ 1;\ 1\}$;	б) $\{0;\ 0;\ 1;\ 1\}$;
в) $\{1;\ 1;\ 0;\ 0\}$;	в) $\{0;\ 1;\ 0;\ 0\}$;	в) $\{1;\ 1;\ 0;\ 1\}$;	в) $\{0;\ 1;\ 0;\ 1\}$;
г) $\{1;\ 1;\ 1;\ 0\}$.	г) $\{0;\ 1;\ 1;\ 0\}$.	г) $\{1;\ 1;\ 1;\ 1\}$.	г) $\{0;\ 1;\ 1;\ 1\}$.

При цьому для варіантів:

1б. ($\exists\ Q^{*}\neg x_2 = \{1;\ 0;\ 1;\ 0\}$) і $f = Q^{*}\neg x_2$.

1в. ($\exists\ Q^{*}\neg x_1 = \{1;\ 1;\ 0;\ 0\}$) і $f = Q^{*}\neg x_1$.

4б. ($\exists\ Q^{*}\hookleftarrow x_1 = \{0;\ 0;\ 1;\ 1\}$) і $f = Q^{*}\hookleftarrow x_1$.

4в. ($\exists\ Q^{*}\hookleftarrow x_2 = \{0;\ 1;\ 0;\ 1\}$) і $f = Q^{*}\hookleftarrow x_2$.

Але для елементарних функцій даних варіантів, як випливає з табл. 1, $f \in S_s$, що не відповідає початковій умові $f \notin S_s$. Тому ($\bar{\exists}$) елементарних функцій для варіантів1б, 1в, 4б і 4в.

Тоді ж для варіантів:

1а. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \downarrow x_2) = \{1;\ 0;\ 0;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \downarrow x_2)$, причому $f(0,0,1) > f(0,1,1)$ при $0,0 < 0,1$;

1г. ($\exists\ Q^{*}(x_1\ \mathrm{I}\ x_2) = \{1;\ 1;\ 1;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(x_1\ \mathrm{I}\ x_2)$, для якої $f(1,0,1) > f(1,1,1)$ при $1,0 < 1,1$;

2б. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \not\rightarrow x_2) = \{0;\ 0;\ 1;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \not\rightarrow x_2)$, причому при $1,0 < 1,1$ маємо $f(1,0,1) > f(1,1,1)$;

2в. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \not\leftarrow x_2) = \{0;\ 1;\ 0;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \not\leftarrow x_2)$, для якої при $0,1 < 1,0$ маємо $f(0,1,1) > f(1,0,1)$;

2г. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \leftarrow\!\mapsto x_2) = \{0;\ 1;\ 1;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \leftarrow\!\mapsto x_2)$, причому $f(1,0,1) > f(1,1,1)$ при $1,0 < 1,1$;

3а. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \leftrightarrow x_2) = \{1;\ 0;\ 0;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \leftrightarrow x_2)$, для якої при $0,0 < 0,1$ маємо $f(0,0,1) > f(0,1,1)$;

3б. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \leftarrow x_2) = \{1;\ 0;\ 1;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \leftarrow x_2)$, причому при $0,0 < 0,1$ маємо $f(0,0,1) > f(0,1,1)$;

3в. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \rightarrow x_2) = \{1;\ 1;\ 0;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \rightarrow x_2)$, для якої при $0,1 < 1,0$ маємо $f(0,1,1) > f(1,0,1)$.

Тому для елементарних функцій даних варіантів $f \notin M_s$. При цьому, ($\forall\ n \geq 2$) множини X ($\exists\ f \subseteq \{Q^{*}\overset{n}{\underset{i=1}{\downarrow}} x_i,\ Q^{*}\overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{I}}} x_i,\ Q^{*}\overset{n}{\underset{i=1}{\leftarrow\!\mapsto}} x_i,\ Q^{*}\overset{n}{\underset{i=1}{\leftrightarrow}} x_i\}$), для яких також $f \notin M_s$.

Для варіантів:

2а. ($\exists\ Q^{*}(\coprod x_1\ \coprod x_2) = \{0;\ 0;\ 0;\ 0\}$) і $f = Q^{*}(\coprod x_1\ \coprod x_2)$, причому при $\tilde{\beta} > \tilde{\alpha}$ маємо $f(\tilde{\beta},1) = f(\tilde{\alpha},1)$, де $\tilde{\beta}$ і $\tilde{\alpha}$ - два набори значень з x_1, x_2;

3г ($\exists\ Q^{*}(\prod x_1\ \prod x_2) = \{1;\ 1;\ 1;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(\prod x_1\ \prod x_2)$, для яких при $\tilde{\beta} > \tilde{\alpha}$ маємо $f(\tilde{\beta},1) = f(\tilde{\alpha},1)$;

4а. ($\exists\ Q^{*}(x_1 \wedge x_2) = \{0;\ 0;\ 0;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \wedge x_2)$, причому $f(\tilde{\beta},1) \geq f(\tilde{\alpha},1)$ при $\tilde{\beta} > \tilde{\alpha}$;

4г ($\exists\ Q^{*}(x_1 \vee x_2) = \{0;\ 1;\ 1;\ 1\}$) і $f = Q^{*}(x_1 \vee x_2)$, для яких $f(\tilde{\beta},1) \geq f(\tilde{\alpha},1)$ при $\tilde{\beta} > \tilde{\alpha}$.

Тому для елементарних функцій даних варіантів $f \in M_s$. При цьому ($\forall \ n \geq 1$) множини X ($\exists \ f \subseteq \{Q * \coprod_{i=1}^{n} x_i, \ Q * \prod_{i=1}^{n} x_i\}$) і ($\forall \ n \geq 2$) множини X ($\exists \ f \subseteq \{Q * \overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} x_i$, $Q * \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} x_i\}$), для яких також $f \in M_s$.

Отже, для елементарних функцій якщо ($\forall \ n \geq 2$) ($\exists \ f \in \{T_{0s}, T_{1s}\}$ і $f \notin S_s$) або ($\forall \ n \geq 1$) ($\exists \ f \in T_{0s}$ і $f \notin \{T_{1s}, S_s\}$, $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s}, S_s\}$), то $f \in M_s$, а якщо ($\forall \ n \geq 2$) ($\exists \ f \in T_{0s}$ і $f \notin \{T_{1s}, S_s\}$, $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s}, S_s\}$, $f \notin \{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$), то $f \notin M_s$.

Таким чином, для елементарних функцій якщо ($\exists \ f \in \{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$) або ($\forall \ n \geq 2$) ($\exists \ f \in \{T_{0s}, T_{1s}\}$ і $f \notin S_s$), або ($\forall \ n \geq 1$) ($\exists \ f \in T_{0s}$ і $f \notin \{T_{1s}, S_s\}$, $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s}, S_s\}$), то $f \in M_s$, а якщо ($\exists \ f \notin \{T_{0s}, T_{1s}\}$ і $f \in S_s$) або ($\forall \ n \geq 2$) ($\exists \ f \in T_{0s}$ і $f \notin \{T_{1s}, S_s\}$, $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s}, S_s\}$, $f \notin \{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$), то $f \notin M_s$, де $f = f(X,1)$, $X = \{x_i\}$, $x_i \in \{0; 1\}$ та $i = 1, 2, ..., n$. **Твердження 1 доведено**.

Аналіз табл. 1 завершено.

Теорема 1. *Мінімальною кількістю класів, необхідною для повної характеристики елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки, є три замкнених класи множини* $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$.

Доведення. Припустимо, що кількість замкнених класів множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ не є мінімальною для повної характеристики елементарних функцій, тобто повна характеристика елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки можлива за допомогою меншої кількості відповідних класів цієї множини. Але без класу S_s не відома кількість змінних в елементарних функціях, а без класів T_{0s} і T_{1s} - не відомі значення елементарних функцій при відповідних наборах змінних $\tilde{0}$ і $\tilde{1}$. Крім того, класи T_{0s} і S_s не характеризують значення елементарних функцій при наборі змінних $\tilde{1}$, класи T_{1s} і S_s не характеризують значення елементарних функцій при наборі змінних $\tilde{0}$, а класи T_{0s} і T_{1s} не характеризують кількості змінних n в елементарних функціях. Тому без будь-якого з класів множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ характеристика елементарних функцій буде неповною, внаслідок чого початкове припущення при доведенні теореми не виконується, а отже, три замкнених класи множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ є мінімальною кількістю класів, що необхідна для повної характеристики елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки. **Теорему 1 доведено**.

Але при вилученні з множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s, M_s\}$ замкненого класу M_s залишається три замкнених класи множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ і виникає запитання: чи досить отриманої множини замкнених класів для повної характеристики елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки?

Мінімальноу множину замнених класів, достатню для повної характеристики елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки, визначимо згідно з однойменним методом, суть якого полягає у наступному:

1. Відповідно до мінімальної множини замкнених класів, необхідної для повної характеристики елементарних функцій, визначимо кількість можливих комбіінацій належності функцій до цих класів.

2. Відповідно до п.1 для кожної комбінації з'ясуємо існування булевої функції з такою належністю до замкнених класів заданої мінімальної множини.

3. У випадку існування функції визначимо, є дана функція елементарною чи складною , і назвемо її.

4. Після виконання пп. 2 і 3 укладаємо знайдений перелік булевих функцій.

5. Порівняємо знайдений перелік булевих функцій з переліком елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки.

6. Якщо перелік булевих функцій ідентичний перелікові елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки, то переконуємося, що заданої мінімальної множини замкнених класів досить для повної характеристики елементарних функцій даної алгебри логіки, у протилежному випадку - що заданої мінімальної множини замкнених класів недосить для повної характеристики елементарних функцій цієї алгебри логіки.

Згідно з цим методом визначимо, чи достатньо множини замкнених класів $\{T_{0s}$, T_{1s}, $S_s\}$ для повної характеристики елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки.

Множини замкнених класів $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ може бути досить для повної характеристики булевих функцій тільки тоді, коли за заданими належностями до класів вказаної множини можна визначити увесь поданий у табл. 1, перелік елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки. Ця множина складається з трьох замкнених класів, до кожного з яких може належати або не належати відповідна булева функція f. При цьому можна утворити $1+\sum\limits_{i=1}^{3} C_3^i = 8$ комбінацій належності булевих функцій до замкнених класів даної множини, де C_3^i - сполучення з 3 елементів за i. З них необхідно виділити комбінації, при яких існують булеві функції, а також визначити назви цих функцій. Оскільки у кожній з восьмох комбінацій булева функція f може належати до R і не належати до $R_1 = 3 - R$ класів, то комбінацій належності булевих функцій до замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ розглядатимемо за групами відповідно до табл. 2, де *KM* - кількість комбінацій у групі.

I. До цієї групи належить одна комбінація $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$. Їй властиве наступне твердження.

Твердження 2. *Якщо* $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$, *то* ($\forall\ \ n \geq 2$) *множини* X, *де* $X = \{x_i\}$, $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$, ($\exists\ f \subseteq \{Q * \overset{n}{\underset{i=1}{\downarrow}} x_i,\ Q * \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{I}}} x_i\}$).

Доведення. Якщо $f \notin S_s$, то маємо зображення булевої функції (4). Тому при $Q = 1$ ($\forall\ \ n > 1$) множини X (а в цьому разі виконуються обидві нерівності-рівності: $n \geq 1$ і $n \geq 2$) можемо записати $f(\widetilde{0},1) = 1$ при $f \notin T_{0s}$ і $f(\widetilde{1},1) = 0$ при $f \notin T_{1s}$. Отже, $f(\widetilde{0},1) = 1$, $f(\widetilde{1},1) = 0$ і, наприклад, при $n = 2$ для відповідних наборів значень змінних і результатів функції $f(x_1, x_2, 1)$ маємо такі можливі варіанти:

$$\begin{aligned} &1)\ f(0,1,1) = 0 \text{ і } f(1,0,1) = 0; \qquad &&2)\ f(0,1,1) = 0 \text{ і } f(1,0,1) = 1; \\ &3)\ f(0,1,1) = 1 \text{ і } f(1,0,1) = 0; \qquad &&4)\ f(0,1,1) = 1 \text{ і } f(1,0,1) = 1. \end{aligned} \tag{5}$$

Тому при наборах значень змінних $x_1, x_2 = \{0{,}0;\ 0{,}1;\ 1{,}0;\ 1{,}1\}$ отримуємо значення функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_1,\ y_2,\ y_3,\ y_4\}$, де $y_1 = \{1;\ 0;\ 0;\ 0\}$, $y_2 = \{1;\ 0;\ 1;\ 0\}$, $y_3 = \{1;\ 1;\ 0;\ 0\}$, а $y_4 = \{1;\ 1;\ 1;\ 0\}$. Але при цих наборах значень змінних, $Q = 1$ і значеннях функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_2,\ y_3\}$, де $y_2 = \{1;\ 0;\ 1;\ 0\}$ і $y_3 = \{1;\ 1;\ 0;\ 0\}$, ($\exists$ $Q * \neg x_2 = y_2$, $Q * \neg x_1 = y_1$). Тому функція $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{Q * \neg x_2,\ Q * \neg x_1\}$, для якої $f \in S_s$, що суперечить початковій умові $f \notin S_s$. Поряд з цим, при наборах значень змінних $x_1, x_2 = \{0{,}0;\ 0{,}1;\ 1{,}0;\ 1{,}1\}$, при $Q = 1$ і значеннях функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_1,\ y_4\}$, де $y_1 = \{1;\ 0;\ 0;\ 0\}$ і $y_4 = \{1;\ 1;\ 1;\ 0\}$, ($\exists$ $Q * (x_1 \downarrow x_2) = y_1$, $Q * (x_1\ \mathrm{I}\ \ x_2) = y_4$), причому при $n=2$ значення цих функцій залежать від значень змінних x_1 і x_2. Тому функція $f(x_1,x_2,1) \subseteq \{Q^*(x_1 \downarrow x_2)\,,\ Q^*(x_1\ \mathrm{I}\ x_2)\}$.

У зв'язку з тим, що ($\forall\ \ n \geq 2$) множини X ($\exists\ \ f \subseteq \{Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\downarrow}} x_i,\ \ Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{I}}} x_i\}$) і $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$, то при $f \notin \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ для ($\forall\ \ n \geq 2$) множини X ($\exists\ f \subseteq \{Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\downarrow}} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{I}}} x_i\}$), де $x_i \in \{0;\ 1\}$. **Твердження 2 доведено**.

II. До цієї групи належать такі комбінації належності булевих функцій замкненим класам множини $\{T_{0s}\,,\ T_{1s}\,,\ S_s\}$.

1. $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$. 2. $f \in T_{0s}$ і $f \notin \{T_{1s},\ S_s\}$.
3. $f \in S_s$ і $f \notin \{T_{0s},\ \ T_{1s}\}$.

Твердження 3. *Якщо* $f \in T_{1s}$ *і* $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$, *то для множини* X *(*$\forall\ \ n \geq 1$*) (*$\exists$ $f = Q^* \prod_{i=1}^{n} x_i$*), (*$\forall\ \ n \geq 2$*) (*$\exists\ \ f = Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftrightarrow}} x_i$*), а при* $n=2$ *(*$\exists\ \ f \subseteq \{Q^*(x_1 \to x_2)$, $Q^*(x_1 \leftarrow x_2)\}$*), де* $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

Доведення. При $f \notin S_s$ зображається булева функція (4). У цьому випадку при $Q=1$ ($\forall\ \ n>1$) множини X маємо $f(\widetilde{0},1)=1$ при $f \notin T_{0s}$ і $f(\widetilde{1},1)=1$ при $f \in T_{1s}$, що підтверджує умову $f \notin S_s$, тому що $f(\widetilde{0},1) \neq \neg f(\widetilde{1},1)$. Крім цього, при $n=2$ є можливі варіанти (5) наборів значень змінних і результатів для функції $f(x_1,x_2,1)$. Тому при наборах значень змінних $x_1,x_2 = \{0{,}0;\ \ 0{,}1;\ \ 1{,}0;\ \ 1{,}1\}$ маємо значення функції $f(x_1,x_2,1) \subseteq \{y_5,\ y_6,\ y_7,\ y_8\}$, де $y_5 = \{1;\ 1;\ 0;\ 1\}$, $y_6 = \{1;\ 0;\ 1;\ 1\}$, $y_7 = \{1;\ 1;\ 1;\ 1\}$, а $y_8 = \{1;\ \ 0;\ \ 0;\ \ 1\}$. Але при цих наборах значень змінних і результатів та $Q=1$ ($\exists$ $Q^*(x_1 \to x_2) = y_5$, $Q^*(x_1 \leftarrow x_2) = y_6$, $Q^*(\prod x_1\ \ \prod x_2) = y_7$, $Q^*(x_1 \leftrightarrow x_2) = y_8$), причому при $n=2$ значення функцій y_5, y_6 і y_8 залежать від значень змінних x_1 і x_2, а значення функції y_7 не залежать від значень цих змінних. Тому маємо, що $f(x_1,x_2,1) \subseteq \{Q^*(x_1 \to x_2),\ Q^*(x_1 \leftarrow x_2),\ Q^*(\prod x_1\ \ \prod x_2),\ Q^*(x_1 \leftrightarrow x_2)\}$.

У зв'язку з тим, що для множини X тільки при $n=2$ ($\exists\ \ f \subseteq \{Q^*(x_1 \to x_2)$, $Q^*(x_1 \leftarrow x_2)\}$) та $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s},\ \ S_s\}$, ($\forall\ \ n \geq 1$) ($\exists\ \ f = Q^* \prod_{i=1}^{n} x_i$) та $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$, а ($\forall\ \ n \geq 2$) ($\exists\ \ f = Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftrightarrow}} x_i$) та $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$, то при $f \in T_{1s}$ і $f \notin \{T_{0s},\ S_s\}$ для множини X ($\forall\ \ n \geq 1$) ($\exists\ \ f = Q^* \prod_{i=1}^{n} x_i$), ($\forall\ \ n \geq 2$) ($\exists\ \ f = Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftrightarrow}} x_i$), а при $n=2$ ($\exists\ \ f \subseteq \{Q^*(x_1 \to x_2), Q^*(x_1 \leftarrow x_2)\}$), де $x_i \in \{0;\ \ 1\}$. **Твердження 3 доведено**.

Твердження 4. *Якщо* $f \in T_{0s}$ *і* $f \notin \{T_{1s},\ S_s\}$, *то для множини* X *(*$\forall\ \ n \geq 1$*) (*$\exists$ $f = Q^* \coprod_{i=1}^{n} x_i$*), (*$\forall\ \ n \geq 2$*) (*$\exists\ \ f = Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftarrow\!\mapsto}} x_i$*), а при* $n=2$ *(*$\exists\ \ f \subseteq \{Q^*(x_1 \nrightarrow x_2)$, $Q^*(x_1 \nleftarrow x_2)\}$*)}, де* $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

Доведення. При $f \notin S_s$ зображена булева функція (4). Тут при $Q=1$ ($\forall\ \ n>1$) множини X маємо $f(\widetilde{0},1)=0$ при $f \notin T_{1s}$ і $f(\widetilde{1},1)=1$ при $f \in T_{0s}$. Завдяки цьому є $f(\widetilde{0},1) \neq \neg f(\widetilde{1},1)$, а тому підтверджується умова $f \notin S_s$. Крім цього, при $n=2$ можливі варіанти (5) наборів значень змінних і результатів для функції $f(x_1,x_2,1)$, а тому при наборах значень змінних $x_1,x_2=\{0,0;\ 0,1;\ 1,0;\ 1,1\}$ маємо значення функції $f(x_1,x_2,1)\subseteq\{y_9,\ y_{10},\ y_{11},\ y_{12}\}$, де $y_9=\{0;\ 0;\ 1;\ 0\}$, $y_{10}=\{0;\ 1;\ 0;\ 0\}$, $y_{11}=\{0;\ 0;\ 0;\ 0\}$, а $y_{12}=\{0;\ 1;\ 1;\ 0\}$. Але при цих наборах значень змінних і результатів та $Q=1$ ($\exists$ $Q^*(x_1\nrightarrow x_2)=y_9$, $Q^*(x_1\nleftarrow x_2)=y_{10}$, $Q^*(\coprod x_1\ \coprod x_2)=y_{11}$, $Q^*(x_1\leftarrow\!\mapsto x_2)=y_{12}$), причому при $n=2$ значення булевих функцій y_9, y_{10} і y_{12} залежать від значень змінних x_1 і x_2, а значення функції y_{11} не залежать від значень цих змінних. Тому $f(x_1,x_2,1)\subseteq\{Q^*(x_1\nrightarrow x_2),\ Q^*(x_1\nleftarrow x_2),\ Q^*(\coprod x_1\ \coprod x_2),\ Q^*(x_1\leftarrow\!\mapsto x_2)\}$.

Оскільки з того, що для множини X тільки при $n=2$ ($\exists$ $f\subseteq\{Q^*(x_1\nrightarrow x_2)$, $Q^*(x_1\nleftarrow x_2)\}$) та $f\in T_{0s}$ і $f\notin\{T_{1s},\ S_s\}$, ($\forall$ $n\geq 1$) ($\exists$ $f=Q^*\coprod\limits_{i=1}^{n}x_i$) та $f\in T_{0s}$ і $f\notin\{T_{1s},\ S_s\}$, а ($\forall$ $n\geq 2$) ($\exists$ $f=Q^*\underset{i=1}{\overset{n}{\leftarrow\!\mapsto}}x_i$) та $f\in T_{0s}$ і $f\notin\{T_{1s},\ S_s\}$, то при $f\in T_{0s}$ і $f\notin\{T_{1s},\ S_s\}$ для множини X ($\forall$ $n\geq 1$) ($\exists$ $f=Q^*\coprod\limits_{i=1}^{n}x_i$), ($\forall$ $n\geq 2$) ($\exists$ $f=Q^*\underset{i=1}{\overset{n}{\leftarrow\!\mapsto}}x_i$), а при $n=2$ ($\exists$ $f\subseteq\{Q^*(x_1\nrightarrow x_2), Q^*(x_1\nleftarrow x_2)\}$), де $x_i\in\{0;\ 1\}$. **Твердження 4 доведено**.

Твердження 5. *Якщо $f\in S_s$ і $f\notin\{T_{0s},\ T_{1s}\}$, то, наприклад, для змінної x_1 ($\exists$ $f=Q^*\neg x_1$), де $x_1\in\{0;\ 1\}$.*

Доведення. При $f\in S_s$ зображена булева функція (2). Тоді при $Q=1$, $f\notin T_{0s}$, $f\notin T_{1s}$ маємо $f(0,1)=1$ і $f(1,1)=0$, а тому підтверджується умова $f\in S_s$ внаслідок $f(0,1)=\neg f(1,1)$. Отже, якщо $x_1\in\{0;\ 1\}$, то $f=\{1;\ 0\}$. Але при $x_1\in\{0;\ 1\}$ та $Q=1$ ($\exists$ $Q^*\neg x_1=\{1;\ 0\}$), причому значення цієї функції залежать від значень змінної x_1. Тому $f(x_1,1)=Q^*\neg x_1$. Таким чином, якщо $f\in S_s$ і $f\notin\{T_{0s},\ T_{1s}\}$, то, наприклад, для змінної x_1 ($\exists$ $f=Q^*\neg x_1$), де $x_1\in\{0;\ 1\}$. **Твердження 5 доведено**.

III. До даної групи належать такі комбінації належності булевих функцій замкненим класам множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$.

1. $f\in\{T_{0s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{1s}$. 2. $f\in\{T_{1s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{0s}$.
3. $f\in\{T_{0s},\ T_{1s}\}$ і $f\notin S_s$.

Їм властиві такі твердження 6 і 7-.

Твердження 6. *($\bar{\exists}$ f) така, коли:*

1. $f\in\{T_{0s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{1s}$. 2. $f\in\{T_{1s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{0s}$.

Доведення. 1. При $f\in S_s$ зображена булева функція (2) і при $Q=1$, $f\in T_{0s}$ та $f\notin T_{1s}$ є $f(0,1)=0$ і $f(1,1)=0$. Тоді при, наприклад $x_1\in\{0;\ 1\}$, маємо $f=\{0;\ 0\}$. Але при $x_1\in\{0;\ 1\}$ та $Q=1$ ($\exists$ $Q^*(\coprod x_1)=\{0;\ 0\}$), причому значення цієї функції не залежать від значень змінної x_1. Тому $f(x_1,1)=Q^*(\coprod x_1)$. Однак така функція ($\exists$ ($\forall$ $n\geq 1$)) множини X і для неї $f\notin S_s$, що не відповідає початковій умові $f\in S_s$. Отже, ($\bar{\exists}$ f) така, що $f\in\{T_{0s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{1s}$.

2. Якщо $f\in\{T_{1s},\ S_s\}$ і $f\notin T_{0s}$, то виконується зображення булевої функції (2) і при $Q=1$ є $f(0,1)=1$, а $f(1,1)=1$. Тоді, наприклад, при $x_1\in\{0;\ 1\}$ маємо $f=\{1;\ 1\}$. Але при $x_1\in\{0;\ 1\}$ та $Q=1$ ($\exists$ $Q^*(\prod x_1)=\{1;\ 1\}$), причому значення цієї функції не залежать від значень змінної x_1. Тому $f(x_1,1)=Q^*(\prod x_1)$. Однак така функція ($\exists$ ($\forall$

$n \geq 1$)) множини X і для неї $f \notin S_s$, що суперечить початковій умові $f \in S_s$. Отже, ($\exists\ f$) така, коли $f \in \{T_{1s},\ S_s\}$ і $f \notin T_{0s}$. **Твердження 6 доведено**.

Твердження 7. *Якщо* $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ *і* $f \notin S_s$, *то* ($\forall$ $n \geq 2$) *множини* X, *де* $X = \{x_i\}$, $x_i \in \{0;\ 1\}$ *та* $i = 1,\ 2,\ ...,\ n$, *(*$\exists\ f \subseteq \{Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} x_i,\ Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} x_i\}$*)*.

Доведення. Якщо $f \notin S_s$ і $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$, то використовується зображення функції (4), і при $Q = 1$ ($\forall$ $n > 1$) маємо $f(\widetilde{0},1) = 0$, а $f(\widetilde{1},1) = 1$. Отже $f(\widetilde{0},1) = 0$, $f(\widetilde{1},1) = 1$, і при $n = 2$ для відповідних наборів значень змінних і результатів функції $f(x_1, x_2, 1)$ властиві варіанти (5). Тоді при наборах значень змінних $x_1, x_2 = \{0,0;\ 0,1;\ 1,0;\ 1,1\}$ отримуємо значення функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_{13},\ y_{14},\ y_{15},\ y_{16}\}$, де $y_{13} = \{0;\ 0;\ 0;\ 1\}$, $y_{14} = \{0;\ 0;\ 1;\ 1\}$, $y_{15} = \{0;\ 1;\ 0;\ 1\}$, а $y_{16} = \{0;\ 1;\ 1;\ 1\}$. Але при цих наборах значень змінних, $Q = 1$ і значеннях функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_{14},\ y_{15}\}$, де $y_{14} = \{0;\ 0;\ 1;\ 1\}$ і $y_{15} = \{0;\ 1;\ 0;\ 1\}$, ($\exists$ $Q^* \lrcorner x_1 = y_{14},\ Q^* \lrcorner x_2 = y_{15}$). Тому функція $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{Q^* \lrcorner x_1,\ Q^* \lrcorner x_2\}$, для якої $f \in S_s$, що суперечить початковій умові $f \notin S_s$. Поряд з цим, при наборах значень змінних $x_1, x_2 = \{0,0;\ 0,1;\ 1,0;\ 1,1\}$, при $Q = 1$ і значеннях функції $f(x_1, x_2, 1) \subseteq \{y_{13},\ y_{16}\}$, де $y_{13} = \{0;\ 0;\ 0;\ 1\}$ і $y_{16} = \{0;\ 1;\ 1;\ 1\}$, ($\exists$ $Q^*(x_1 \wedge x_2) = y_{13}$, $Q^*(x_1 \vee x_2) = y_{16}$), причому при $n = 2$ значення цих функцій залежать від значень змінних x_1 і x_2. Тому функція $f \subseteq \{Q^*(x_1 \wedge x_2),\ Q^*(x_1 \vee x_2)\}$.

У зв'язку з тим, що ($\forall$ $n \geq 2$) множини X ($\exists$ $f \subseteq \{Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} x_i,\ Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} x_i\}$), причому $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ і $f \notin S_s$, то при $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ і $f \notin S_s$ ($\forall$ $n \geq 2$) множини X ($\exists$ $f \subseteq \{Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} x_i,\ Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} x_i\}$), де $x_i \in \{0;\ 1\}$. **Твердження 7 доведено**.

IY. До даної групи належить одна комбінація $f \in \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$, для якої справедливе таке твердження.

Твердження 8. *Якщо* $f \in \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$, *то, наприклад, для змінної* x_1 *(*$\exists$ $f = Q^* \lrcorner x_1$*), де* $x_1 \in \{0;\ 1\}$.

Доведення. При $f \in S_s$ зображена булева функція (2) і при $Q = 1$, $f \in \{T_{0s},\ T_{1s}\}$ є $f(0,1) = 0$ та $f(1,1) = 1$. Тоді $f(0,1) = \neg f(1,1)$, і підтверджується умова $f \in S_s$. В цьому разі при, наприклад $x_1 \in \{0;\ 1\}$, маємо $f = \{0;\ 1\}$. Але при $x_1 \in \{0;\ 1\}$ та $Q = 1$ ($\exists$ $Q^* \lrcorner x_1 = \{0;\ 1\}$), причому значення цієї функції залежать від значень змінної x_1. Тому $f(x_1, 1) = Q^* \lrcorner x_1$. Отже, при $f \in \{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ для, наприклад, змінної x_1 ($\exists$ $f = Q^* \lrcorner x_1$), де $x_1 \in \{0;\ 1\}$. **Твердження 8 доведено**.

Таким чином, з восьмох розглянутих комбінацій належності булевих функцій до замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ тільки для шістьох комбінацій існують булеві функції (табл. 3). Ці функції є елементарними функціями некласичної двозначної алгебри логіки, зокрема, функції $Q^* \neg x_1$, $Q^*(x_1 \to x_2)$, $Q^*(x_1 \leftarrow x_2)$, $Q^*(x_1 \not\to x_2)$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\wedge}} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\vee}} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\downarrow}} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\mathrm{I}}} x_i$, $Q^* \coprod_{i=1}^{n} x_i$, $Q^* \prod_{i=1}^{n} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftrightarrow}} x_i$, $Q^* \overset{n}{\underset{i=1}{\leftarrow\!\!\mapsto}} x_i$, $Q^*(x_1 \not\leftarrow x_2)$ і $Q^* \lrcorner x_1$. Перелік назв цих функцій повністю відповідає перелікові елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки. Внаслідок цього за належністю функцій до замкнених класів множини $\{T_{0s},\ T_{1s},\ S_s\}$ визначається увесь перелік елементарних функцій такої алгебри логіки. Тому трьох замкнених класів множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ досить для повної характеристики усіх елементарних функцій некласичної двозначної алгебри логіки.

Визначення мінімальної множини замнених класів, достатньої для повної характеристики усіх елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки, завершено.

Наслідок 2. Трьох замкнених класів множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ досить для повної характеристики усіх елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки.

Висновок

У статті аргументовано доведено, що трьох замкнених класів множини $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ досить для повної характеристики усіх елементарних функцій у некласичній двозначній алгебрі логіки (двозначній алгебрі логіки з урахуванням середовища реалізації).

There has been reasonably proved in the article the fact it is enough to use three closed-end classes of set $\{T_{0s}, T_{1s}, S_s\}$ *for complete characteristics of all elementary functions in non-classic two-digit logics algebra (two-digit logics concerning the realization medium).*

Література

1. Дуда О.М., Дуда М.О. Змінні та функції в середовищі реалізації двозначної алгебри логіки // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. - 1999. – Том 4. -Число 1. – С. 62 – 69.
2. Дуда О.М., Дуда М.О., Бубняк М.М. Використання теорії про істотні та фіктивні змінні в булевих і лінійних функціях // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. - 1999. – Том 4. - Число 2. – С. 5 – 11.
3. Дуда М.О., Дуда О.М. Про доцільність використання в курсі "Дискретна математика" нової теорії про функціональну повноту// Тези другої української науково-методичної конференції "Використання персональних ЕОМ в навчальному процесі вищого навчального закладу". - Львів, 1993. - с. 49 - 51.
4. Дуда О.М., Дуда М.О., Іващук Д.В. Теорема про функціональну повноту булевих систем у некласичній двозначній алгебрі логіки // Вісник Тернопільського державного технічного університету імені Івана Пулюя. - 2000. – Том 5. - №3. - с. 102 - 110.
5. Дуда О.М. Практикум по вивченню електронних таблиць // Тези доповіді студентської наукової конференції, присвяченої 150-річчю від дня народження Івана Пулюя : Природничі та гуманітарні науки. Актуальні проблеми. - Тернопіль, 1995, с. 190.
6. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику: Учебн. пособие для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, .1984 – 384 с.
7. Цейтлін Г.О. Алгебра логіки та конструювання програм. Елементи дискретної математики. – Київ: Наукова думка, 1994. – 84 с.
8. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.А. Алгебра. Языки. Программирование. 3-е изд. (дополненное и переработанное). – Киев: Наук. думка, 1989. – 340 с.
9. Гаврилов Г.П. Функциональные системы дискретной математики: Текст лекций. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985. - 40 с.

Одержано 10.11.2000 р.