

# ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК.621.327;534

В.Андрійчук, канд.фіз.-мат.наук; Я.Герій

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

## РОЗРАХУНОК ОПРОМІНЕНОСТІ ПЛОЩИНИ ДОВІЛЬНОЇ ОРІЄНТАЦІЇ ВІД ОПРОМІНЮВАЧА З НЕКРУГЛОСИМЕТРИЧНИМ СВІТЛОВИМ РОЗПОДІЛОМ

*Наведена методика розрахунку на ЕОМ опроміненості площини довільного розташування від точкового опромінювача з некруглосиметричним світловим розподілом, що є важливим при моделюванні умов опромінення рослин закритого ґрунту з довільною орієнтацією листків. Світловий розподіл опромінюючого пристрою (ОП) (залежність модуля вектора сили світла від кутів в меридіальній та екваторіальній площинах) задавався у вигляді двовірної таблиці. Табличні дані отримувались експериментально на гоніофотометричній установці з постійним кроком зміни кутів. Для знаходження вектора сили світла довільного напрямку використана методика інтерполяції многочленом Лагранжа. Проведена оцінка абсолютної похибки інтерполювання для лінійного і квадратичного випадків. Наведені алгоритми розрахунку на ЕОМ: а) сили світла в довільному напрямку для некруглосиметричного ОП та побудови його фотометричного тіла; б) розподілу опроміненості площини довільного розташування. Розроблено їх програмне забезпечення. Розглянуто приклади розрахунків для ОП з параболо-еліптичним відбивачем ЖО-01 та лампою ДНаТ-400.*

### Умовні позначення

ОП	— опромінюючий пристрій.
ОСУ	— опромінююча світлотехнічна установка.
СС	— сила світла.
СВ	— сила випромінювання.
ФАР	— фатосинтезно-активна радіація.
ДВ	— джерело випромінювання.
ОХУЗ	— система координат опромінюючої установки.
АФЕІ	— система координат джерела.
$PX_1Y_1Z_1$	— система координат приймача.
ЖО-01	— відбивач ОП.
ДНаТ-400	— ДВ ОП, лампа натрієва високого тиску потужністю 400 Вт.

### Вступ

Світлотехнічні розрахунки, які базуються на поширенні світла у вигляді променів, використовують векторний опис сили світла (СС), або сили випромінювання (СВ). Надалі будемо користуватися поняттям випромінювання (сила випромінювання, потік випромінювання і т. п.), оскільки в опромінюючих пристроях спектральний діапазон його значно ширший, ніж світловий і сягає від ультрафіолету до дальньої ІЧ області.

Повна характеристика розподілу потоку випромінювання опромінюючого пристрою (ОП) задається поверхнею, утвореною кінцями векторів сили випромінювання і називається фотометричним тілом. Якщо фотометричне тіло круглосиметричне, то модуль вектора СВ залежить лише від кута відхилення променя від оптичної осі приладу  $I = I(\beta)$ , а розрахунок опроміненості площини довільного розташування наведений в [4–7]. Для опису розподілу випромінювання ОП з некруглосиметричним фотометричним тілом необхідно знати залежність СВ від кутів

відхилення променя в екваторіальній ( $\alpha$ ) та меридіальній ( $\varphi$ ) площинах  $I = I(\varphi, \alpha)$ . Якщо фотометричне тіло має дві площини симетрії, то азимутальний кут  $\alpha$  можна задавати в межах  $0 \dots 90^\circ$ , якщо одну — в межах  $0 \dots 180^\circ$ , а при відсутності площин симетрії —  $0 \dots 360^\circ$ . Розрахунок розподілу густини потоку випромінювання по довільній площині розглядався в [4–6]. Запропонована методика ґрунтується на використанні кривих однакових значень сили випромінювання та кривих рівних значень відносної опроміненості, що робить її трудомісткою і громіздкою з низькою точністю розрахунку, оскільки використовує дані, задані графічно. Використання ЕОМ спрощує та прискорює світлотехнічні розрахунки, підвищує їх точність і розширює межі їх проведення. В даному повідомленні розглядається методика розрахунку на ЕОМ опроміненості площини довільної орієнтації від точкового випромінювача з некруглосиметричним розподілом СВ, заданим фотометричним тілом, отриманим експериментально.

### 1. Теоретична частина

У випадку точкового джерела випромінювання опроміненість довільної ділянки поверхні визначається за законом квадратів відстаней

$$E = \frac{I}{L^2} \cdot \cos \gamma,$$

де  $L$  — відстань від джерела до опромінюючої поверхні;

$\gamma$  — кут між напрямком сили світла і нормаллю до опромінюючої ділянки;

$I$  — сила світла у вибраному напрямку.

На рис.1 наведена геометрична схема для розрахунку опроміненості довільної площини від некруглосиметричного опромінювача.

Задамо декартову систему координат  $OXYZ$ , в якій будемо розглядати світлотехнічну установку в цілому. Площину, опроміненість якої необхідно визначити, проведемо через вибрану точку  $P$  і зв'яжемо з нею прямокутну систему координат  $PX_1Y_1Z_1$ , яку назвемо системою приймача. Причому, координатна площина  $PX_1Y_1$  співпадає з вибраною площиною, а вісь  $PZ_1$  — з вектором нормалі  $\vec{N}$  до неї. Вектор  $\vec{N}$  утворює з віссю  $OZ$  кут  $\alpha_n$ , а його проекція на  $OXY$  утворює з віссю  $OX$  кут  $\varphi_n$ . Вісь  $PX_1$  проведемо паралельно до площини  $OXY$ . Координати одиничних векторів даної системи в системі  $OXYZ$  будуть визначатися за формулами:

$$\begin{aligned} \vec{g}_{x_1} &= \vec{g}_x \cos\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right) + \vec{g}_y \sin\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right); \\ \vec{g}_{y_1} &= -\vec{g}_x \cos(\alpha_n) \cdot \cos\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right) - \\ &\vec{g}_y \cos(\alpha_n) \cdot \sin\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right) + \vec{g}_z \left( \sin(\alpha_n) \cdot \cos^2\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\alpha_n) \cdot \sin^2\left(\varphi_n + \frac{\pi}{2}\right) \right); \\ \vec{g}_{z_1} &= \vec{N} = \vec{g}_x \sin(\alpha_n) \cdot \cos(\varphi_n) + \vec{g}_y \sin(\alpha_n) \cdot \sin(\varphi_n) + \vec{g}_z \cos(\alpha_n), \end{aligned} \quad (1)$$

де  $\vec{g}_x, \vec{g}_y, \vec{g}_z$  — одиничні вектори в системі  $OXYZ$ .

Опромінювач в даній світлотехнічній установці розташуємо в точці  $A$ . Оптичну вісь його направимо під кутом  $\zeta$  до осі  $OZ$  (до вертикалі). З опромінювачем пов'яжемо ще одну декартову систему координат  $AFEI$ , яка повністю співпадає з системою координат де виконувалися експериментальні вимірювання його світлових характеристик і назвемо її системою джерела. Орієнтацію системи джерела відносно  $OXYZ$  задамо наступним чином. Вісь  $AI$  направимо вздовж оптичної осі  $CI$ . Напрямок її буде задаватися одиничним вектором  $\vec{i}$ , координати якого в системі  $OXYZ$  визначаються за рівнянням

$$\vec{i} = \vec{g}_x \sin \zeta \cos \delta k + \vec{g}_y \sin \zeta \sin \delta k - \vec{g}_z \cos \zeta. \quad (2)$$

Вісь AF проведемо перпендикулярно до осі AI і спрямуємо паралельно площині XOY. Координати одиничного вектора даної осі в системі OXYZ будуть дорівнювати

$$\vec{f} = -\vec{g}_x \sin \delta k + \vec{g}_y \cos \delta k. \quad (3)$$

При такому виборі двох ортогональних осей AI і AF одиничний вектор третьої ортогональної осі AE можна визначити із векторного добутку двох попередніх одиничних векторів

$$\vec{e} = \vec{i} \times \vec{f} = \vec{g}_x \cos \zeta \cos \delta k + \vec{g}_y \cos \zeta \sin \delta k + \vec{g}_z \sin \zeta. \quad (4)$$

Кутовий розподіл вектора сили випромінювання некруглосиметричного опромінювача  $I(\varphi, \alpha)$  отримувався експериментально на установці, схема якої наведена на рис. 2. При цьому будь-який напрям вектора сили випромінювання задавався двома кутами:  $\alpha$  — кутом повороту опромінювача відносно осі E;  $\varphi$  — кутом повороту опромінювача відносно осі F. Обидва кути змінювалися в межах  $+90^\circ \dots -90^\circ$ . Знак "+" брався тоді, коли поворот опромінювача відбувався за годинниковою стрілкою, якщо дивитися в сторону випромінювання ОП, а "-" — коли проти годинникової стрілки.

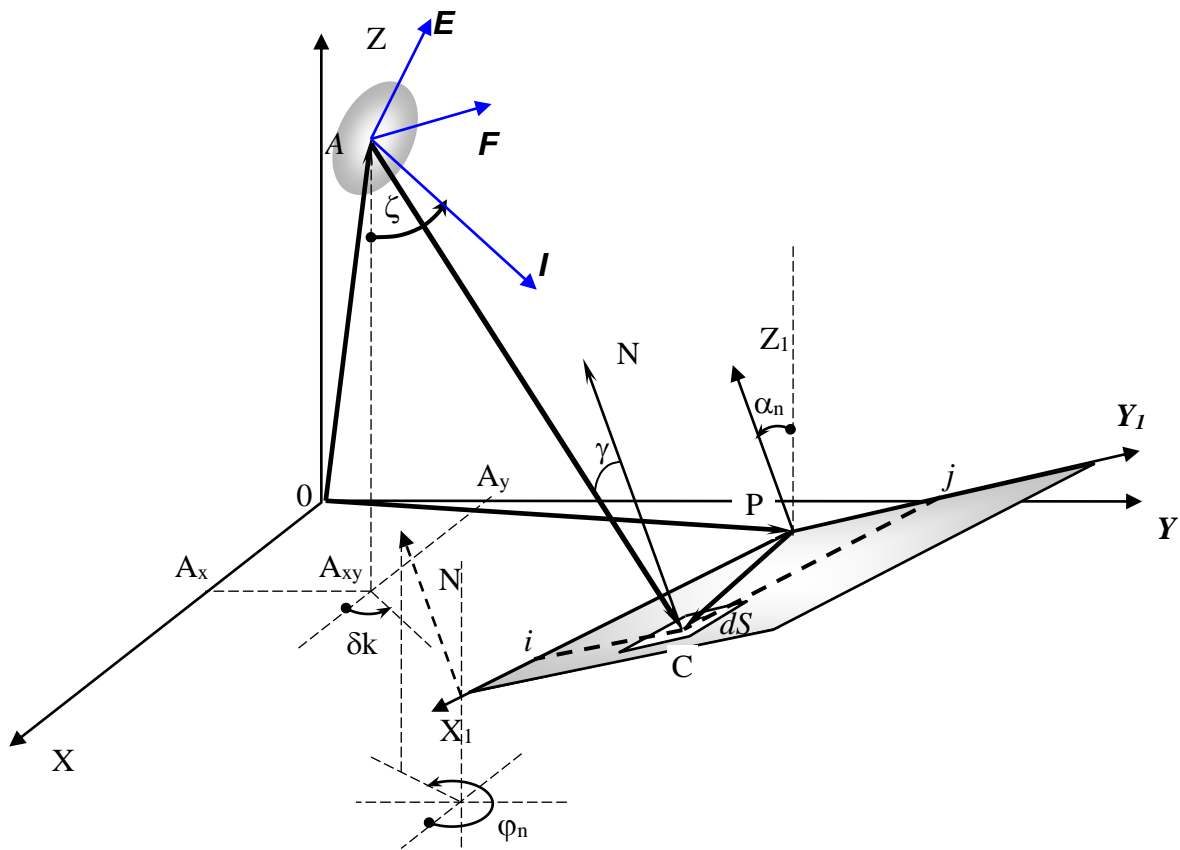


Рис. 1. Геометрична схема для розрахунку опроміненості довільної площини від опромінювача з некруглосиметричним світловим розподілом: OXYZ — система координат опромінюючої установки; AFEI—система координат випромінювача; PX<sub>1</sub>Y<sub>1</sub>Z<sub>1</sub>—система координат приймача; AI — оптична вісь ОП; delta k — кут між віссю OX і проекцією оптичної осі ОП на площину XOY; N — одиничний вектор нормалі до ділянки dS; alpha\_n — кут між осями PZ<sub>1</sub> і OZ; phi\_n—кут між віссю OX і проекцією вектора нормалі N на площину XOY.

Такі вимірювання були проведені для ряду світильників та широко-кутових прожекторів з кроком зміни кутів  $\Delta\varphi = 10^\circ$  і  $\Delta\alpha = 5^\circ$  в лабораторіях Українського світлотехнічного інституту, м.Тернопіль. Результати експериментальних вимірювань подавалися у вигляді таблиць, в яких у відповідності до значень кутів  $\varphi$  і  $\alpha$  записувалися значення сили світла у заданому напрямі.

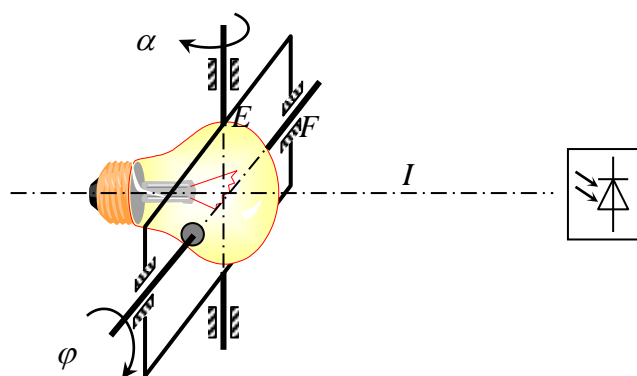


Рис. 2. Схема гоніофотометричної установки для фотометрування світлових приладів

При складанні таблиць дотримувалися таких правил:

- 1) значення сили світла  $I(\varphi, \alpha)$  у табличних точках визначалися з однаковою похибкою, яка для даної гоніофотометричної установки дорівнювала 5%;
- 2) у таблиці подавалися лише ті значення сили світла, похибка кожного з яких не перевищувала 0.5 одиниці молодшого розряду експериментально отриманих величин.

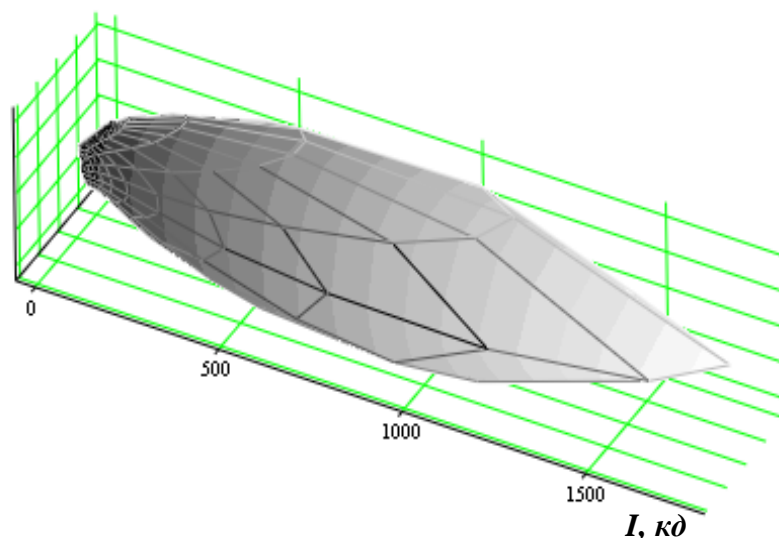


Рис. 3. Фотометричне тіло ширококутового прожектора ЖО-01 з лампою ДНАТ-400, приведенне до світлового потоку 1000 лм

Табличні дані служили основою для подальших світлотехнічних розрахунків.

В результаті були отримані фотометричні тіла кожного із опромінювачів з певним типом джерела світла. Приклад фотометричного тіла для широко-кутового прожектора ЖО-01 з лампою ДНАТ-400 або ДРИ-250 наведено на рис. 3.

Повернемося до рис. 1 і виберемо довільну точку світлового поля  $C$ , яка лежить на опромінюючій площині, і яку охоплює елементарна ділянка  $dS$  цієї площини. Визначимо кути  $\varphi$  і  $\alpha$  для даної точки в системі координат джерела, в якій проводилися вимірювання  $I(\varphi, \alpha)$  в лабораторних умовах. Вирази для цих кутів запишемо через скалярний добуток векторів:

$$\varphi = \arcsin \frac{(\overrightarrow{AC} \cdot \vec{e})}{|\overrightarrow{AC} - (\overrightarrow{AC} \cdot \vec{f}) \cdot \vec{f}|};$$

$$\alpha = \arcsin \frac{(\overline{AC} \cdot \vec{f})}{|\overline{AC}|}. \quad (5)$$

При знаходженні сили випромінювання для кутів  $\varphi$  і  $\alpha$ , які не співпадають із табличними, використовувався метод інтерполювання. Інтерполяцію проводили за допомогою інтерполяційної формули або інтерполяційного многочлена Лагранжа [1–3].

Для випадку, коли функція залежить від одного аргументу  $y_i = f(x_i)$ , ( $i = \overline{0, n}$ ), формула Лагранжа записується у вигляді:

$$F(x) = \sum_{i=0}^n \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})\cdots(x-x_{n-1})(x-x_n)}{(x_i-x_0)(x_i-x_1)\cdots(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})\cdots(x_i-x_n)} \cdot y_i = \sum_{i=0}^n y_i \cdot \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \frac{x-x_k}{x_i-x_k}. \quad (6)$$

Причому  $F(x_i) = f(x_i) = y_i$ .

Якщо ж функція залежить від двох аргументів  $I = I(\varphi, \alpha)$  і задана двомірною таблицею  $I_{i,j} = I(\varphi_i, \alpha_j)$ , інтерполяційний многочлен значно ускладнюється [2,3]. При складанні інтерполяційної формули виходили із основної ідеї цього методу — многочлен Лагранжа у вузлових точках дорівнює 1, а у всіх інших — 0:

$$L_{i,j} = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \prod_{\substack{l=0 \\ l \neq j}}^m \frac{\varphi - \varphi_k}{\varphi_i - \varphi_k} \cdot \frac{\alpha - \alpha_l}{\alpha_j - \alpha_l}. \quad (7)$$

Маючи вираз (7) можна перейти до многочлена  $F(\varphi, \alpha)$ , для якого у вузлах таблиці виконується умова

$$F(\varphi_i, \alpha_j) = F_{i,j} = I(\varphi_i, \alpha_j) = I_{i,j}, \quad (8)$$

а сам він дорівнює сумі

$$F(\varphi, \alpha) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m a_{ij}(\varphi, \alpha) \cdot F_{i,j}, \quad (9)$$

де 
$$a_{ij}(\varphi, \alpha) = \prod_{\substack{k=0 \\ k \neq i}}^n \prod_{\substack{l=0 \\ l \neq j}}^m \frac{\varphi - \varphi_k}{\varphi_i - \varphi_k} \cdot \frac{\alpha - \alpha_l}{\alpha_j - \alpha_l}.$$

Очевидно, що немає потреби будувати один інтерполяційний многочлен (9) для всієї таблиці, оскільки він був би дуже громіздкий, що різко збільшило б час розрахунку. Нехай нам потрібно знайти  $I(\varphi, \alpha)$ . Виберемо прямокутник із  $(r, f)$  вузлів, в який попадає шукана точка. Побудуємо інтерполяційний многочлен якомога нижчої степені. Степінь многочлена задаємо такою, щоб похибка інтерполяції на даній ділянці була меншою, ніж похибка таблиці, тобто меншою від половини одиниці молодшого розряду табличних значень функції  $I(\varphi_i, \alpha_j)$ . Таким чином обчислювалися значення сили світла в нетабличних точках з тією самою точністю, що й табличні значення.

Було використано два способи інтерполювання — лінійне, коли  $n = 1$ , та квадратичне — для  $n = 2$ .

Нехай  $\varphi$  і  $\alpha$  попадають на ділянку  $[\varphi_p, \alpha_q; \varphi_{p+1}, \alpha_{q+1}]$ . Інтерполяційний многочлен для  $n = 1$  буде мати вигляд

$$F(\varphi, \alpha) = \sum_{i=p}^{p+1} \sum_{j=q}^{q+1} \prod_{\substack{k=p \\ k \neq i}}^{p+1} \prod_{\substack{l=q \\ l \neq j}}^{q+1} \frac{\varphi - \varphi_k}{\varphi_i - \varphi_k} \cdot \frac{\alpha - \alpha_l}{\alpha_j - \alpha_l} I_{ij}. \quad (10)$$

Для  $n = 2$

$$F(\varphi, \alpha) = \sum_{i=p}^{p+2} \sum_{j=q}^{q+2} \prod_{\substack{k=p \\ k \neq i}}^{p+2} \prod_{\substack{l=q \\ l \neq j}}^{q+2} \frac{\varphi - \varphi_k}{\varphi_i - \varphi_k} \cdot \frac{\alpha - \alpha_l}{\alpha_j - \alpha_l} I_{ij}. \quad (11)$$

При оцінці похибки інтерполяції виходили з того, що вузли в таблиці рівно віддалені, а у вузлових точках  $F(\varphi_i, \alpha_j) = I(\varphi_i, \alpha_j)$ .

Для довільних точок  $(\varphi, \alpha)$ , відмінних від вузлів інтерполяції, різниця  $I(\varphi, \alpha) -$

$-F(\varphi, \alpha) = R(\varphi, \alpha)$  не дорівнює нулю і характеризує близькість полінома  $F(\varphi, \alpha)$  до функції  $I(\varphi, \alpha)$  в межах вибраної ділянки таблиці. Величина  $R(\varphi, \alpha)$  називається залишковим членом інтерполяційної формули і є абсолютною похибкою інтерполяції. Для оцінки точності способів інтерполювання необхідно знайти вираз для залишкового члена  $R(\varphi, \alpha)$ . Будемо виходити з того, що задана таблична функція  $I(\varphi, \alpha)$  на вибраній ділянці  $[p, p + r; q, q + r]$  має неперервні похідні до  $(r + 1)$  порядку включно, а залишковий член у вузлах інтерполювання дорівнює нулю. Такі розрахунки були проведені в роботах [1–3] і було отримано оціночну формулу для залишкового члена:

$$|R_r(\varphi, \alpha)| \leq \frac{\frac{\partial^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\partial \varphi^{r+1}}}{(r+1)!} \cdot P_{r+1}(\varphi) + \frac{\frac{\partial^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\partial \alpha^{r+1}}}{(r+1)!} \cdot P_{r+1}(\alpha), \quad (12)$$

де  $P_{r+1}(\varphi) = (\varphi - \varphi_0)(\varphi - \varphi_1) \cdots (\varphi - \varphi_r)$ ;  $P_{r+1}(\alpha) = (\alpha - \alpha_0)(\alpha - \alpha_1) \cdots (\alpha - \alpha_r)$ .

Якщо вузли рівновіддалені по рядках і стовпцях таблиці

$$\varphi_{i+1} - \varphi_i = \Delta\varphi, \quad \alpha_{i+1} - \alpha_i = \Delta\alpha, \quad (13)$$

то оцінка для залишкового члена набирає вигляду

$$\begin{aligned} |R_r(\varphi, \alpha)| \leq & \frac{\frac{\partial^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\partial \varphi^{r+1}}}{(r+1)!} \cdot \Delta\varphi^{r+1} |t(t-1)(t-2) \cdots (t-r)| + \\ & + \frac{\frac{\partial^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\partial \alpha^{r+1}}}{(r+1)!} \cdot \Delta\alpha^{r+1} |\tau(\tau-1)(\tau-2) \cdots (\tau-r)|, \end{aligned} \quad (14)$$

де  $t = \frac{\varphi - \varphi_0}{\Delta\varphi}$ ;  $\tau = \frac{\alpha - \alpha_0}{\Delta\alpha}$ .

З (12–14) видно, що величина похибки залежить від того, як вибрано вузли інтерполювання (вони визначаються функціями  $P_{r+1}(\varphi)$  і  $P_{r+1}(\alpha)$ ).

Для дальшого аналізу похибки інтерполяції використаємо поняття скінченої різниці функції. Величина  $(f_{i+1} - f_i) = \Delta f_i$  називається скінченою різницею першого порядку і позначається  $\Delta f_i = \Delta y_i = y_{i+1} - y_i$ . Скінчена різниця другого порядку визначається за рівнянням

$$\Delta^2 f_i = \Delta^2 y_i = \Delta(\Delta y_i) = \Delta y_{i+1} - \Delta y_i = y_{i+2} - y_{i+1} - y_{i+1} + y_i = y_{i+2} - 2y_{i+1} + y_i. \quad (15)$$

Скінчена різниця  $n$ -го порядку визначається за такою рекурентною формулою

$$\Delta^n f_i = \Delta^n y_i = \Delta(\Delta^{n-1} y_i) = \Delta^{n-1} y_{i+1} - \Delta^{n-1} y_i, \quad (16)$$

де  $n \geq 1$ , а  $\Delta^0 y_i = y_i$ ,  $\Delta^1 y_i = \Delta y_i$ .

Якщо функція  $f(x)$  на відрізку  $[x_i, x_{i+r}]$  має неперервну похідну  $r$ -го порядку  $f^{(r)}(x)$ , то існує точка  $\xi \in [x_i, x_{i+r}]$ , для якої можна записати такий зв'язок між скінченими різницями функції і похідною  $r$ -го порядку [2]

$$\Delta^r y_i = f^{(r)}(\xi)(\Delta x^r). \quad (17)$$

З (17) випливає

$$f^{(r)}(\xi) = \frac{\Delta^r y_i}{\Delta x^r}. \quad (18)$$

Запишемо рівняння (14), використавши вираз (18)

$$\begin{aligned} |R_r(\varphi, \alpha)| \leq & \frac{\Delta^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\Delta \varphi^{r+1} (r+1)!} \cdot \Delta \varphi^{r+1} |t(t-1)(t-2) \cdots (t-r)| + \\ & + \frac{\Delta^{r+1} I(\varphi, \alpha)}{\Delta \alpha^{r+1} (r+1)!} \cdot \Delta \alpha^{r+1} |\tau(\tau-1)(\tau-2) \cdots (\tau-r)|. \end{aligned} \quad (19)$$

Після скорочення на  $\Delta \varphi^{r+1}$  та на  $\Delta \alpha^{r+1}$  отримаємо остаточну формулу для оцінки абсолютної похибки інтерполювання:

$$R_r(\varphi, \alpha) \leq \frac{\Delta^{r+1}I(\varphi, \alpha)}{(r+1)!} \cdot |t(t-1)(t-2)\dots(t-r)| + \frac{\Delta^{r+1}I(\varphi, \alpha)}{(r+1)!} \cdot |\tau(\tau-1)(\tau-2)\dots(\tau-r)|. \quad (20)$$

Тепер запишемо цю формулу для  $r = 1$

$$R_1(\varphi, \alpha) \leq \frac{\Delta^2 I(\varphi, \alpha)}{2!} \cdot \max_{0 \leq t \leq 1} |t(t-1)| + \frac{\Delta^2 I(\varphi, \alpha)}{2!} \cdot \max_{0 \leq \tau \leq 1} |\tau(\tau-1)|. \quad (21)$$

Враховавши, що  $\max_{0 \leq t \leq 1} |t(t-1)| = \max_{0 \leq \tau \leq 1} |\tau(\tau-1)| = \frac{1}{4}$ , вираз (21) матиме вигляд

$$R_1(\varphi, \alpha) \leq \frac{1}{8} (\Delta^2 I(\varphi_{p+1}, \alpha_q) + \Delta^2 I(\varphi_p, \alpha_{q+1})). \quad (22)$$

Взявши до уваги (15), запишемо

$$\Delta^2 I(\varphi_{p+1}, \alpha_q) + \Delta^2 I(\varphi_p, \alpha_{q+1}) = \Delta^2 I_{p+1,q} + \Delta^2 I_{p,q+1} = I_{p+2,q} - 2I_{p+1,q} + I_{p,q+2} - 2I_{p,q+1} + 2I_{p,q}. \quad (23)$$

Остаточний вираз для абсолютної похибки інтерполювання многочленом Лагранжа першого степеня запишеться у вигляді

$$R_1(\varphi, \alpha) \leq \frac{1}{8} (I_{p+2,q} + I_{p,q+2} - 2I_{p+1,q} - 2I_{p,q+1} + 2I_{p,q}). \quad (24)$$

Для  $r = 2$  поступаємо аналогічно і отримаємо

$$R_2(\varphi, \alpha) \leq \frac{1}{15} (\Delta^3 I(\varphi_{p+2}, \alpha_q) + \Delta^3 I(\varphi_p, \alpha_{q+2})) = \frac{1}{15} (\Delta^3 I_{p+2,q} + \Delta^3 I_{p,q+2}). \quad (25)$$

Враховуючи (15) та (16) остаточна формула для абсолютної похибки інтерполювання многочленом Лагранжа другого степеня запишеться як

$$R_2(\varphi, \alpha) \leq \frac{1}{15} (I_{p+3,q} - 3I_{p+2,q} + 3I_{p+1,q} + I_{p,q+3} - 3I_{p,q+2} + 3I_{p,q+1} - 2I_{p,q}). \quad (26)$$

Повернемося до рис. 1 і запишемо формулу для розрахунку опроміненості ділянки  $dS$ , яка лежить на вибраній площині  $PX_1Y_1$  і охоплює точку світлового поля  $C$ :

$$E_C = \frac{I(t, \varphi, \alpha)}{|\overrightarrow{AC}|^2} \cdot \cos \gamma, \quad (27)$$

або через скалярний добуток векторів

$$E_C = \frac{I(t, \varphi, \alpha) \cdot (\overrightarrow{AC} \cdot (-\vec{N}))}{|\overrightarrow{AC}|^3}, \quad (28)$$

де  $I(t, \varphi, \alpha)$  — функція сили випромінювання, яка в загальному випадку залежить від часу та вибраного напрямку  $AC$ .

Нехай потік випромінювання не змінюється протягом всього періоду опромінення. Тоді модуль вектора сили випромінювання буде залежати лише від вибраного напрямку  $AC$ .

Для проведення розрахунку опроміненості елементарної ділянки  $dS$  у формулу (28) необхідно підставити  $I(\varphi, \alpha)$  та координати векторів  $\overrightarrow{AC}$  і  $\vec{N}$ . Вектор  $\overrightarrow{AC}$  запишемо як суму векторів

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PC} - \overrightarrow{OA}. \quad (29)$$

Вектор  $\vec{N}$  та кожен із складових  $\overrightarrow{AC}$  можна представити в системі  $OXYZ$ .

Значення сили випромінювання  $I(\varphi, \alpha)$  в напрямку  $\overrightarrow{AC}$  задається кутами  $\varphi$  і  $\alpha$  та визначається методом інтерполяції експериментально отриманих табличних даних  $I(\varphi_i, \alpha_j)$  для вибраного ОП. Кути  $\varphi$  і  $\alpha$  визначаються положенням точки  $C$  за формулами (5). Розрахунок  $I(\varphi, \alpha)$  проводився на ЕОМ по розробленій програмі згідно алгоритму:

- за заданими координатами точки  $C$  визначаються кути  $\varphi$  і  $\alpha$ ;
- знаходиться ділянка,  $[\varphi_p, \alpha_q; \varphi_{p+1}, \alpha_{q+1}]$  матриці  $I_{ij}$ , в яку потрапляє дана точка;

- проводиться лінійна інтерполяція згідно формули Лагранжа (10);
- оцінюється похибка лінійного інтерполювання згідно виразу (25);
- проводиться порівняння абсолютної похибки розрахованої величини з абсолютною похибкою виміряних  $I(\varphi_p, \alpha_q)$ . Якщо похибка розрахованої величини  $R_1(\varphi, \alpha)$ , менша або дорівнює 0,5 одиниці молодшого розряду експериментальних величин, то отримане  $I(\varphi, \alpha)$  використовується в подальших розрахунках. Якщо ж переважає вказану величину, то відбувається перехід до квадратичної інтерполяції;
- проводиться інтерполювання за допомогою інтерполяційного многочлена другого порядку (11);
- оцінюється похибка квадратичного інтерполювання  $R_2(\varphi, \alpha)$  згідно виразу (26);
- проводиться її порівняння з похибкою експериментально отриманих величин і, якщо вона не перевищує її то отримане  $I(\varphi, \alpha)$  береться для подальших розрахунків, якщо ж перевищує — то програма інформує про це оператора.

Для розрахунку опроміненості вибраної площини була розроблена ще одна програма, схема якої близька до схеми розрахунку опроміненості горизонтальної площини від ОП з круглосиметричним світловим розподілом [7]:

- задаються координати ОП в системі OXYZ та кут нахилу  $\zeta$  його оптичної осі до вертикалі;
- в системі OXYZ задається опромінююча площина і зв'язується з нею система координат приймача  $PX_1Y_1Z_1$ ;
- на координатній площині OXY вибирається площадка  $R_x \times R_y$ , в яку попадає проекція точки, або сама точка P;
- на опромінюючій площині вибирається ще одна площадка, у вигляді прямокутника, з сторонами  $R_{x1} \times R_{y1}$ , які співпадають з осями  $PX_1$  та  $PY_1$ ;
- задається напрям одиничного вектора нормалі  $\vec{N}(N_x, N_y, N_z)$  до вибраної площадки, який співпадає з віссю  $PZ_1$ ;
- площадка розбивається на елементарні квадратні ділянки з стороною  $\Delta$ ;
- кожному елементу розбиття присвоюється пара цілих чисел  $(i, j)$ , які відповідають його координатам по осях  $PX_1$  і  $PY_1$ , якщо за одиничний відрізок прийняти  $\Delta$ ;
- за формулою (28) визначається середня опроміненість  $E_{ij}$  кожної елементарної ділянки  $\Delta_{ij}$ ;
- опроміненість всієї площадки задається матрицею  $\{E\}$  розміром  $R_{x1}/\Delta \times R_{y1}/\Delta$ , елементами якої  $E_{ij}$  є середні значення опроміненості кожної елементарної ділянки  $\Delta_{ij}$ .

## 2. Результати розрахунку та їх обговорення

По вказаній методиці було проведено розрахунок опроміненості площини довільного розташування та орієнтації від опромінювача з параболо-еліптичним відбиваючим елементом ЖО-01 та джерелом випромінювання ДНаТ-400, фотометричне тіло якого наведено на рис.3.

Нехай опромінювач розташований на висоті  $h=3\text{м}$  і нахилений під кутом  $\zeta=40^\circ$  до вертикалі. Розміри опромінюючої ділянки:  $R_{x1}=5\text{м}$ ,  $R_{y1}=3\text{м}$ , елемент розбиття  $\Delta=0,1\text{м}$ .

На рис.4 наведені криві однакової опроміненості ФАР горизонтальної площини від вказаного опромінювача, розташованого на краю ділянки  $R_x \times R_y$ , та показана проекція оптичної осі ОП на опромінюючу поверхню. По осях рис.4а відкладено кількість елементів розбиття  $\Delta$ .



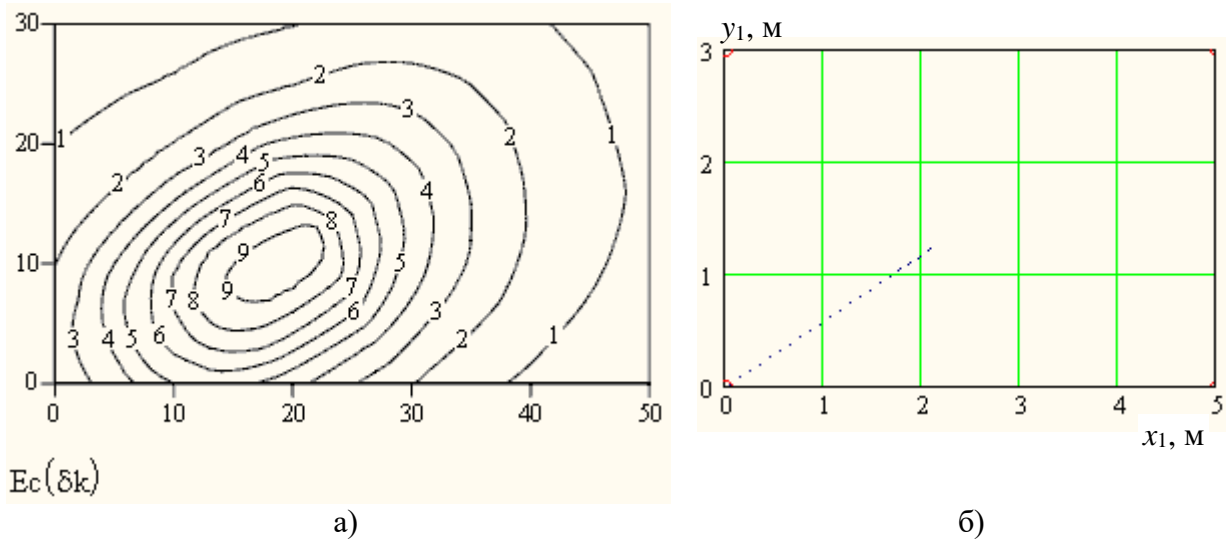


Рис.4 а) криві однакої опроміненості ФАР ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ) горизонтальної площини від опромінювача ЖО–01 з ДНаТ–400, розташованого під кутом  $\zeta=40^\circ$  до вертикалі на  $h = 3\text{ м}$  і  $\delta\kappa=30^\circ$ ; б) проекція оптичної осі опромінювача на опромінюючу площадку.

Розроблена методика дозволяє проводити розрахунок розподілу густини потоку випромінювання вздовж площини довільної орієнтації та розташування відносно опромінювача. Це є важливим при моделюванні умов опромінення рослин закритого ґрунту, де орієнтація фотоприймачів, якими є листки рослини, може бути довільною.

На рис.5а,б показані криві однакої опроміненості ФАР ( $\text{Вт}/\text{м}^2$ ) вертикальної площини та площини, розташованої під кутом  $60^\circ$  до вертикалі. Тут також (рис.5в) наведена проекція оптичної осі ОП на координатну площину  $OXY$  та лінія перетину опромінюючої площадки  $PX_1Y_1$  з цією площиною, що дозволяє максимально візуалізувати інформацію про розподіл опроміненості вибраної площадки та її розташування в системі опромінюючої установки. Це було досягнуто шляхом внесення додаткових елементів у програму розрахунку опроміненості вибраної площини.

### Висновки

1. Запропоновано аналітичний метод розрахунку опроміненості площини довільної орієнтації від опромінювача з некруглосиметричним світловим розподілом.
2. Розглянуто методику побудови та побудовано фотометричне тіло ширококутового прожектора ЖО–01 з лампою ДНаТ–400.
3. Розглянуто методику двомірного інтерполювання за допомогою многочлена Лагранжа першого та другого степеня з врахуванням абсолютної похибки інтерполяції.
4. Наведено алгоритми розрахунку на ЕОМ опроміненості площини довільного розташування і орієнтації та графіки розподілу густини потоку опромінення вздовж площин трьох вибраних орієнтацій.

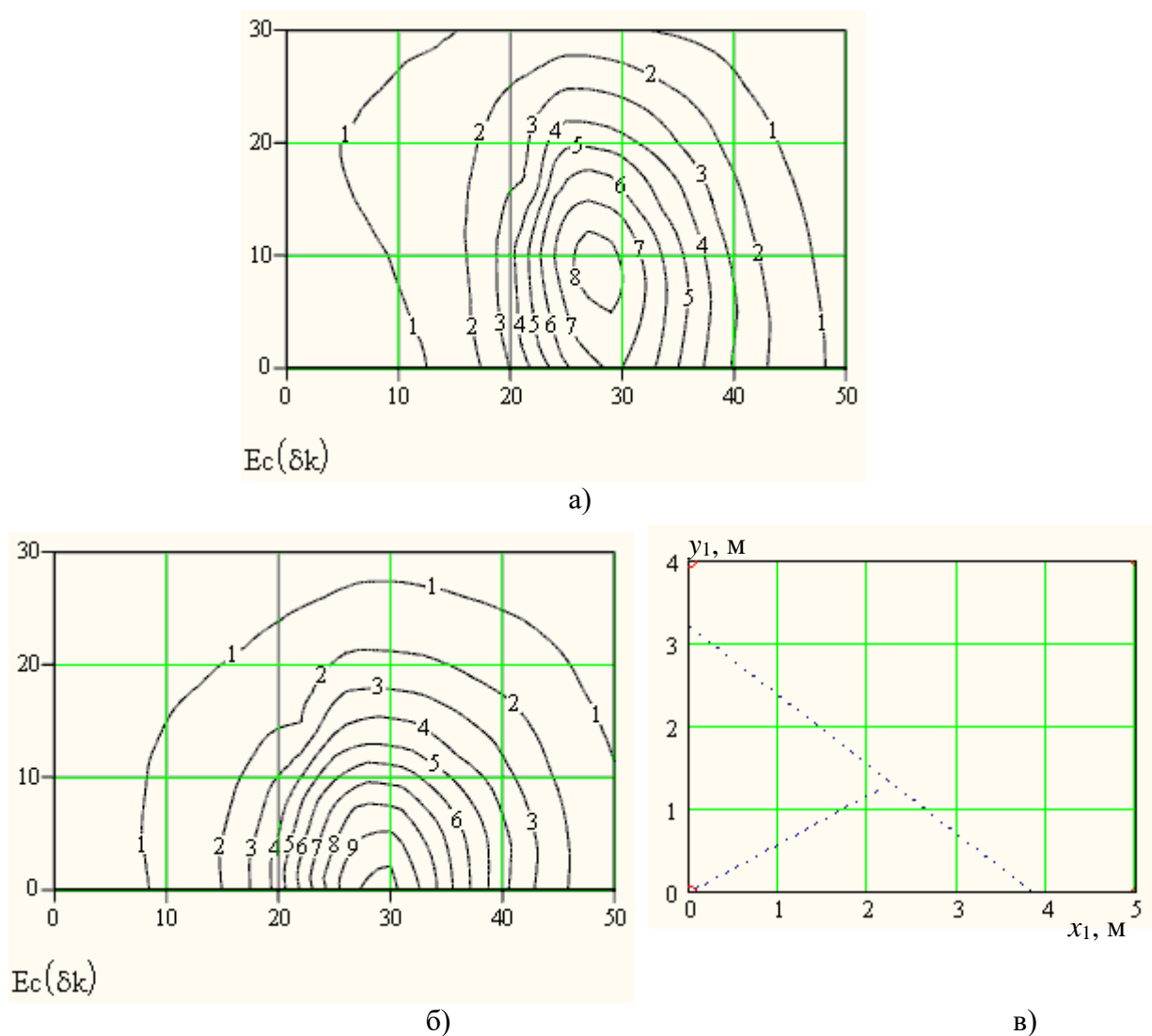


Рис.5 Криві однакої опроміненості ФАР (Вт/м<sup>2</sup>) від опромінювача ЖО-01 з ДНаТ-400, розташованого під кутом  $\zeta=40^\circ$  до вертикалі на  $h = 3\text{ м}$  і  $\delta\kappa=30^\circ$ : а) вертикальної площадки ( $\alpha_n=90^\circ$ ); б) цієї ж площадки, нахиленої під кутом  $\alpha_n=60^\circ$ ; в) проєкція оптичної осі ОП на координатну площину ОХУ та лінія перетину опромінюючої площадки  $PX_1Y_1$  з цією площиною.

The method of the computer calculation of the arbitrary location irradiation by the non-round non-symmetric light distribution dot irradiator is presented. It is of importance for the condition modeling of the arbitrary orientation leaves of the hot-house plants. Light distribution of the irradiator (dependence of the light force vector modulus on the angles in the meridial and egnatorial plane) was presented as two-dimensional scheme. Data were obtained experimentally at the goniphotometric constant step angle change installation. To find the light force vector of the arbitrary direction the method of the Lagrange polynomial interpolation was used. The estimation of the absolute interpolation error for the linear and square cases was carried out. The computer calculation algorithms are presented: a) light force in the arbitrary direction for the non-round non-symmetric irradiator and construction of its photometric body, b) distribution of the arbitrary location surface irradiation. The software was developed. The examples of calculation for the irradiator with the parabol-elliptic reflector ЖО-01 ant the lamp ДНаТ-400 are analyzed.

### Література

1. Самарский А.А., Тулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
2. Хемминг Р.В. Численные методы для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1972. – 400 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
4. Справочная книга по светотехнике / Под ред. Ю.Б.Айзенберга. – М.: Энергоатомиздат, 1995.– 528 с.
5. Сарычев Г.С. Облучательные светотехнические установки.– М.: Энергоатомиздат, 1992. – 240с.
6. Кноринг Г.М. Осветительные установки.– Л.: Энергоатомиздат, 1981.—288с.
1. Андрійчук В.А., Герій Я.М., Чубатий Ю.О. Світлотехнічний розрахунок опромінювальної установки з прецесуючим рухом опромінювачів // Вісник Тернопільського державного технічного університету ім. І.Пулюя, 2000 р., т. 5, №1, с. 85–91.

Одержано 05.01.2001 р.