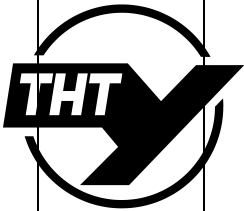


**ЛІТЕРАТУРА**



**НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА**

Міністерство освіти і науки України  
Тернопільський національний  
технічний університет імені Івана  
Пулюя

**Кафедра  
електричної інженерії**

**ТЕОРІЯ  
АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ**

**ЛАБОРАТОРНИЙ  
ПРАКТИКУМ**

Тернопіль  
2023

Міністерство освіти і науки України  
Тернопільський національний технічний  
університет імені Івана Пулюя

**Кафедра  
електричної інженерії**

**ТЕОРІЯ  
АВТОМАТИЧНОГО  
КЕРУВАННЯ**

**ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ**

Тернопіль  
2023

Теорія автоматичного керування. Лабораторний практикум /  
Укладачі Л.Т.Мовчан, А.М.Лупенко. Тернопіль: ТНТУ, 2023. – 81 с.

**Укладачі:** доц., к.т.н. Мовчан Л.Т., проф., д.т.н. Лупенко А.М.

**Рецензент:** доц., к.т.н. Медвідь В.Р.

**Комп'ютерний набір і верстка:** Береза Н.Г.

Розглянуто і затверджено на засіданні кафедри електричної інженерії  
(протокол № 10 від 25.05.2023 р.)

Схвалено і рекомендовано до друку Вченою Радою факультету  
прикладних інформаційних технологій та електроінженерії  
Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя  
(протокол № 11 від 07.06. 2023 р.).

## ВСТУП

Сучасний технічний рівень в промисловості характеризується інтенсивним впровадженням нових високоефективних технологій, що вимагає широке впровадження автоматики і засобів автоматики, які базуються на новій елементній базі.

Особливістю автоматики як наукової дисципліни є спільність математичного опису і практичне використання закономірностей в системах різної фізичної природи – механічних, пневматичних, гідравлічних, електричних, електронних. Тому знання основ автоматичного керування є необхідними інженерно-технічним працівникам більшості спеціальностей і передбачені навчальними планами вищих технічних навчальних закладів для відповідних спеціальностей.

Вивчення теорії автоматичного керування і регулювання неможливе без конкретних прикладів розрахунку і лабораторних досліджень не дає можливості студентам добре засвоїти основні теоретичні положення і набути навички в практичних розрахунках.

Робота будь-яких автоматичних систем, від простіших до самих складних базується на одних і тих самих основних принципах. Чітке розуміння їх суті і знання основ теорії автоматичного керування є необхідною умовою для правильного розуміння принципу роботи, особливостей пристроїв і експлуатації будь-яких автоматичних систем. Даний підхід лежить в основі лабораторного практикуму.

В лабораторний практикум з курсу “Теорія автоматичного керування” входять роботи на лінійних неперервних, лінійних імпульсних і нелінійних неперервних системах. Кожна з лабораторних робіт містить теоретичну частину, яка необхідна для розуміння задачі дослідження, шляхів її розв’язків і містить формули для виконання попереднього завдання і оформлення результатів роботи.

Роботи пропонують такий порядок їх виконання, щоб результати попередньої роботи можна було б використовувати для виконання наступної. Наприклад, частотні характеристики окремих ланок і їх з’єднань, які одержані в результаті виконання другої, третьої, четвертої і п’ятої робіт, можуть бути використані для визначення стійкості системи (восьма робота) і для корегування системи (сьома робота).

Лабораторні роботи виконуються на лабораторному стенді ХПІ-СЧАР в режимі 2-4 з використанням накладної панелі "ТАУ" (додаток 1). Передавальні функції досліджуваних ланок змодельовані на операційних підсилювачах і відповідають реальним об’єктам. Так, наприклад, передавальна функція аперіодичної ланки першого порядку відповідає передавальній функції обмотки збудження двигуна постійного струму, а передавальна функція коливної ланки – передавальній функції LC-фільтра з навантаженням на виході.

Зовнішній вигляд накладної панелі лабораторного стенду по курсу “Теорія автоматичного керування” приведений в Додатку 1.

Електричні схеми і параметри досліджуваних ланок розміщені в Додатку 2 і Додатку 3.

Додаткові прилади, які використовуються при виконанні лабораторних робіт:

Осцилограф С1-93, мультиметр ЩЗ13,2.

Підготовку до лабораторних робіт рекомендується виконувати в такій послідовності:

- вивчити літературу по даній темі;
- виконати попереднє розрахункове завдання, використовуючи методичні вказівки;
- вивчити робоче завдання і методичні вказівки до його виконання.

Попереднє розрахункове завдання виконується в звіті по лабораторній роботі, куда записують в вигляді таблиць результати експериментальних досліджень. Графіки і характеристики будують на міліметровому папері і вкладають в звіт. Кожний студент виконує звіт індивідуально і представляє його викладачу при захисті відповідної лабораторної роботи.

## Лабораторна робота №1

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

**Мета роботи:** експериментально дослідити перехідні характеристики лінійних систем, виміряти амплітудні і часові параметри вхідної і вихідної дії, порівняти експериментально одержані часові характеристики з теоретично одержаними часовими характеристиками.

#### 1. Основні теоретичні відомості.

Часовою характеристикою ланки називається графік зміни вихідної величини  $y(t)$  по визначеному закону і при умові, що до прикладення зовнішньої дії ланка була в стані спокою. Часові характеристики залежать від властивостей системи і від характеру зовнішньої дії, для якої вони визначаються. Можна розглядати ці характеристики по вхідній дії  $x$  і по збуренню  $f$ . При визначенні часових характеристик по якій-небудь зовнішній дії інші дії дорівнюють нулю.

В даній лабораторній роботі розглядають часові характеристики тільки по вхідній величині  $x$ , яка змінюється по закону одиничної сходянкової дії, або по закону дельта-функції.

Часові характеристики ланки при цих законах зміни зовнішніх дій називаються відповідно перехідними характеристиками і імпульсними перехідними характеристиками системи або ланки.

Перехідною характеристикою називається графік зміни в часі вихідної величини ланки або системи, коли на вхід подається одинична сходянкова дія. Одинична сходянкова дія – це дія, яка миттєво змінюється від нуля до одиниці і далі залишається незмінною.

На рис.1 показані перехідні характеристики різних систем

Аналітичним виразом для перехідної характеристики є перехідна функція, яка позначається  $h(t)$ . Аналітичним виразом одиничної сходянкової дії є одинична сходянкова функція, яка позначається  $1(t)$  і може бути описана таким виразом:

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ 1 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

Таким чином,  $h(t)$  – це вираз для  $y(t)$  при  $x(t)=1(t)$ .

Поряд з перехідною характеристикою використовується імпульсна перехідна характеристика, яка є реакцією системи або ланки на одиничний імпульс. Одиничний імпульс – це математична ідеалізація гранично короткого імпульсного сигналу. Одиничний імпульс – це імпульс, площа якого дорівнює одиниці при тривалості, що дорівнює нулю і висоті, рівній нескінченності.

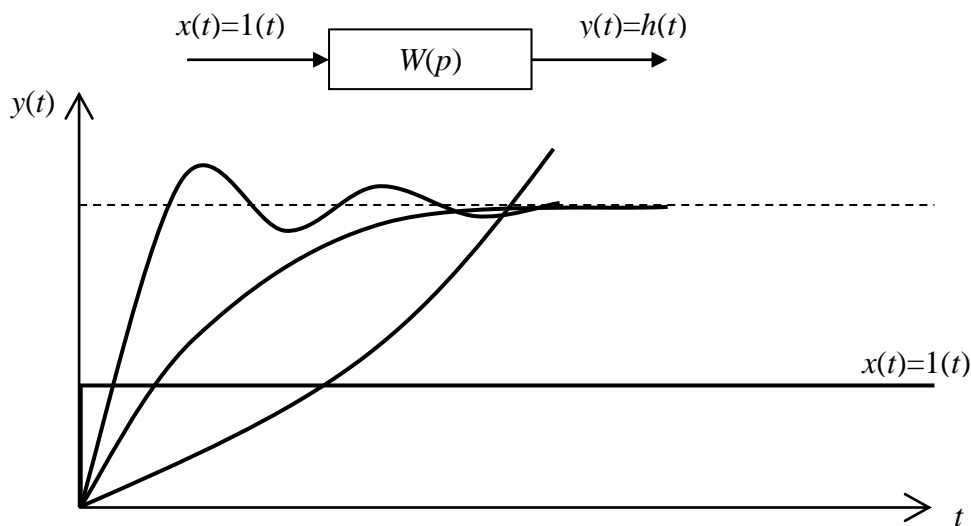


Рис. 1

На рис.2 цей імпульс умовно показаний в вигляді потовщення на осі ординат. На цьому ж малюнку зображені різні типові форми імпульсних перехідних характеристик.

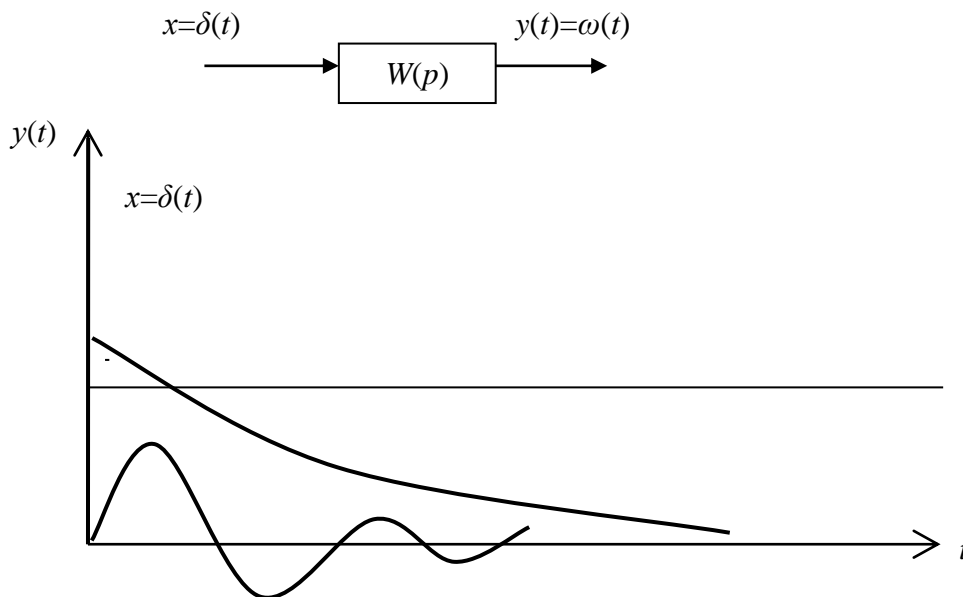


Рис.2

Аналітичним виразом для імпульсної перехідної характеристики є імпульсна перехідна функція або вагова функція (функція ваги), яка позначається  $\omega(t)$ . Вираз для одиничного імпульсу називається одиничною імпульсною функцією або дельта-функцією і позначається  $\delta(t)$ . Таким чином,  $\omega(t)$  – це  $y(t)$  при  $x(t)=\delta(t)$ .

Математично дельта-функцію можна записати так:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{при } t = 0 \\ 0 & \text{при } t \geq 0 \end{cases}$$

При цьому згідно визначення

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Дельта-функція просто зв'язана з одиничною сходяючою дією:

$$\delta(t) = 1'(t)$$

Аналітичний зв'язок між перехідною і ваговою функціями лінійних ланок можна записати у вигляді

$$\omega(t) = h'(t),$$

$$h(t) = \int_0^t \omega(t) d(t).$$

Перехідну функцію можна визначити експериментально або обчислити теоретично, використовуючи передавальну функцію  $W(s)$ .

Якщо система в загальному описана лінійним диференціальним рівнянням

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x \quad (1)$$

або

$$Q(p)y = R(p)x,$$

де  $p \equiv \frac{d}{dt}$  – символ диференціювання по часу, то передавальною функцією

в операторній формі називається відношення оператора дії  $R(p)$  до власного оператора  $Q(p)$  і позначається

$$W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}.$$

В зображеннях Лапласа рівняння (1) має вигляд

$$Q(s)Y(s) = R(s)X(s).$$

Передавальною функцією в формі зображення Лапласа називається відношення зображення вихідної величини до зображення вихідної величини при нульових початкових умовах.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{R(s)}{Q(s)}$$

Якщо досліджувана система (ланка) описується передавальною функцією  $W(s)$ , то враховуючи, що зображення одиничної сходяючої функції  $L\{1(t)\} = \frac{1}{s}$ , зображення перехідної функції має вигляд

$$H(s) = \frac{W(s)}{s}.$$

Звідки

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(s)}{s} \right\}$$



Тобто, перехідна функція є зворотнім зображенням передавальної функції поділеної на  $s$ .

Оригінал перехідної функції можна визначити, як суму лишок в особливих точках.

Для випадку, коли всі корені характеристичного рівняння  $Q(s)=0$  різні

$$h(t) = \sum_{i=1}^n \frac{R(s_i)}{Q'(s_i)} e^{s_i t},$$

коли знаменник функції  $H(s)$  має один нульовий корінь

$$h(t) = \frac{R(0)}{Q(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{R(s_i)}{s_i Q'(s_i)} e^{s_i t}$$

в загальному випадку

$$h(t) = \sum_{i=1}^l \frac{1}{(n_i - 1)!} \lim_{s \rightarrow s_i} \frac{d^{n_i-1}}{ds^{n_i-1}} \left[ H(s)(s - s_i)^{n_i} e^{st} \right],$$

де:  $R(s)$  поліном чисельника  $H(s)$ ;  $Q'(s)$  – похідна від полінома знаменника  $H(s)$ ;  $s_i$  – полюси функції  $H(s)$ , тобто корені характеристичного рівняння  $Q(s)=0$ ;  $l$  – кількість різних коренів;  $n_i$  – кількість однакових коренів.

Результати обчислень перехідної функції представляють у вигляді графіка, побудованого в координатах  $(h, t)$ . Конкретні графіки функції  $h(t)$  (монотонні, коливні, аперіодичні) залежать від властивостей системи (ланки) і можуть бути самими різними.

Початкові (при  $t \rightarrow 0_+$ ) і кінцеві (при  $t \rightarrow \infty$ ) значення перехідної функції можна визначити без обчислення самої функції  $h(t)$ .

За теоремою про початкове значення

$$h(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sH(s) = W(s)$$

За теоремою про кінцеве значення

$$h(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sH(s)$$

Для лінійних систем (ланок) при неединичному стрибку вхідної величини  $x(t)=A \cdot 1(t)$  вихідна величина буде змінюватися на закон  $y(t)=A \cdot h(t)$ , де  $A=\text{const}$ .

Функцію ваги можна визначити теоретично або експериментально. Для експериментального визначення  $\omega(t)$  оцилографується процес зміни вихідної величини при вхідній дії в вигляді реального імпульса довільної форми, площа якого дорівнює одиниці.

Методична похибка буде тим менша, чим менша тривалість вхідного імпульса в порівнянні з часом перехідного процесу в досліджуваній ланці.

Для ланки з передавальною функцією  $W(p)$  з врахуванням того, що  $L\{\delta(t)\} = 1$ , зображення функції ваги має вигляд  $L\{\omega(t)\} = W(s)$ .

Звідки видно, що функція ваги є зворотнім перетворенням Лапласа від передавальної функції ланки  $\omega(t) = L^{-1}\{W(s)\}$ .

Функцію ваги обчислюють так само, як і оригінал перехідної функції.

Початкове і кінцеве значення функції ваги можуть бути визначені по формулах:

$$\omega(0_+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sW(s),$$

$$\omega(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} W(s)$$

Якщо на вхід лінійної ланки подається неединична дельта-функція  $x(t) = A \cdot \delta(t)$ , де  $A = \text{const}$ , реакція ланки на цей сигнал дорівнює  $y(t) = A \cdot \omega(t)$ .

Графік функції ваги будується в координатах  $(\omega, t)$ . Характер графіка  $\omega(t)$  залежить від властивостей ланки.

Зв'язок між перехідною функцією і функцією ваги можна визначити на основі теореми про зображення похідної

$$L\{h'(t)\} = sH(s) - h(0_+) = W(s) - h(0_+)$$

звідки

$$W(s) = L\{h'(t)\} + h(0_+).$$

Перехід від зображення до оригіналів дає таку залежність:

$$\omega(s) = \frac{dh(t)}{dt} + h(0_+) \cdot S(t)$$

## 2. Попередні завдання для обчислень.

1. Записати передавальну функцію системи, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 \frac{dx}{dt} + b_1 x$$

$$\text{де } a_0 = T_5^2, \quad a_1 = 2\xi T_2, \quad a_2 = 1, \quad b_0 = k\xi T_5, \quad T_2 = R_2 C_2.$$

Числові значення параметрів задані в таблиці 1.

2. Записати вираз для перехідної функції системи згідно заданого варіанту (Таблиця 1)

3. Записати вираз для імпульсної перехідної функції вказаної системи.

## 3. Завдання по роботі

1. Зняти осцилограму перехідної функції досліджуваної системи.

2. Зняти осцилограму імпульсної перехідної функції досліджуваної системи.

3. Виміряти амплітудні і часові параметри вхідного і вихідного сигналів.

4. Порівняти результати експериментальних досліджень з теоретично одержаними часовими характеристиками.

#### 4. Виконання робочого завдання

1. Дослідження часових характеристик ланок здійснюється послідовним включенням до вхідних гнізд ланок дій  $1(t)$  і  $\delta(t)$ , які контролюються першим входом осцилографа. Осцилографування і вимірювання вихідних сигналів вказаної системи здійснюється підключенням другого входу осцилографа до вихідних гнізд ланок.

2. Масштаб по осі часу осцилографа 1мс\діл.

3. Масштаб по напрузі осцилографа 5 В\діл.

4. Синхронізуючий вхід осцилографа підключати до гнізда "Синхр" на передній панелі стенда.

5. Для зручності осцилографування перехідних процесів перемикачем полярності другого входу осцилографа встановити однакові знаки сигналів, що спостерігаються на обох каналах.

#### 5. Опрацювання результатів досліджень.

1. Побудувати часові характеристики досліджуваної системи по результатах попереднього завдання і одержані в результаті експерименту.

2. Порівняти між собою результати теоретичних і експериментальних досліджень.

3. Пояснити одержані залежності.

Таблиця 1

	$T_5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/c}$	$\xi$	$k$	$b_1$
1	9,4	0,263	2,8	0
2	9,3	0,271	2,9	0,001
3	9,2	0,280	2,95	0,002
4	9,1	0,290	3,0	0,003
5	9,0	0,295	3,1	0,004
6	8,9	0,3	3,2	0,005
7	8,8	0,31	3,3	0,006
8	8,7	0,32	3,4	0,007
9	8,6	0,33	3,5	0,008
10	9,5	0,26	2,83	0
11	9,6	0,25	2,89	0,001
12	9,7	0,24	2,93	0,002
13	9,8	0,23	3,00	0,003
14	9,9	0,22	3,1	0,002
15	10	0,23	2,8	0,003
16	10,1	0,25	2,7	0,002

17	10,2	0,26	2,9	0,001
18	9,3	0,27	3,0	0,002
19	9,2	0,3	3,2	0,001
20	9,1	0,33	3,3	0,002
21	9,0	0,34	3,0	0
22	9,6	0,28	3,1	0,001
23	9,7	0,31	3,4	0,002
24	9,8	0,30	2,9	0,003
25	10	0,25	3,0	0,006

## 6. Контрольні питання і завдання

1. Дайте визначення перехідної характеристики і перехідної функції.
2. Дайте визначення імпульсної перехідної характеристики і функції (функції ваги).
3. Назвіть типові форми перехідної характеристики.
4. Дайте визначення передавальної функції в операторній формі і формі перетворення Лапласа.
5. Дайте визначення одиничної дії і одиничного імпульсу і їх аналітичних виразів.
6. Запишіть в загальному вигляді формулу теорем розкладу в випадку коли всі корені різні і коли один з коренів дорівнює нулю.

## 7. Література

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №2

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

**Мета роботи:** дослідити частотні характеристики лінійних систем і порівняти результати експериментальних досліджень з результатами теоретичних досліджень.

#### 1. Основні теоретичні відомості

Частотні характеристики описують усталені вимушені коливання на виході ланки чи системи, які викликані гармонічною дією на вході.

Нехай на вхід системи подається гармонічна дія

$$x = X_m \sin \omega t,$$

де  $X_m$  – амплітуда, а  $\omega$  – кутова частота цієї дії.

Після закінчення перехідного процесу на виході ланки є гармонічні коливання з частотою вхідних коливань, але відрізняються в загальному випадку амплітудою і фазою, тобто в усталеному режимі вихідна величина ланки

$$y = Y_m \sin(\omega t + \varphi),$$

де  $Y_m$  – амплітуда вихідних усталених коливань, а  $\varphi$  – фазовий зсув між вхідними і вихідними коливаннями.

При фіксованій амплітуді вхідних коливань амплітуда і фаза усталених коливань на виході ланки залежать від частоти коливань. Якщо постійно збільшувати від нуля частоту коливань і визначати усталені значення амплітуди і фази вихідних коливань для різних частот, то можна одержати залежність від частоти відношення амплітуд  $A = Y_m/X_m$  і зсуву фаз  $\varphi$  вихідних і вхідних усталених коливань. Ці залежності називаються відповідно  $A(\omega)$  – амплітудною частотною характеристикою (АЧХ, рис.1,а) і  $\varphi(\omega)$  – фазовою частотною характеристикою (ФЧХ, рис.1,б)

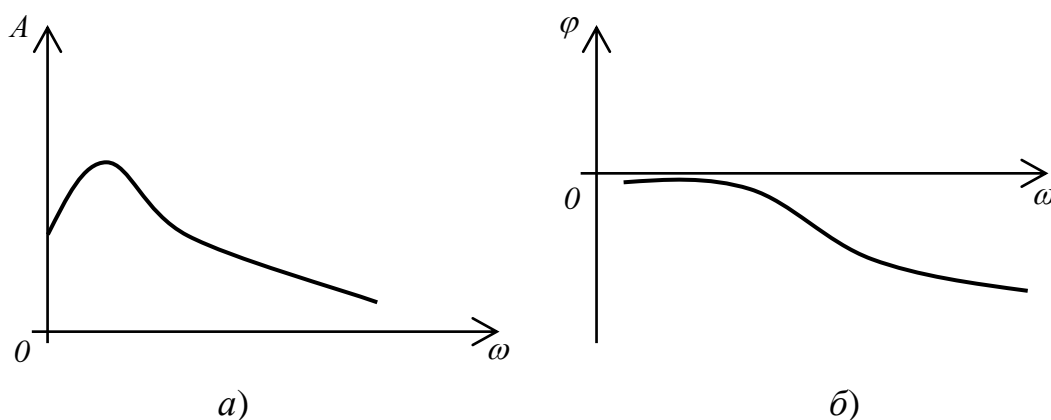


Рис. 1.

Аналітичні вирази  $A(\omega)$  і  $\varphi(\omega)$  називаються відповідно амплітудною і фазовою частотними функціями.

Амплітудну і фазову частотні характеристики можна об'єднати в одну характеристику амплітудно-фазову частотну характеристику (АФЧХ), використовуючи  $A(\omega)$  і  $\varphi(\omega)$  в якості полярних координат (рис.2).

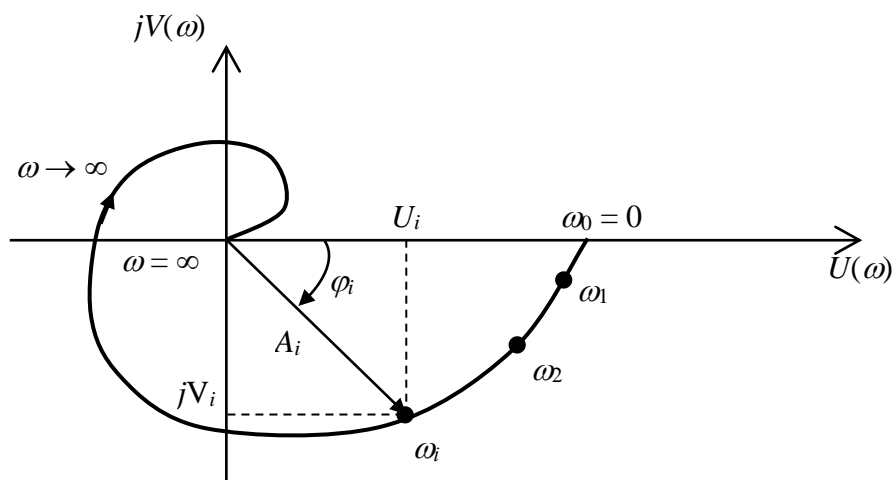


Рис. 2.

Кожна точка амплітудно-фазової частотної характеристики відповідає певному значенню частоти  $\omega$ . По АФЧХ можна побудувати амплітудну і фазові частотні характеристики.

Амплітудно-фазову частотну характеристику можна побудувати і в прямокутній системі координат – в комплексній площині. При цьому координатами будуть показані на рис.2, проєкції  $U$  і  $V$  вектора  $A$  на відповідні осі. Залежності  $U(\omega)$  і  $V(\omega)$  називаються відповідно дійсною і уявною частотними характеристиками.

Аналітичні вирази для розглянутих частотних характеристик можна одержати з передавальних функцій. Якщо в вираз передавальної функції  $W(p)$  підставити  $p=j\omega$ , то одержують комплексну функцію  $W(j\omega)$ , яка є функцією  $\omega$  і називається амплітудно-фазовою частотною функцією.

Ця функція є аналітичним виразом для амплітудно-фазової частотної характеристики. Відповідно її модуль є аналітичним виразом для амплітудної частотної характеристики, тобто амплітудною частотною функцією  $A(\omega)$ , а аргумент – виразом для фазової частотної характеристики, тобто фазовою частотною функцією  $\varphi(\omega)$ . Зв'язок між частотною передавальною функцією і частотними функціями можна записати у вигляді

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

або в алгебраїчній формі

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

де дійсна і уявна частини  $V(\omega)$  і  $U(\omega)$  є координатами амплітудно-фазової характеристики в комплексній площині.

Зв'язок між частотними функціями записується такими співвідношеннями

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)},$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)},$$

$$U(\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega),$$

$$V(\omega) = A(\omega) \sin \varphi(\omega).$$

Частотні функції  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ ,  $U(\omega)$  і  $V(\omega)$  просто визначаються з перевальної функції  $W(p)$ , після підстановки  $p=j\omega$ :

$$W(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{U_R(\omega) + jV_R(\omega)}{U_Q(\omega) + jV_Q(\omega)} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega),$$

де

$$A(\omega) = \frac{\sqrt{U_R^2(\omega) + V_R^2(\omega)}}{\sqrt{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)}}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{V_R(\omega)}{U_R(\omega)} - \operatorname{arctg} \frac{V_Q(\omega)}{U_Q(\omega)}$$

і

$$U(\omega) = \frac{U_R(\omega)U_Q(\omega) + V_R(\omega)V_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)},$$

$$V(\omega) = \frac{V_R(\omega)U_Q(\omega) - U_R(\omega)V_Q(\omega)}{U_Q^2(\omega) + V_Q^2(\omega)}.$$

При дослідженні систем автоматичного керування амплітудну і фазову частотні характеристики зручно будувати в логарифмічних координатах.

Функцію

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|$$

називають логарифмічною амплітудною частотною функцією. Графік залежності логарифмічної амплітудної частотної функції  $L(\omega)$  від частоти  $\omega$  або логарифму частоти  $\lg(\omega)$  називають логарифмічною амплітудною частотною характеристикою (ЛАЧХ). При побудові ЛАЧХ по осі абсцис відкладають частоту в логарифмічному масштабі, а по осі ординат -  $L(\omega)$ .

Логарифмічною фазовою частотною характеристикою (ЛФЧХ) називають графік залежності фазової частотної функції  $\varphi(\omega)$  від логарифму частоти  $\lg \omega$ .

Одиницею  $L(\omega)$  є децибел, а одиницею логарифму частоти в ЛЧХ – декада. Декадою називають інтервал, на якому частота змінюється в 10 раз.

Вісь ординат при побудові ЛЧХ проводять через довільну точку, а не через точку  $\omega=0$ . Частоти  $\omega=0$  відповідає нескінченно віддалена точка:  $\lg \omega \rightarrow \infty$  при  $\omega \rightarrow 0$ .

## 2. Попереднє завдання

1. Записати передавальні функції системи, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 \frac{dx}{dt} + b_1 x$$

де  $a_0 = T_5^2$ ,  $a_1 = 2\xi T_2$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_0 = k\xi T_5$ ,  $T_2 = R_2 C_2$ .

2. Записати формули для розрахунку частотної характеристики досліджуваної системи  $\{A(\omega), \varphi(\omega), U(\omega), V(\omega)\}$ .

3. Побудувати годографи а.ф.х. досліджуваної системи згідно вказаного варіанту (Таблиця 1)

4. Побудувати асимптотичні л.а.х. досліджуваної системи.

5. Визначити спряжену частоту  $\omega_c$  і частоту зрізу  $\omega_{зр}$  по л.а.х. досліджуваної системи.

## 3. Робоче завдання

1. Зняти залежності  $A=f(\omega)$  і  $\varphi=f(\omega)$  досліджуваної системи.

2. Побудувати годографи а.ф.х. досліджуваної системи.

3. Побудувати л.а.х. досліджуваної системи.

4. Визначити спряжену частоту  $\omega_c$  і частоту  $\omega_{зр}$  досліджуваної системи.

5. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень.

## 4. Виконання робочого завдання

1. Вхідним сигналом для дослідження частотних характеристик є сигнал генератора синусоїдних коливань. Регулюється частота коливань ручкою “ $f$ ” при натиснутій одній із клавіш перемикача “кГц”. Амплітуда коливань генератора встановлюється ручкою “Ег”.

2. При дослідженні частотних характеристик встановити амплітуду коливань  $U_1=10$  В. Амплітуда вхідного і вихідного сигналів досліджуваних ланок вимірюється вольтметром, а контролюється з допомогою осцилографа, входи якого підключаються до виходу генератора синусоїдних коливань і виходу досліджуваної ланки.

3. Вимірювання частоти генератора синусоїдних коливань вимірюється частотоміром, осцилографом або з допомогою вбудованого в лабораторний стенд функціонального вимірювача “ИФ”, до виходу “ $f$ ” якого підключається вольтметр постійної напруги. Зміни частоти в діапазоні  $f=20 \div 2000$  Гц відповідають покази вольтметра в діапазоні



$U=20\div 2000$  мВ. Наприклад, показ вольтметра  $U=150$ мВ. Йому відповідає частота коливань  $f=150$  Гц.

4. Для вимірювання фазового зсуву між вхідним і вихідним сигналами досліджуваної системи використовують фазометр, осцилограф або функціональний вимірювач лабораторного стенду. В останньому випадку вихід досліджуваної ланки під'єднують до гнізда "Вих" функціонального вимірювача. Фазовий зсув визначають по показах вольтметра постійної напруги, що підключається до виходу " $\varphi$ " функціонального вимірника. Зміні фазового зсуву в діапазоні  $\varphi=0-360^\circ$  відповідають покази вольтметра в діапазоні  $\varphi=0\div 3600$  мВ. Наприклад, фазовим зсувам  $\varphi_1=45^\circ$ ,  $\varphi_2=90^\circ$ ,  $\varphi_3=180^\circ$  відповідають покази вольтметра  $U_1 = 450$  мВ,  $U_2 = 900$  мВ,  $U_3 = 1800$  мВ. Фазовий зсув ланок  $H_1(p)$ ,  $H_4(p)$ ,  $H_5(p)$ ,  $Y(p)$  визначають як  $\varphi=180^\circ-\varphi_1$ , де  $\varphi_1$ - значення вимірюваного фазового кута.

5. Дослідження частотних характеристик виконують в діапазоні зміни частоти генератора: для ланок першого порядку  $f=50\div 1000$  Гц; для ланок другого і третього порядків  $f=50\div 500$  Гц.

6. Результати вимірювань частоти вхідного сигналу  $f$  досліджуваної ланки, амплітуди його вихідного сигналу  $U_2$  і величину фазового зсуву заносять в таблицю.

$f$ , Гц										
$U_2$ , В										
$\varphi$ ,град										
$\omega$ ,рад/с										
A										
L, дб										

## 5. Опрацювання результатів

1. Обчислити величини коефіцієнта передачі досліджуваної системи як  $A=U_2/U_1$  і  $L(\omega)=20 \lg A$  для відповідних значень частоти.

2. Доповнити таблицю результатами обчислення коефіцієнта передачі.

3. Побудувати по результатах експериментів л.а.х. і ф.а.х. досліджуваних ланок сумістивши їх з попередньо побудованими по результатах попереднього завдання відповідними характеристиками.

4. Визначити величину помилки. Пояснити одержані теоретичні і експериментальні залежності.

Таблиця 1

	$T_5 \cdot 10^{-4} \text{ } 1/c$	$\xi$	$k$	$b_1$
1	9,4	0,263	2,8	0
2	9,3	0,271	2,9	0,001
3	9,2	0,280	2,95	0,002
4	9,1	0,290	3,0	0,003
5	9,0	0,295	3,1	0,004
6	8,9	0,3	3,2	0,005
7	8,8	0,31	3,3	0,006
8	8,7	0,32	3,4	0,007
9	8,6	0,33	3,5	0,008
10	9,5	0,26	2,83	0
11	9,6	0,25	2,89	0,001
12	9,7	0,24	2,93	0,002
13	9,8	0,23	3,00	0,003
14	9,9	0,22	3,1	0,002
15	10	0,23	2,8	0,003
16	10,1	0,25	2,7	0,002
17	10,2	0,26	2,9	0,001
18	9,3	0,27	3,0	0,002
19	9,2	0,3	3,2	0,001
20	9,1	0,33	3,3	0,002
21	9,0	0,34	3,0	0
22	9,6	0,28	3,1	0,001
23	9,7	0,31	3,4	0,002
24	9,8	0,30	2,9	0,003
25	10	0,25	3,0	0,006

## 6. Контрольні питання і завдання

1. Перелічіть основні частотні характеристики.
2. Дайте визначення амплітудної і фазової частотної характеристик.
3. Викладуть методикку побудови амплітудно-фазової частотної характеристики.
4. Запишіть вираз амплітудно-фазової частотної функції.

## 7. Література

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПІ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №3

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АПЕРІОДИЧНОЇ ЛАНКИ ПЕРШОГО ПОРЯДКУ

**Мета роботи:** експериментально дослідити часові і частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

#### 1. Основні теоретичні відомості

Аперіодичні ланки першого порядку описуються диференціальними рівняннями

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx.$$

Передавальна функція ланки в операційній формі має вигляд

$$W(p) = \frac{k}{1 + Tp},$$

в формі перетворення Лапласа

$$W(s) = \frac{k}{1 + Ts}.$$

Приклади аперіодичних ланок першого порядку:

- 1) двигуни будь-якого типу (електричні, гідравлічні, пневматичні та ін.) механічні характеристики яких представлені паралельними прямими. Вхідною величиною  $x$  є керуюча дія в двигуні, витрата рідини в гідравлічному двигуні і т.п. Вихідною величиною  $y$  є швидкість обертів двигуна;
- 2) електричний генератор постійного струму, вхідною величиною якого є напруга обмотки збудження  $U_{зб}$ , а вихідною напруга якоря;
- 3) резервуар з газом, у якого вхідною величиною є тиск  $P_1$  перед впускним отвором, а вихідною – тиск  $P_2$  в резервуарі;
- 4) нагрівна піч, у якій вхідною величиною є кількість тепла, що поступає в одиницю часу в піч, а вихідною – температура в печі;
- 5) електричні RC- і LR- кола.

**Часові функції і часові характеристики аперіодичної ланки першого порядку.**

Перехідна функція ланки має вигляд

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}) \quad (1)$$

Перехідна характеристика зображена на рис.1

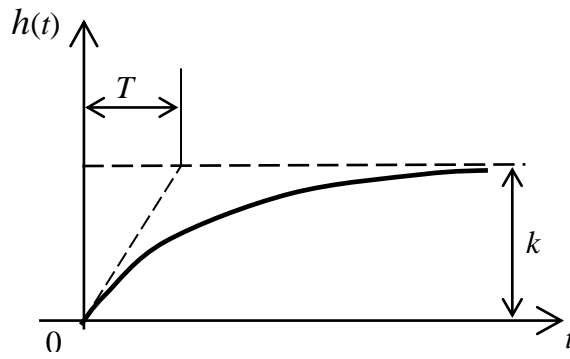


Рис. 1.

Чим більше значення постійної часу  $T$ , тим довше триває перехідний процес. Практично тривалість перехідного процесу  $t_{II}=3T$ . Постійна часу характеризує інерційність аперіодичної ланки і є мірою інерційності цієї ланки.

Імпульсна перехідна функція  $\omega(t)$  (функція ваги) представляється у вигляді

$$\omega(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \quad (2)$$

Імпульсна перехідна характеристика ланки показана на рис.2

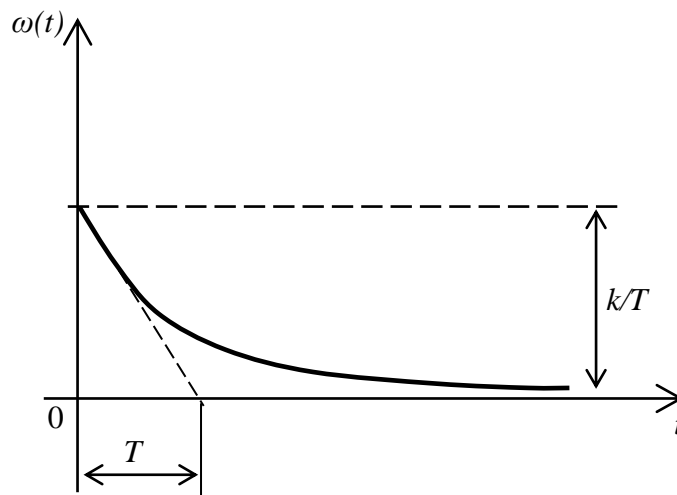


Рис. 2.

### Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) представлена в алгебраїчній формі має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{1+j\omega T} = \frac{k}{1+\omega^2 T^2} - j \frac{k\omega T}{1+\omega^2 T^2}, \quad (3)$$

де  $\frac{k}{1+\omega^2 T^2} = U(\omega)$  – дійсна частотна функція,  $-\frac{k\omega T}{1+\omega^2 T^2}$  – уявна частотна функція.

Відповідно цій функції амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) зображена на рис.3

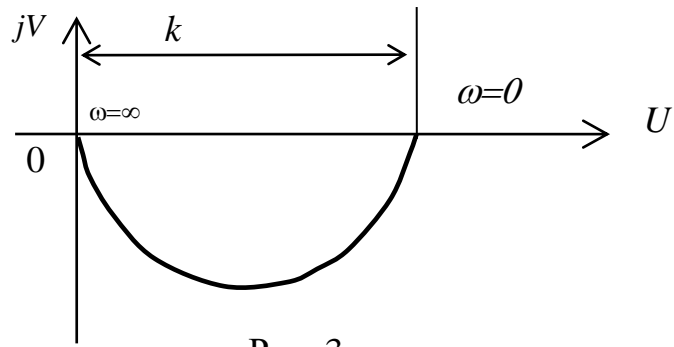


Рис. 3.

Амплітудно-фазова частотна функція записана в показниковій формі має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}} \cdot e^{-j\arctg\omega T} \quad (4)$$

З (4) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}},$$

а фазова частотна функція

$$\varphi(\omega) = -\arctg\omega T.$$

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика представлені на рис.4.

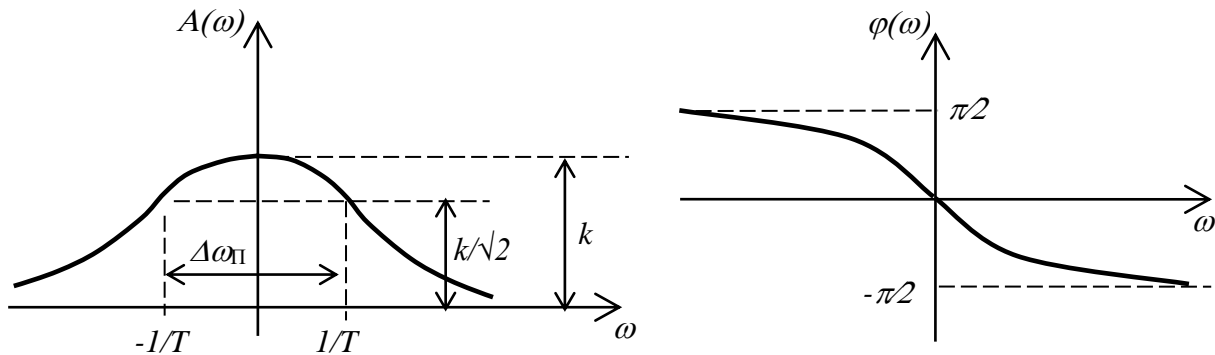


Рис. 4.

З амплітудної частотної характеристики видно, що при малих частотах ( $\omega < \frac{1}{T}$ ) відношення амплітуд близьке до коефіцієнта передачі  $k$ .

Коливання для частот  $\omega > \frac{1}{T}$  ослаблюються. Чим менше  $T$  тим менша інерційність ланки і тим ширша полоса пропускання  $\Delta\omega_{\Pi}$  ланки:

$$\Delta\omega_{\Pi} = \frac{1}{T} - \left(-\frac{1}{T}\right) = \frac{2}{T}.$$

Логарифмічна частотна функція для даної ланки має вигляд

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}.$$

На рис.4 показана асимптотична логарифмічна частотна характеристика (ЛАХ) (суцільна лінія) і точна ЛАХ (пунктирна лінія), де

$\omega_{cn} = \frac{1}{T}$  – спряжена частота, а  $\omega_{зр}$  – частота зрізу, при якій  $A(\omega)=1$ .

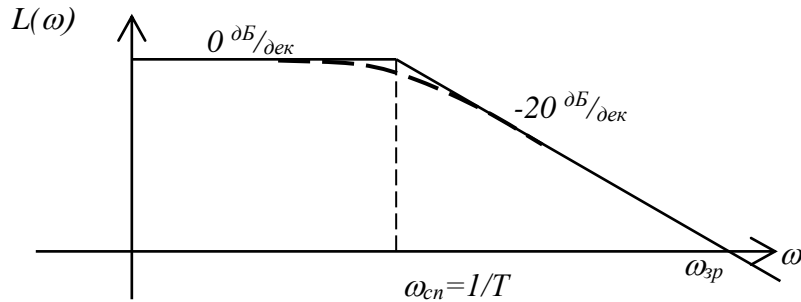


Рис. 5.

## 2. Попередні завдання для обчислення

1. Скласти в загальному вигляді диференціальне рівняння електричного кола (рис.6) відносно напруг  $u_1(x)$  і  $u_2(y)$ .

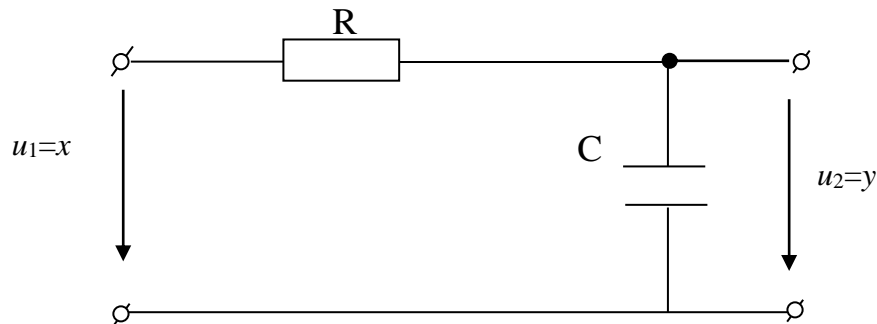


Рис. 6.

2. Записати передавальну функцію ланки, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{dy}{dt} + a_1 y = b_0 x,$$

де  $a_0 = R_1 C_1 = T_1$ ,  $a_1 = 1$ ,  $b_0 = 1$ . Числові значення параметрів задані в додатку 2.

3. Записати вираз для перехідної функції ланки  $h(t)$ .

4. Записати вираз для імпульсної перехідної функції  $\omega(t)$  ланки.

5. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції  $W(j\omega)$ , амплітудної частотної функції  $A(\omega)$ , фазової частотної функції  $\phi(\omega)$ , дійсної  $U(\omega)$  і уявної  $V(\omega)$  частотних функцій.

6. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки згідно варіанту.
7. Побудувати асимптотичні ЛАХ коливної ланки.
8. Визначити спряжену частоту  $\omega_{cn}$  і частоту зрізу  $\omega_{зр}$  по ЛАХ ланки.

### 3. Робоче завдання

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Зняти осцилограму перехідної функції ланки.
  2. Зняти осцилограми імпульсної перехідної функції ланки.
  3. Виміряти амплітудні і часові параметри вхідного і вихідного сигналу.
  4. Порівняти результати експериментальних і теоретичних досліджень.
  
- II. Дослідження частотних характеристик
  1. Зняти залежності  $A=f(\omega)$  і  $\varphi=f(\omega)$  досліджуваної ланки.
  2. Побудувати годографи АФЧХ досліджуваної ланки.
  3. Побудувати ЛАХ досліджуваної ланки.
  4. Визначити спряжену частоту  $\omega_c$  і частоту  $\omega_{зр}$  досліджуваної ланки.
  5. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень.

### 4. Виконання робочого завдання

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Дослідження часових характеристик ланок здійснюється послідовним включенням до вхідного гнізда аперіодичної ланки  $W_1(p)$  ( $H_1(p)$ ) дій  $1(t)$  і  $\delta(t)$ , які контролюються першим входом осцилографа. Осцилографування і вимірювання вихідних сигналів вказаної ланки здійснюється підключенням другого входу осцилографа до вихідного гнізда ланки.
    2. Масштаб по осі часу осцилографа 1мс\діл.
    3. Масштаб по напрузі осцилографа 5 В\діл.
    4. Синхронізуючий вхід осцилографа підключати до гнізда "Синхр" на передній панелі стенда.
    5. Для зручності осцилографування перехідних процесів перемикачем полярності другого входу осцилографа знаки сигналів, що спостерігаються на обох каналах.
  
- II. Дослідження частотних характеристик
  1. Вхідним сигналом для дослідження частотних характеристик є сигнал генератора синусоїдних коливань. Регулюється частота коливань

ручкою “ $f$ ” при натиснутій одній із клавiш перемикача “кГц”. Амплітуда коливань генератора встановлюється ручкою “Er”.

2. При дослідженні частотних характеристик встановити амплітуду коливань  $U_1=10$  В. Амплітуда вхідного і вихідного сигналів досліджуваних ланок вимірюється вольтметром, а контролюється з допомогою осцилографа, входи якого підключаються до виходу генератора синусоїдних коливань і виходу досліджуваної ланки.

3. Вимірювання частоти генератора синусоїдних коливань вимірюється частотоміром, осцилографом або з допомогою вбудованого в лабораторний стенд функціонального вимірювача “ИФ”, до виходу “ $f$ ” якого підключається вольтметр постійної напруги. Зміні частоти в діапазоні  $f=20\div 2000$  Гц відповідають покази вольтметра в діапазоні  $U=20\div 2000$  мВ. Наприклад, показ вольтметра  $U=150$ мВ. Йому відповідає частота коливань  $f=150$  Гц.

4. Для вимірювання фазового зсуву між вхідним і вихідним сигналами досліджуваної ланки використовують фазометр, осцилограф або функціональний вимірювач лабораторного стенду. В останньому випадку вихід досліджуваної ланки під’єднують до гнізда “Вих” функціонального вимірювача. Фазовий зсув визначають по показах вольтметра постійної напруги, що підключається до виходу “ $\varphi$ ” функціонального вимірювача. Зміні фазового зсуву в діапазоні  $\varphi=0-360^\circ$  відповідають покази вольтметра в діапазоні  $\varphi=0\div 3600$  мВ. Наприклад, фазовим зсувам  $\varphi_1=45^\circ$ ,  $\varphi_2=90^\circ$ ,  $\varphi_3=180^\circ$  відповідають покази вольтметра  $U_1 = 450$  мВ,  $U_2 = 900$  мВ,  $U_3 = 1800$  мВ. Фазовий зсув ланки  $H_1(p)$  визначають як  $\varphi=180^\circ-\varphi_1$ , де  $\varphi_1$ -значення вимірюваного фазового кута.

$f$ , Гц										
$U_2$ , В										
$\varphi$ ,град										
$\omega$ ,рад/с										
A										
L, дб										

5. Дослідження частотних характеристик виконують в діапазоні зміни частоти генератора  $f=50\div 500$  Гц.

6. Результати вимірювань частоти вхідного сигналу  $f$  досліджуваної ланки, амплітуди його вихідного сигналу  $U_2$  і величину фазового зсуву заносять в таблицю.

## 5. Опрацювання результатів досліджень.

I. Дослідження часових характеристик ланки.

1. Побудувати часові характеристики досліджуваної ланки по результатах попереднього завдання і одержані в результаті експерименту.



2. Порівняти між собою результати теоретичних і експериментальних досліджень.

3. Пояснити одержані залежності.

II. Дослідження частотних характеристик

1. Обчислити величини коефіцієнта передачі досліджуваної ланки як  $A=U_2/U_1$  і  $L(\omega)=20 \lg A$  для відповідних значень частоти.

2. Доповнити таблицю результатами обчислення коефіцієнта передачі.

3. Побудувати по результатах експериментів ЛАХ і ФЧХ досліджуваних ланок сумістивши їх з попередньо побудованими по результатах попереднього завдання відповідними характеристиками.

4. Визначити величину помилки. Пояснити одержані теоретичні і експериментальні залежності.

### **6. Контрольні питання і завдання**

1. Запишіть рівняння і передавальні функції аперіодичної ланки першого порядку.

2. Перелічіть динамічні характеристики аперіодичної ланки першого порядку і запишіть їх рівняння.

3. Перелічіть частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку і запишіть частотні функції.

4. Наведіть приклади аперіодичних ланок першого порядку.

### **7. Література**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування.

К.: "Либідь", 2007. – 544 с.

2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.

3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №4

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК АПЕРІОДИЧНОЇ ЛАНКИ ДРУГОГО ПОРЯДКУ

**Мета роботи:** експериментально дослідити часові і частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку, порівняти експериментально одержані характеристики з теоретичними.

#### 1. Основні теоретичні відомості

Аперіодична ланка другого порядку описується диференціальними рівняннями виду

$$T_0^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad (1)$$

В операторній формі рівняння має вигляд

$$(T_0^2 p^2 + T_1 p + 1)u = kx, \quad (2)$$

При цьому корені характеристичного рівняння  $T_0^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$  повинні бути дійсними, що виконується при умові  $T_1 \geq 2T_0$ .

Ліву частину рівняння можна представити в вигляді

$$(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)u = kx,$$

де 
$$T_{2,3} = -\frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_0^2}.$$

Передавальна функція ланки в операторній формі має вигляд

$$W(p) = \frac{k}{(1 + T_2 p)(1 + T_3 p)}$$

в формі перетворення Лапласа

$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{k}{(1 + T_2 s)(1 + T_3 s)}.$$

Аперіодична ланка еквівалентна двом аперіодичним ланкам першого порядку, які з'єднані послідовно одна з одною, з спільним коефіцієнтом передачі  $k$  і постійними часу  $T_3$  і  $T_4$ . Аперіодичною ланкою другого порядку є також керовані двигуни постійного струму, в випадку коли  $4T_J \leq T_M$ , де  $T_J$  – електромагнітна постійна часу кола якоря,  $T_M$  – електромеханічна постійна часу двигуна.

**Часові функції і часові характеристики аперіодичної ланки другого порядку.**

Перехідна функція ланки має вигляд

$$h(t) = k \left( 1 - \frac{T_2}{T_2 - T_3} e^{-\frac{t}{T_2}} + \frac{T_3}{T_2 - T_3} e^{-\frac{t}{T_3}} \right).$$

Перехідна характеристика зображена на рис.1

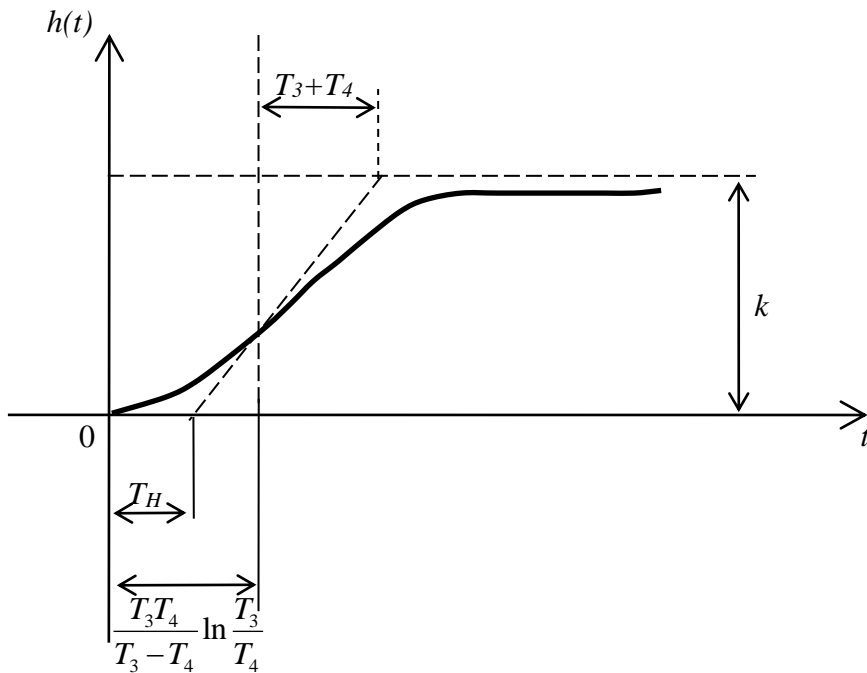


Рис. 1.

Імпульсна перехідна функція  $w(t)$  (функція ваги) записується у вигляді

$$w(t) = \frac{k}{T_2 - T_3} \left( e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_3}} \right)$$

Імпульсна перехідна характеристика показана на рис.2

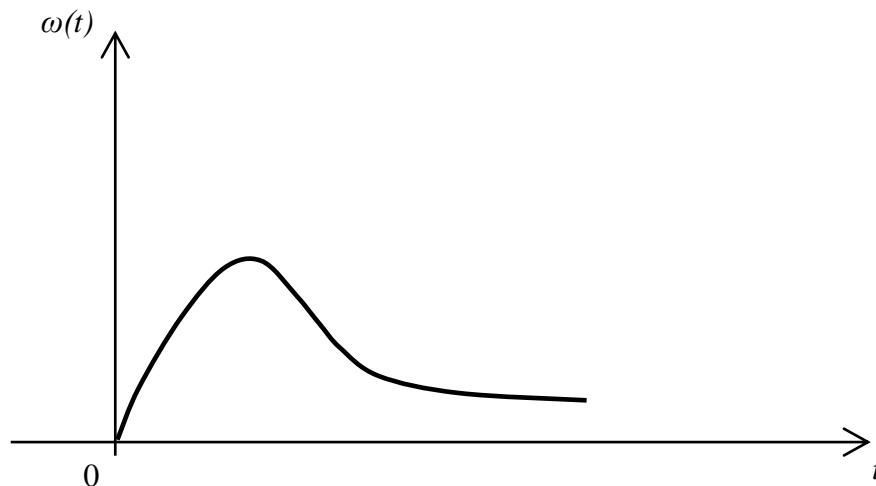


Рис. 2.

### Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)} = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}} e^{-j(\arctg \omega T_2 + \arctg \omega T_3)} \quad (3)$$

Амплітудно-фазова частотна характеристика аперіодичної ланки другого порядку зображена на рис.3

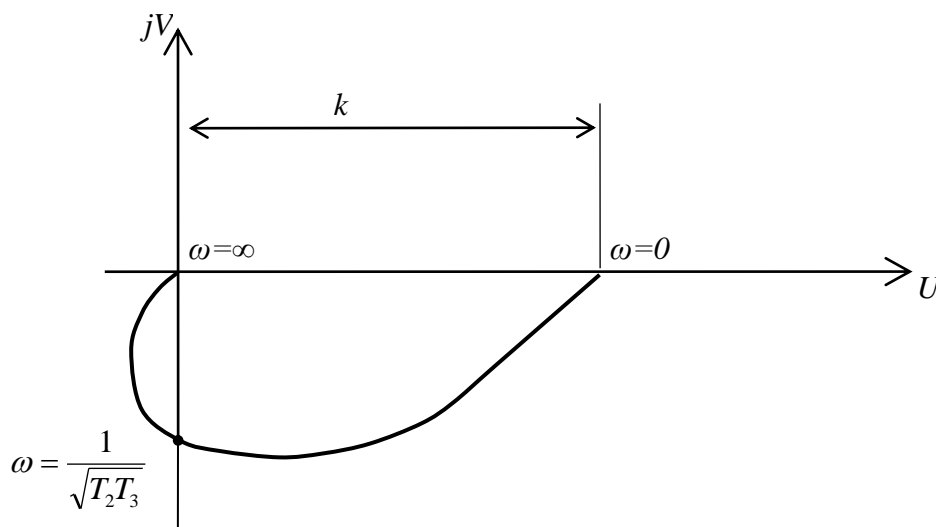


Рис. 3.

З (3) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}},$$

а фазова частотна функція  $\varphi(\omega) = -\arctg \omega T_2 - \arctg \omega T_3$

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика і фазова частотна характеристика представлені на рис.4

Логарифмічна частотна функція для даної ланки має вигляд

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T_2^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_3^2}} \quad (4)$$

Побудову асимптотичної логарифмічної частотної характеристики (ЛАХ) проводять, використовуючи вираз (4). Спочатку проводять допоміжні вертикальні лінії через спряжені частоти

$\omega_{СП1} = \frac{1}{T_2}$  і  $\omega_{СП2} = \frac{1}{T_3}$ . Для визначеності побудови приймаємо, що  $T_2 > T_3$ .

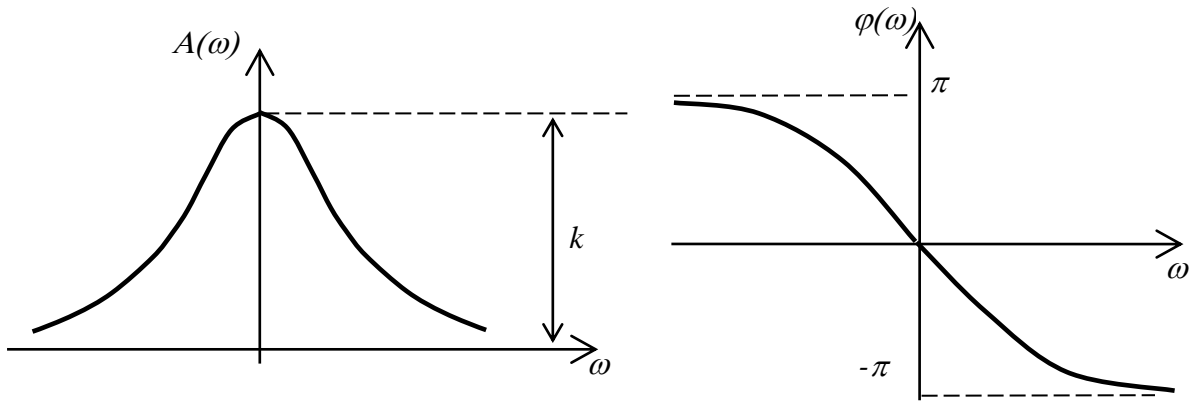


Рис. 4

Лівише першої спряженої частоти ( $\omega_{СП1} < \frac{1}{T_2}$ ) вираз (4) замінюють приближенням  $L(\omega) \approx 20 \lg k$ , якому відповідає пряма з нульовим нахилом (перша асимптота ЛАХ). Для частот  $\frac{1}{T_2} < \omega < \frac{1}{T_3}$  вираз (4) замінюють приближенням

$$L(\omega) \approx 20 \lg \frac{k}{\omega T_2},$$

якому відповідає пряма з від'ємним нахилом 20 дб/дек (друга асимптота).

Для частот  $\omega > \frac{1}{T_3}$  вираз (4) замінюють приближенням

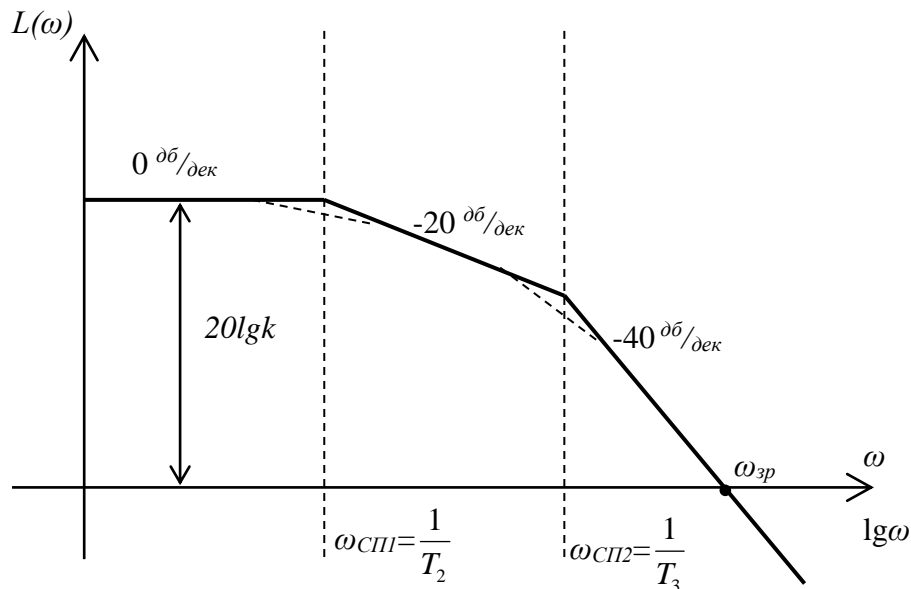


Рис. 5

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{k}{\omega^2 T_2 T_3},$$

якому відповідає пряма з від'ємним нахилом 40 дб/дек (третя асимптота) рис.5.

Дійсна ЛАХ показана на рис.5 пунктиром. Вона відрізняється від асимптотичної в точках злому на 3 дб.

## 2. Попередні завдання для обчислення

1. Скласти в загальному вигляді диференціальне рівняння електричного кола (рис.6) відносно напруг  $u_1(x)$  і  $u_2(y)$ .

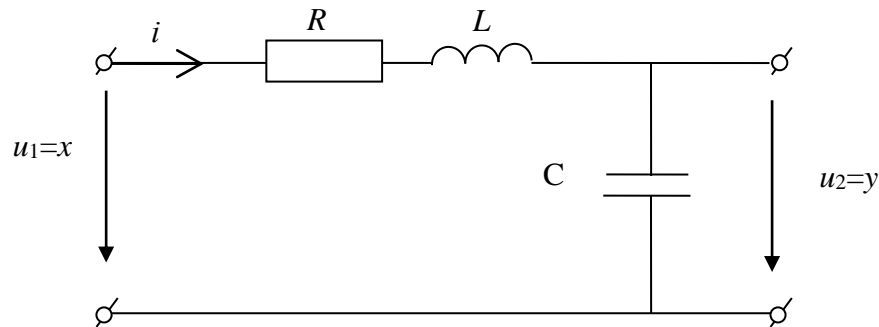


Рис. 6

2. Записати передавальну функцію аперіодичної ланки другого порядку, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 x$$

де  $a_0 = T_1 T_2$ ,  $a_1 = T_1 + T_2$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_0 = 1$ .

$T_1 = R_1 C_1$ ,  $T_2 = R_2 C_2$ ,  $R_1 = 20 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 22 \text{ кОм}$ ,  $C_1 = C_2 = 0,047 \text{ мкФ}$ .

3. Записати вираз для перехідної функції ланки  $h(t)$ .

4. Записати вираз для імпульсної перехідної функції  $\omega(t)$  аперіодичної ланки другого порядку.

5. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції  $W(j\omega)$ , амплітудної частотної функції  $A(\omega)$ , фазової частотної функції  $\varphi(\omega)$ , дійсної  $U(\omega)$  і уявної  $V(\omega)$  частотних функцій.

6. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки.

7. Побудувати асимптотичні ААХ аперіодичної ланки другого порядку.

8. Визначити спряжену частоту  $\omega_{cn}$  і частоту зрізу  $\omega_{зр}$  по ЛАХ ланки.

## 3. Робоче завдання.

I. Дослідження часових характеристик ланки.

1. Зняти осцилограму перехідної функції ланки.

2. Зняти осцилограми імпульсної перехідної функції ланки.

3. Виміряти амплітудні і часові параметри вхідного і вихідного сигналу.

4. Порівняти результати експериментальних і теоретичних досліджень.

II. Дослідження частотних характеристик

1. Зняти залежності  $A=f(\omega)$  і  $\varphi=f(\omega)$  досліджуваних ланок.

2. Побудувати годографи АФЧХ досліджуваних ланок.
3. Побудувати ЛАХ досліджуваних ланок.
4. Визначити спряжену частоту  $\omega_c$  і частоту  $\omega_{зр}$  досліджуваних ланок.
5. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень.

#### 4. Виконання робочого завдання

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Дослідження часових характеристик ланок здійснюється послідовним включенням до вхідного гнізда аперіодичної ланки другого порядку  $W_4(p)$  ( $H_4(p)$ ) дій  $1(t)$  і  $\delta(t)$ , які контролюються першим входом осцилографа. Осцилографування і вимірювання вихідних сигналів вказаної ланки здійснюється підключенням другого входу осцилографа до вихідного гнізда ланки.
    2. Масштаб по осі часу осцилографа 1мс\діл.
    3. Масштаб по напрузі осцилографа 5 В\діл.
    4. Синхронізуючий вхід осцилографа підключати до гнізда "Синхр" на передній панелі стенда.
    5. Для зручності осцилографування перехідних процесів перемикачем полярності другого входу осцилографа знаки сигналів, що спостерігаються на обох каналах.
  - II. Дослідження частотних характеристик
    1. Вхідним сигналом для дослідження частотних характеристик є сигнал генератора синусоїдних коливань. Регулюється частота коливань ручкою "f" при натиснутій одній із клавіш перемикача "кГц". Амплітуда коливань генератора встановлюється ручкою "Er".
    2. При дослідженні частотних характеристик встановити амплітуду коливань  $U_1=10$  В. Амплітуда вхідного і вихідного сигналів досліджуваних ланок вимірюється вольтметром, а контролюється з допомогою осцилографа, входи якого підключаються до виходу генератора синусоїдних коливань і виходу досліджуваної ланки.
    3. Вимірювання частоти генератора синусоїдних коливань вимірюється частотоміром, осцилографом або з допомогою вбудованого в лабораторний стенд функціонального вимірювача "ИФ", до виходу "f" якого підключається вольтметр постійної напруги. Зміні частоти в діапазоні  $f=20\div 2000$  Гц відповідають покази вольтметра в діапазоні  $U=20\div 2000$  мВ. Наприклад, показ вольтметра  $U=150$ мВ. Йому відповідає частота коливань  $f=150$  Гц.
    4. Для вимірювання фазового зсуву між вхідним і вихідним сигналами досліджуваної ланки використовують фазометр, осцилограф або функціональний вимірювач лабораторного стенду. В останньому випадку вихід досліджуваної ланки під'єднують до гнізда "Вих" функціонального вимірювача. Фазовий зсув визначають по показах вольтметра постійної

напруги, що підключається до виходу “ $\varphi$ ” функціонального вимірника. Зміні фазового зсуву в діапазоні  $\varphi=0-360^{\circ}$  відповідають покази вольтметра в діапазоні  $\varphi=0\div3600$  мВ. Наприклад, фазовим зсувам  $\varphi_1=45^{\circ}$ ,  $\varphi_2=90^{\circ}$ ,  $\varphi_3=180^{\circ}$  відповідають покази вольтметра  $U_1 = 450$  мВ,  $U_2 = 900$  мВ,  $U_3 = 1800$  мВ.

5. Дослідження частотних характеристик виконують в діапазоні зміни частоти генератора  $f=50\div500$  Гц.

6. Результати вимірювань частоти вхідного сигналу  $f$  досліджуваної ланки, амплітуди його вихідного сигналу  $U_2$  і величину фазового зсуву заносять в таблицю.

$f$ , Гц										
$U_2$ , В										
$\varphi$ ,град										
$\omega$ ,рад/с										
A										
L, дБ										

### 5. Опрацювання результатів досліджень.

I. Дослідження часових характеристик ланки.

1. Побудувати часові характеристики досліджуваної ланки по результатах попереднього завдання і одержані в результаті експерименту.

2. Порівняти між собою результати теоретичних і експериментальних досліджень.

3. Пояснити одержані залежності.

II. Дослідження частотних характеристик

1. Обчислити величини коефіцієнта передачі досліджуваної ланки як  $A=U_2/U_1$  і  $L(\omega)=20 \lg A$  для відповідних значень частоти.

2. Доповнити таблицю результатами обчислення коефіцієнта передачі.

3. Побудувати по результатах експериментів ЛАХ і ФЧХ досліджуваних ланок сумістивши їх з попередньо побудованими по результатах попереднього завдання відповідними характеристиками.

4. Визначити величину помилки. Пояснити одержані теоретичні і експериментальні залежності.

### 6. Контрольні питання і завдання

1. Запишіть рівняння і передавальні функції аперіодичної ланки другого порядку.

2. Перелічіть динамічні характеристики аперіодичної ланки другого порядку і запишіть їх рівняння.

3. Перелічіть частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку і запишіть частотні функції.

4. Наведіть приклади аперіодичних ланок другого порядку.



## 7. Література

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №5

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЧАСОВИХ І ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОЛИВНОЇ ЛАНКИ

**Мета роботи:** експериментально дослідити часові і частотні характеристики коливної ланки, порівняти експериментально одержані характеристики з теоретично одержаними характеристиками коливної ланки.

#### 1. Основні теоретичні відомості.

Коливна ланка описується такими ж диференціальними рівняннями, що і аперіодична ланка другого порядку

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx, \quad (1)$$

але корені характеристичного рівняння  $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$  повинні бути комплексними, що буде виконуватися при  $T_1 < 2T_2$ .

Диференціальне рівняння в операторній формі звичайно представляють в вигляді

$$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) y = kx,$$

або

$$\left( \frac{p^2}{q^2} + \frac{2\xi}{q} p + 1 \right) y = kx,$$

де  $q = \frac{1}{T}$  – кутова частота вільних коливань (при відсутності затування) а  $\xi$  – параметр затування (коефіцієнт демпфування), який лежить в межах  $0 < \xi < 1$ .

Тоді корені характеристичного рівняння  $T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0$  записуються в вигляді:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\beta = -\frac{\xi}{T} \pm j \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}$$

Дійсна частина кореня  $\alpha = \frac{\xi}{T}$  є коефіцієнтом затування перехідного процесу, а уявна  $\beta = \frac{1}{T} \sqrt{1 - \xi^2}$  частотою затуваючих коливань.

Передавальна функція коливної ланки в операторній формі має вигляд

$$W(p) = \frac{k}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2} = \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{q} p + \frac{p^2}{q^2}},$$

а в формі перетворення Лапласа

$$W(s) = \frac{k}{1 + 2\xi Ts + T^2 s^2} = \frac{k}{1 + \frac{2\xi}{q}s + \frac{s^2}{q^2}}$$

Коливними ланками є коливні RLC-ланки; керовані двигуни постійного струму, в випадку коли  $4T_r > T_m$ , де  $T_r$  – електромагнітна постійна часу кола якоря,  $T_m$  – електромеханічна постійна часу двигуна; пружні механічні передачі, наприклад для передачі обертового руху; гіроскопічні елементи та ін.

### Часові функції і часові характеристики ланки.

Перехідна функція коливної ланки представляється виразом

$$h(t) = k \left[ 1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \sin(\beta t + \varphi) \right] \cdot 1(t),$$

де

$$\varphi = \arctg \frac{\beta}{\alpha} = \arctg \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi}.$$

Перехідна характеристика ланки зображена на рис 1.

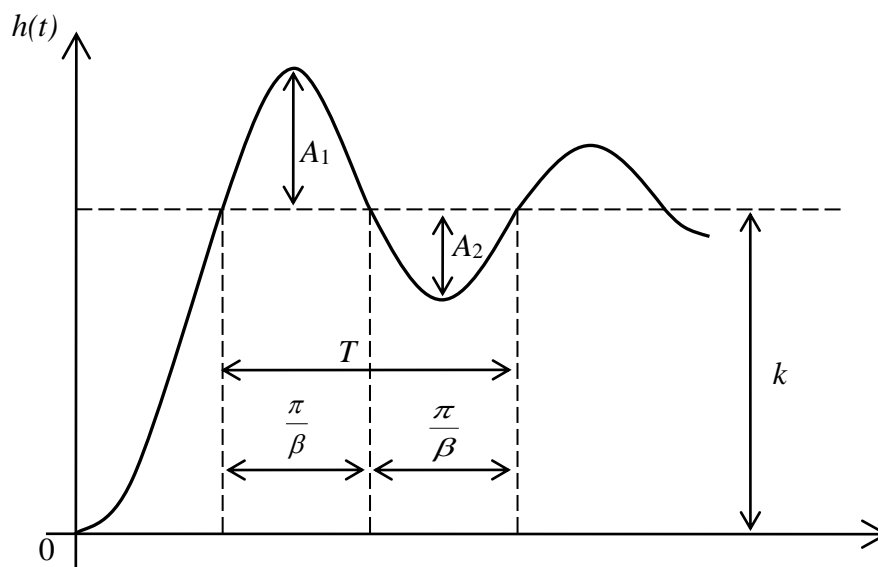


Рис. 1

Для перехідної характеристики справедливі такі співвідношення:

$$\beta = \frac{2\pi}{T}, \quad \frac{A_1}{A_2} = e^{\alpha T} \quad \text{і} \quad \alpha = \frac{1}{T} \ln \frac{A_1}{A_2}$$

Імпульсна перехідна функція  $\omega(t)$  (функція ваги) записується у вигляді

$$\omega(t) = k \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t$$

Імпульсна перехідна характеристика показана на рис. 2

### Частотні характеристики коливної ланки

Амплітудно-фазова частотна функція (частотна передавальна функція) представлена в алгебраїчній формі має вигляд

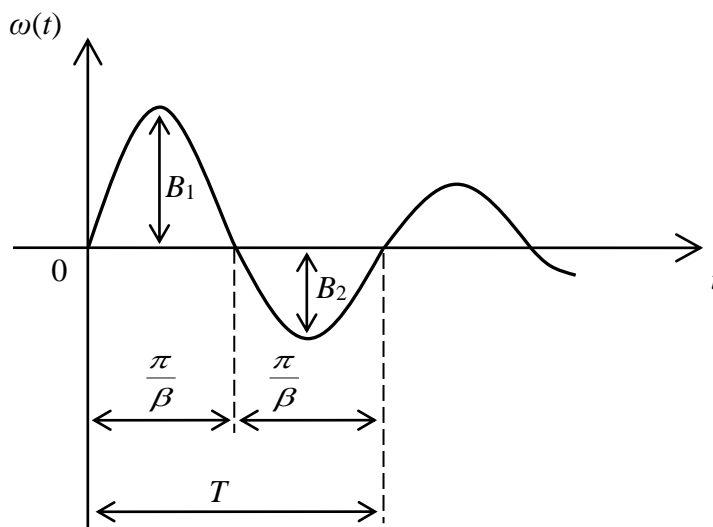


Рис. 2

$$W(j\omega) = \frac{k}{(1 - \omega^2 T^2) + j2\xi T\omega} = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2} + j \frac{-2k\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2} \quad (2)$$

де  $U(\omega) = \frac{k(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}$  – дійсна частотна функція, а

$$V(\omega) = \frac{-2k\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2} \quad \text{– уявна частотна функція.}$$

Амплітудно-фазова частотна функція записана в показниковій формі виражається формулою

$$W(j\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2\omega^2}} \cdot e^{-j \arctg \frac{2\xi T\omega}{1 - T^2\omega^2}} \quad (3)$$

Відповідна цій характеристиці амплітудно-фазова частотна характеристика (АФЧХ) показана на рис.3.

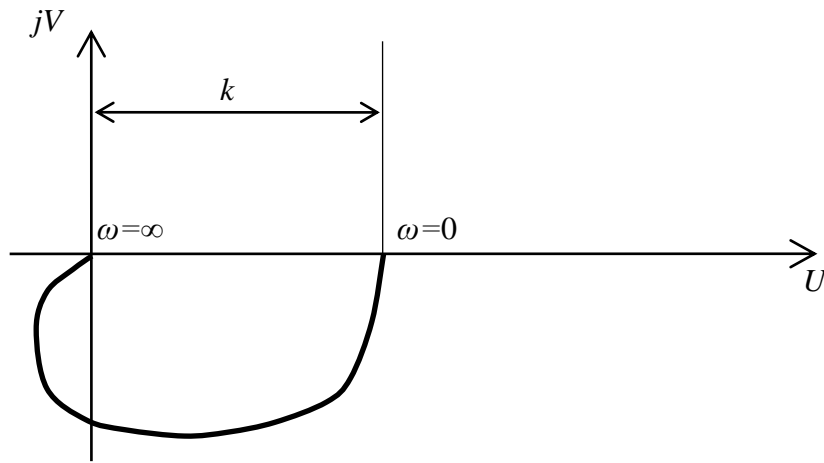


Рис. 2

З (3) видно, що амплітудна частотна функція

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T^2\omega^2)^2 + 4\xi^2 T^2 \omega^2}},$$

фазова частотна функція

$$\varphi(\omega) = -\text{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1-T^2\omega^2}.$$

Відповідні їм амплітудна частотна характеристика (АЧХ) і фазова частотна характеристика (ФЧХ) представлені на рис. 4.

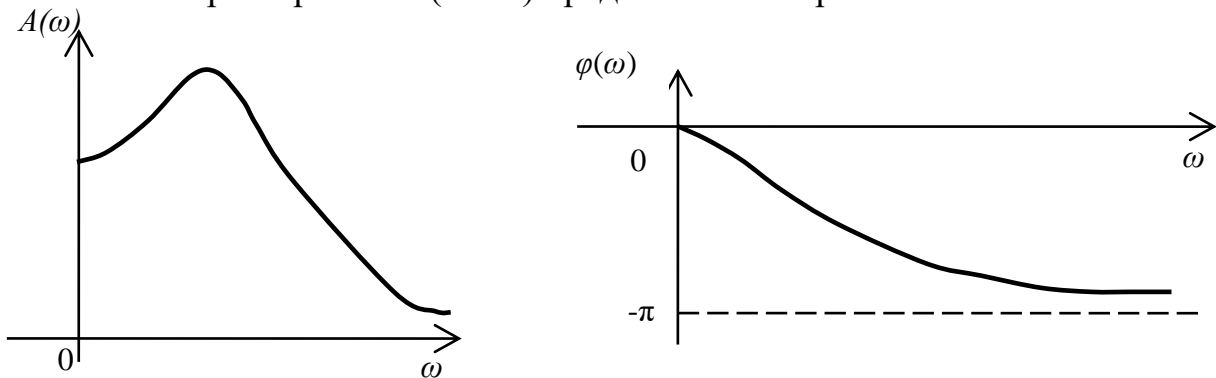


Рис. 4

Логарифмічна амплітудна функція

$$L(\omega) \cong \begin{cases} 20\lg k & \text{при } \omega < \omega_{cn} \\ 20\lg k - 40\lg T\omega & \text{при } \omega \geq \omega_{cn} \end{cases}$$

де  $\omega_{cn} = \frac{1}{T}$  – спряжена частота.

На рис.5 показана асимптотична ЛАЧХ (пунктирна лінія) і точна ЛАЧХ (суцільна лінія).

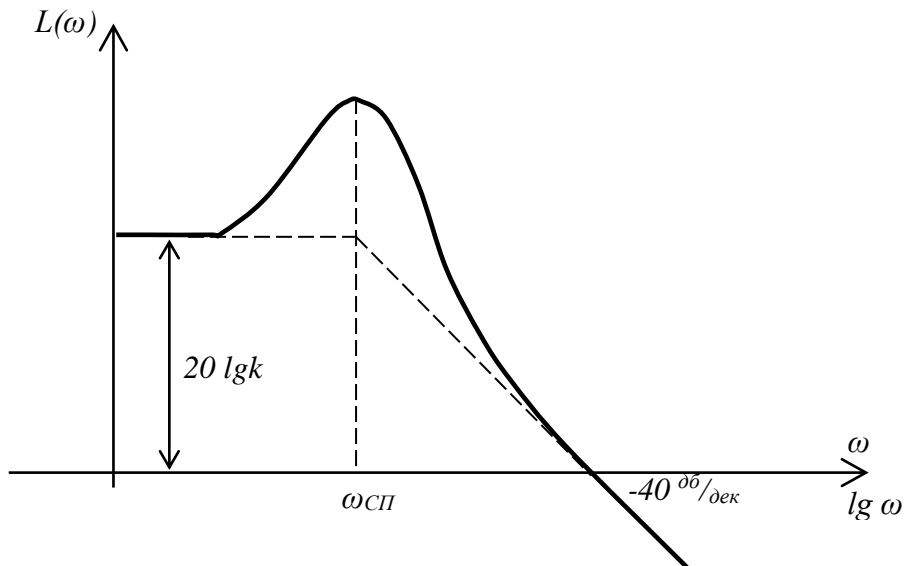


Рис.5.

## 2. Попередні завдання для обчислення

1. Скласти в загальному вигляді диференціальне рівняння електричного кола (рис.6) відносно напруг  $u_1(x)$  і  $u_2(y)$ .

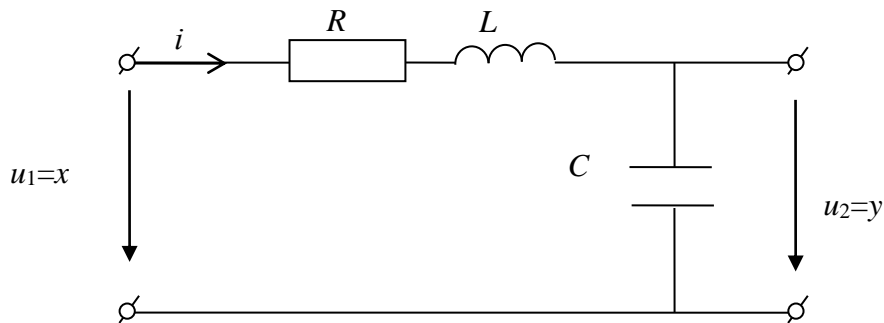


Рис.6

2. Записати передавальну функцію коливної ланки, яка описується диференціальним рівнянням

$$a_0 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_1 \frac{dy}{dt} + a_2 y = b_0 x_1$$

де  $a_0 = T_4^2$ ,  $a_1 = 2\xi T_4$ ,  $a_2 = 1$ ,  $b_0 = 1$ ,  $T_4 = RC$ ,  $R = 20 \text{ кОм}$ ,  $C = 0.047 \text{ мф}$ ,  $\xi = 0,263$ .

3. Записати вираз для перехідної функції ланки  $h(t)$ .

4. Записати вираз для імпульсної перехідної функції  $\omega(t)$  коливної ланки.

5. Записати формули для розрахунку амплітудно-фазової частотної функції  $W(j\omega)$ , амплітудної частотної функції  $A(\omega)$ , фазової частотної функції  $\varphi(\omega)$ , дійсної  $U(\omega)$  і уявної  $V(\omega)$  частотних функцій.

6. Побудувати годографи АФЧХ і АЧХ досліджуваної ланки згідно варіанту.

7. Побудувати асимптотичні ЛАХ коливної ланки.
8. Визначити спряжену частоту  $\omega_{cn}$  і частоту зрізу  $\omega_{зр}$  по ЛАХ ланки.

### 3. Робоче завдання.

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Зняти осцилограму перехідної функції ланки.
  2. Зняти осцилограми імпульсної перехідної функції ланки.
  3. Виміряти амплітудні і часові параметри вхідного і вихідного сигналу.
  4. Порівняти результати експериментальних і теоретичних досліджень.
  
- II. Дослідження частотних характеристик
  1. Зняти залежності  $A=f(\omega)$  і  $\varphi=f(\omega)$  досліджуваних ланок.
  2. Побудувати годографи АФЧХ досліджуваних ланок.
  3. Побудувати ЛАХ досліджуваних ланок.
  4. Визначити спряжену частоту  $\omega_c$  і частоту  $\omega_{зр}$  досліджуваних ланок.
  5. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень.

### 4. Виконання робочого завдання

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Дослідження часових характеристик ланок здійснюється послідовним включенням до вхідного гнізда коливної ланки  $W_4(p)$  ( $H_4(p)$ ) дій  $1(t)$  і  $\delta(t)$ , які контролюються першим входом осцилографа. Осцилографування і вимірювання вихідних сигналів вказаної ланки здійснюється підключенням другого входу осцилографа до вихідного гнізда ланки.
    2. Масштаб по осі часу осцилографа 1мс\діл.
    3. Масштаб по напрузі осцилографа 5 В\діл.
    4. Синхронізуючий вхід осцилографа підключати до гнізда "Синхр" на передній панелі стенда.
    5. Для зручності осцилографування перехідних процесів перемикачем полярності другого входу осцилографа знаки сигналів, що спостерігаються на обох каналах.
  
- II. Дослідження частотних характеристик
  1. Вхідним сигналом для дослідження частотних характеристик є сигнал генератора синусоїдних коливань. Регулюється частота коливань ручкою "f" при натиснутій одній із клавіш перемикача "кГц". Амплітуда коливань генератора встановлюється ручкою "Ег".
  2. При дослідженні частотних характеристик встановити амплітуду коливань  $U_1=10$  В. Амплітуда вхідного і вихідного сигналів досліджуваних ланок вимірюється вольтметром, а контролюється з

допомогою осцилографа, входи якого підключаються до виходу генератора синусоїдних коливань і виходу досліджуваної ланки.

3. Вимірювання частоти генератора синусоїдних коливань вимірюється частотоміром, осцилографом або з допомогою вбудованого в лабораторний стенд функціонального вимірювача “ИФ”, до виходу “ $f$ ” якого підключається вольтметр постійної напруги. Зміні частоти в діапазоні  $f=20\div 2000$  Гц відповідають покази вольтметра в діапазоні  $U=20\div 2000$  мВ. Наприклад, показ вольтметра  $U=150$ мВ. Йому відповідає частота коливань  $f=150$  Гц.

4. Для вимірювання фазового зсуву між вхідним і вихідним сигналами досліджуваної ланки використовують фазометр, осцилограф або функціональний вимірювач лабораторного стенду. В останньому випадку вихід досліджуваної ланки під’єднують до гнізда “Вих” функціонального вимірювача. Фазовий зсув визначають по показах вольтметра постійної напруги, що підключається до виходу “ $\varphi$ ” функціонального вимірника. Зміні фазового зсуву в діапазоні  $\varphi=0-360^{\circ}$  відповідають покази вольтметра в діапазоні  $\varphi=0\div 3600$  мВ. Наприклад, фазовим зсувам  $\varphi_1=45^{\circ}$ ,  $\varphi_2=90^{\circ}$ ,  $\varphi_3=180^{\circ}$  відповідають покази вольтметра  $U_1=450$ мВ,  $U_2=900$ мВ,  $U_3=1800$ мВ. Фазовий зсув ланки  $H_4(p)$  визначають як  $\varphi=180^{\circ}-\varphi_1$ , де  $\varphi_1$ - значення вимірюваного фазового кута.

5. Дослідження частотних характеристик виконують в діапазоні зміни частоти генератора  $f=50\div 500$  Гц.

6. Результати вимірювань частоти вхідного сигналу  $f$  досліджуваної ланки, амплітуди його вихідного сигналу  $U_2$  і величину фазового зсуву заносять в таблицю.

$f$ , Гц										
$U_2$ , В										
$\varphi$ , град										
$\omega$ , рад/с										
A										
L, дБ										

### 5. Опрацювання результатів досліджень.

- I. Дослідження часових характеристик ланки.
  1. Побудувати часові характеристики досліджуваної ланки по результатах попереднього завдання і одержані в результаті експерименту.
  2. Порівняти між собою результати теоретичних і експериментальних досліджень.
  3. Пояснити одержані залежності.
- II. Дослідження частотних характеристик
  1. Обчислити величини коефіцієнта передачі досліджуваної ланки як  $A=U_2/U_1$  і  $L(\omega)=20 \lg A$  для відповідних значень частоти.



2. Доповнити таблицю результатами обчислення коефіцієнта передачі.
3. Побудувати по результатах експериментів ЛАХ і ФЧХ досліджуваних ланок сумістивши їх з попередньо побудованими по результатах попереднього завдання відповідними характеристиками.
4. Визначити величину помилки. Пояснити одержані теоретичні і експериментальні залежності.

### **6. Контрольні питання і завдання**

1. Запишіть рівняння і передавальні функції коливальної ланки другого порядку.
2. Перелічіть динамічні характеристики коливальної ланки і запишіть їх рівняння.
3. Перелічіть частотні характеристики коливальної ланки і запишіть частотні функції.
4. Наведіть приклади коливальних ланок.

### **7. Література**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №6

### ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ЛІНІЙНИХ НЕПЕРЕРВНИХ СИСТЕМ

**Мета роботи:** теоретично і експериментально дослідити стійкість лінійних неперервних систем і порівняти результати досліджень.

#### 1. Основні теоретичні відомості.

На будь-яку систему автоматичного керування (САК) завжди діють різні зовнішні збурення, які можуть порушити її нормальну роботу. Правильно спроектована система повинна бути стійкою при всіх зовнішніх збуреннях.

Під стійкістю системи в найзагальнішому випадку розуміють її властивість повертатися в початкове або близьке до нього положення після зникнення дії збурень, які вивели систему із стану початкової рівноваги. Стійкість системи є необхідною умовою можливості САК вирішувати поставлені перед нею завдання. В загальному випадку лінійна система автоматичного керування описуються диференціальними рівняннями

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(t) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x(t), \quad (1)$$

де  $a_0, a_1, \dots, a_n$  і  $b_0, b_1, \dots, b_m$  – сталі коефіцієнти,

$p = \frac{d}{dt}$  – оператор диференціювання,  $y(t)$  – керована вихідна

величина,  $x(t)$  – вхідна дія.

Передавальна функція в операторній формі записується у вигляді

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n},$$

а в формі перетворення Лапласа

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{Y(s)}{X(s)}.$$

Розв'язок лінійного неоднорідного рівняння (1) в загальному вигляді складається з двох складових

$$y(t) = y_{уст}(t) + y_{\Pi}(t),$$

де  $y_{уст}(t)$  – частковий розв'язок неоднорідного рівняння (1) з правою частиною, що описує вимушений режим системи, який встановлюється після закінчення перехідного процесу;  $y_{\Pi}(t)$  – загальний розв'язок однорідного рівняння  $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$ , яке описує перехідний процес, викликаний зовнішнім збуренням.

В відповідності з визначенням стійкості система буде асимптотично стійкою, якщо при  $t \rightarrow \infty$  перехідна (вільна) складова буде прямувати до нуля, тобто

$$x_{II}(t) \rightarrow 0.$$

Розв'язок однорідного рівняння (2) при відсутності однакових коренів характеристичного рівняння має вигляд

$$x_{II}(t) = \sum_{i=0}^n c_i e^{s_i t} \quad (3)$$

де  $s_i$  корені характеристичного рівняння  $(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n) = 0$

З (3) видно, що складова перехідного процесу прямує до нуля при  $(t) \rightarrow 0$ , якщо всі корені характеристичного рівняння мають від'ємні дійсні частини.

Тоді умова стійкості лінійної системи формулюється так: для того щоб лінійна система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб всі корені її характеристичного рівняння були лівими, тобто в комплексній площині коренів вони повинні бути розміщені зліва від уявної осі.

Для визначення стійкості системи без обчислення коренів характеристичного рівняння використовують деякі правила, які називають критеріями стійкості. З допомогою критеріїв стійкості можна не тільки визначити, стійка система чи нестійка, але й виявити, як впливають на стійкість ті чи інші параметри і структурні зміни в системі. Критерії стійкості можуть бути поділені на алгебраїчні і частотні.

### 1.1 Критерій стійкості Гурвіца.

З коефіцієнтів характеристичного рівняння  $a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n = 0$  складають спочатку головний визначник Гурвіца, який має  $n$  рядків і  $n$  стовбців:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Викреслюючи в головному визначнику, як показано пунктиром, діагональні мінори, одержуємо визначники Гурвіца нижчого порядку

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}; \quad \Delta_K = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & a_K \end{vmatrix}$$

Критерій стійкості Гурвіца формулюється так: для того щоб система втоматичного керування була стійкою, необхідно і достатньо, щоб всі визначники Гурвіца мали знаки, однакові зі знаком першого коефіцієнта характеристичного рівняння  $a_0$ , тобто при  $a_0 > 0$  були додатніми.

### 1.2 Частотний критерій стійкості Михайлова.

Якщо в характеристичне рівняння  $D(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n$  підставити чисто уявне значення  $s = j\omega$ , то одержимо комплексний поліном

$$D(j\omega) = a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n = X(\omega) + jY(\omega) = D(\omega)e^{j\psi(\omega)},$$

де  $X(\omega) = a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots$ ,

$$Y(\omega) = a_{n-1}\omega - a_{n-3}\omega^3 + a_{n-5}\omega^5 - \dots$$

називають відповідно дійсною і уявною функціями Михайлова, функції  $D(\omega)$  і  $\psi(\omega)$  представляють собою модуль і фазу (аргумент) вектора  $D(j\omega)$ .

При зміні частоти  $\omega$  вектор  $D(j\omega)$ , змінюючись по величині і по напрямку, буде описувати своїм кінцем на комплексній площині деяку криву, яку називають кривою (годографом) Михайлова.

Критерій Михайлова можна сформулювати так: для того щоб система автоматичного керування була стійкою, необхідно і достатньо, щоб крива (годограф) Михайлова при зміні частоти від 0 до  $\infty$ , починаючись при  $\omega = 0$  на дійсній додатній півосі, охоплює проти годинникової стрілки початок координат і проходить послідовно по квадрантах, де  $n$  – порядок системи.

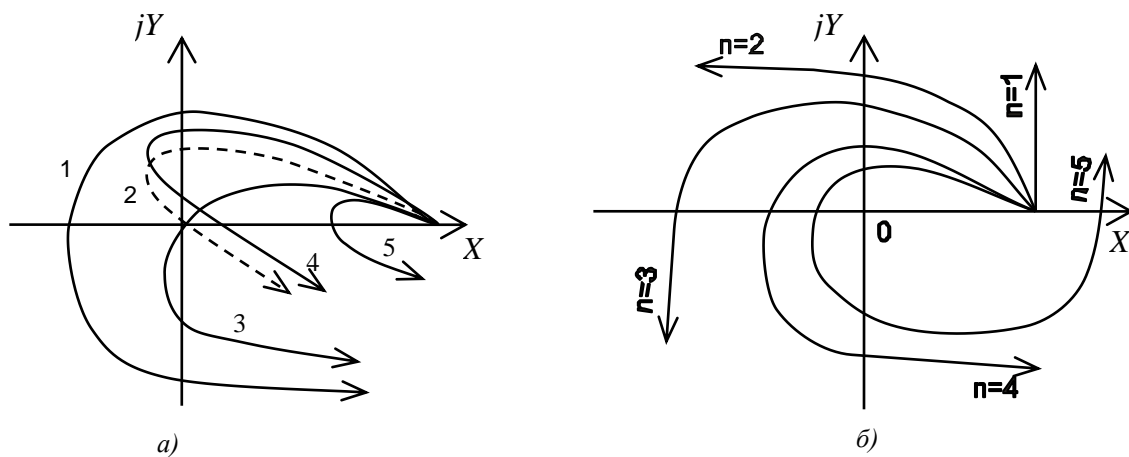


Рис. 1

На рис. 1,а годограф 1 відповідає стійкій, а годографи 3, 4, 5 – нестійким системам. Годограф 2 відповідає системі, яка є на границі стійкості. На рис. 1,б показані годографи стійких систем різних порядків.

### 1.3 Критерій стійкості Найквіста.

Цей критерій дозволяє робити висновок про стійкість замкненої системи по вигляду амплітудно-фазової частотної характеристики (АФЧХ) розімкнутої системи.

Нехай передавальна функція розімкнутої системи

$$W(s) = \frac{R(s)}{Q(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{c_0 s^n + c_1 s^{n-1} + \dots + c_n}, \quad m \leq n \quad (4)$$

Підставляємо в (4)  $s=j\omega$ , одержуємо частотну передавальну функцію розімкнутої системи:

$$W(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{Q(j\omega)} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{c_0 (j\omega)^n + c_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + c_n} = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\psi(\omega)},$$

де  $U(\omega)$  і  $V(\omega)$  – дійсна і уявна частини частотної передавальної функції відповідно, модуль  $A(\omega)$  і фаза  $\psi(\omega)$  частотної передавальної функції дорівнюють

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad \psi(\omega) = \text{Arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

Якщо змінювати частоту  $\omega$  від  $-\infty$  до  $\infty$ , то вектор  $W(j\omega)$  буде змінюватися по величині і по фазі. Криву, яку описує кінець цього вектора в комплексній площині, називають амплітудно-фазовою частотною характеристикою розімкнутої системи.

Критерій стійкості Найквіста використовується для визначення стійкості замкнутої системи, коли система в розімкнутому стані стійка, нестійка і є нейтральною (має нульові корені в характеристичному рівнянні). Розглянемо умови стійкості згідно критерію Найквіста для трьох випадків.

І. Якщо розімкнута система автоматичного керування є стійкою, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкнутої системи не охоплювала точку з координатами  $(-1, j0)$  при зміні частоти від 0 до  $\infty$ .

На рис.2 характекристики 1 і 4 відповідають стійким системам в замкнутому стані, характеристика 3-нестійкій, а характеристика 2 –

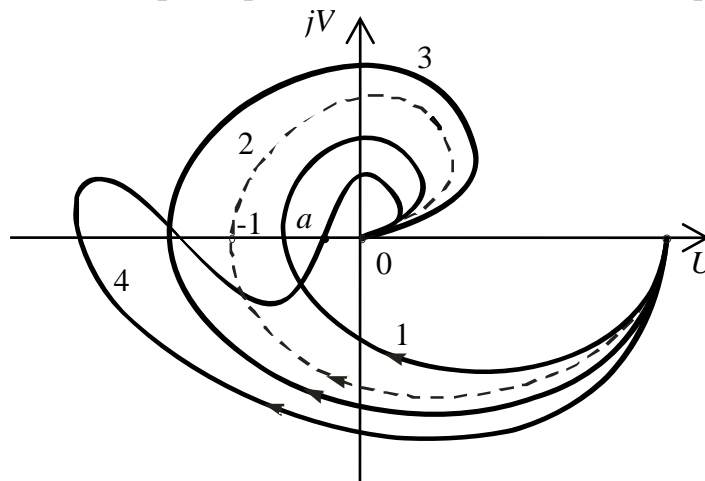


Рис. 2

системі, яка є на границі стійкості.

II. Якщо розімкнута система автоматичного керування є нестійкою, то для стійкості замкнутої системи необхідно і достатньо, що АФЧХ розімкнутої системи при зміні частоти від 0 до  $\infty$  охоплювала точку з координатами  $(-1,0)$  проти годинникової стрілки і поверталася на кут  $\pi m$ , де  $m$ -кількість додатних коренів у характеристичному рівнянні розімкнутої

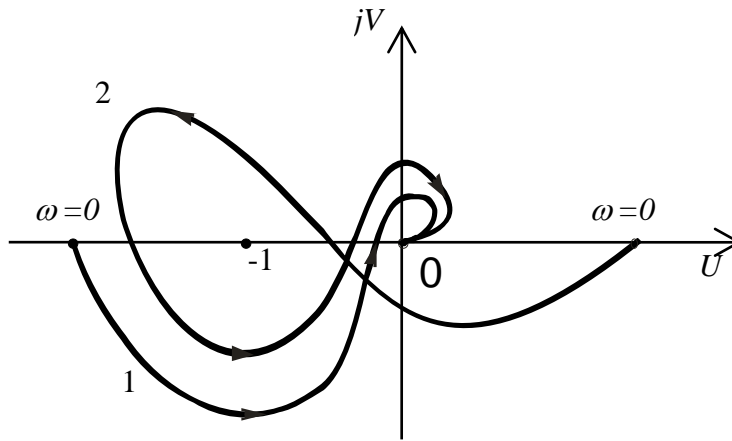


Рис. 3

системи).

Або іншими словами, АФЧХ повинна охоплювати точку з координатами  $(1,0)$  і число перетинів нею від'ємної дійсної півосі лівіше точки  $(1, 0)$  зверху донизу повинно бути на  $m/2$  більше ніж число перетину в зворотньому напрямі, де  $m$  – число полюсів передавальної функції  $W(s)$  розімкнутої системи з додатньою дійсною частиною.

На рис.3 в якості прикладу показані дві АФЧХ розімкнутої системи, яка нестійка в розімкнутому стані, але стійка в замкнутому стані. Характеристика 1 відповідає  $m=1$ , а характеристика 2 – значенню  $m=2$ .

III. Для визначення стійкості систем з астатизмом довільного порядку  $k$  ( $k$  – кількість нульових коренів характеристичного порядку). достатньо побудувати одну гілку амплітудно-фазової частотної характеристики розімкнутої системи, яка відповідає додатнім частотам, доповнити її дугою –  $k\pi/2$  кола нескінченно великого радіуса і тоді використати критерій стійкості Найквіста.

На рис. 4 приведені АФЧХ розімкнутих систем з астатизмом другого порядку. Замкнута система в випадку 1 – нестійка, а в випадку 2 – стійка.

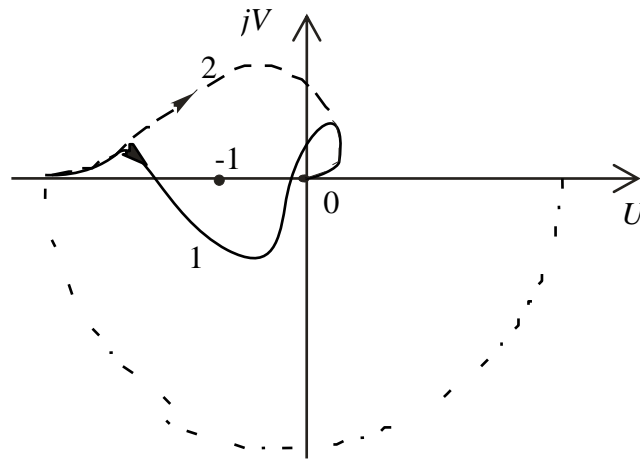


Рис. 4

#### 1.4. Визначення стійкості по логарифмічних частотних характеристиках.

Критерій стійкості Найквіста стосовно логарифмічних частотних характеристик може бути сформульований таким чином: для того щоб система автоматичного керування була стійкою, необхідно і достатньо, щоб різниця між числом додатніх і від’ємних переходів логарифмічною фазочастотною характеристикою (ЛФХ) прямих  $\pm\pi(2i+1)$ ,  $i=0, 1, 2, \dots$ , у всіх областях де логарифмічна амплітудно-частотна характеристика (ЛАХ) додатня  $L(\omega)>0$ , була рівна  $l/2$  ( $l$  – число правих коренів характеристичного рівняння розімкнутої системи).

На рис.5 приведені для прикладу ЛАХ і ЛФХ розімкнутої системи.

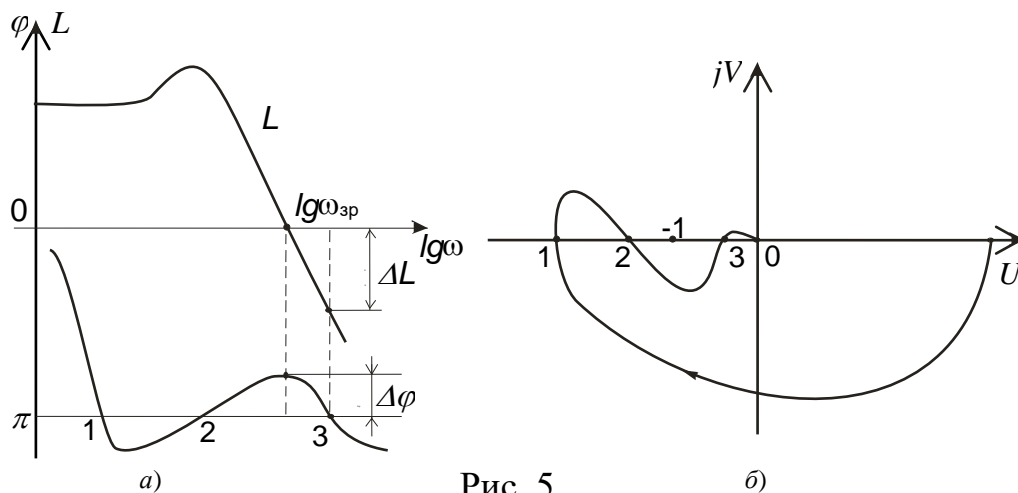


Рис. 5

Додатньому переходу відповідає перетин ЛФХ при  $L(\omega)>0$  прямих  $\pi(2i+1)$  знизу вгору (точка 1 на рис. 5,а). Якщо розімкнута система з ЛАХ і

ЛФХ представленими на рис.5,б була стійка ( $l=0$ ), то і замкнута система буде також стійкою, при цьому запас стійкості по амплітуді рівний  $\Delta L$ , а запас стійкості по фазі  $\Delta\varphi$ .

Іншими словами даний критерій можна сформулювати так: замкнута система буде стійка, якщо ЛАХ, що відповідає розімкнутій системі перетне вісь абсцис раніше, ніж фаза кінцева перейде за значення  $-\pi$ , тобто на частоті зрізу  $\omega_{зр}$  величина фази повинна бути меншою  $-\pi$ .

## 2. Попереднє завдання

1. Намалювати замкнуту САК з ланок, приведених в варіанті завдання (таблиці 1,2). При складанні структурної схеми в її склад в якості регулятора (коректуючої ланки) включити ланку  $Y(p)$ . Складена структурна схема повинна мати від'ємний зворотній зв'язок, для цього використовують знаки передавальних функцій необхідних ланок, і при необхідності інвертуючу ланку  $K=-1$  (гнізда X17, X18).

2. Записати передавальну функцію досліджуваної розімкнутої системи згідно вказаного варіанта завдання.

3. Побудувати а.ф.х. або логарифмічні а.ч.х. і ф.ч.х. розімкнутої системи.

4. Визначити значення коефіцієнта підсилення, що відповідає коливній границі стійкості.

5. Визначити частоту зрізу системи і частоту коливань в замкнутій системі.

## 3. Робоче завдання

1. Зібрати замкнуту САК з ланок  $H_1(p)$ ,  $H_2(p)$ ,  $H_3(p)$ ,  $Y(p)$ .

2. Збільшенням контурного коефіцієнта підсилення добитися автоколивань в замкнутій системі.

3. Виміряти величину коефіцієнта підсилення, який відповідає границі стійкості.

4. Виміряти частоту автоколивань.

5. Результати вимірювань порівняти з розрахунковими значеннями вимірювальних величин.

## 4. Виконання робочого завдання:

1. Натиснути клавіші S2 і S5 перемикача.

2. До виходу досліджуваної ланки підключити один з входів осцилографа.

3. Збільшення контурного коефіцієнта підсилення здійснюється змінною величини резистора  $R_y$  ланки  $Y(p)$  плавним обертанням ручки  $U_{вх}$ , фіксуючи моменти виникнення коливань.



4. Вимірювання частоти коливань виконувати з допомогою осцилографа.

5. Для визначення контурного коефіцієнта передачі САР, який відповідає границі стійкості, виключити ланку  $Y(p)$  з складу системи і з допомогою генератора і вольтметра виміряти його коефіцієнти підсилення.

### **5. Опрацювання результатів дослідження**

1. Порівняти частоти коливань в досліджуваній системі з результатами розрахунків.

2. Порівняти величину коефіцієнта передачі досліджуваної системи з розрахунковою.

3. Визначити величину помилок (похибок).

### **6. Контрольні питання і завдання**

1. Сформулюйте поняття стійкості систем автоматичного керування (САК).

2. Наведіть формули для доведення впливу вигляду коренів на стійкість САК.

3. Сформулюйте критерій стійкості Гурвіца.

4. Сформулюйте умови стійкості по Михайлову.

5. Викладіть методику побудови годографу Михайлова.

6. Сформулюйте умову стійкості за методом Найквіста.

7. Викладіть суть визначення стійкості по логарифмічних частотних характеристиках.

### **7. Література**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування.

К.: "Либідь", 2007. – 544 с.

2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів,

видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.

3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський

державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №7

### ПІДВИЩЕННЯ ЗАПАСУ СТІЙКОСТІ І ШВИДКОДІЇ НЕПЕРЕРВНИХ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ

**Мета роботи:** підвищити запас стійкості і швидкодію лінійних систем шляхом введення коректуючих пристроїв.

#### 1. Основні теоретичні відомості

**Корекція неперервної лінійної системи.** Підвищення запасу стійкості досягається раціональним вибором параметрів системи і введенням в неї спеціальних пристроїв, які називаються коректуючими. Коректуючі пристрої це динамічні ланки з визначеними передавальними функціями. Вибір передавальної функції коректуючого пристрою також залежить від необхідної швидкодії САР.

Коректуюча ланка, ввімкнута в систему, проводить такий розподіл нулів і полюсів передавальної функції розімкнутої і замкнутої системи, при якому САР задовільняє не тільки критерію стійкості, але і критерію якості.

Графічна інтерпретація дії коректуючого пристрою показана на рисунку 1, на якому залежність 1 відповідає а.ф.х. нестійкій системі, а залежність 2 відповідає а.ф.х. скоректованій системі, тобто системі, в якій введені коректуючі пристрої. З рисунку наглядно видно, що розв'язок задачі досягнення необхідних якісних показників полягає в деформації (корекції) а.ф.х. розімкнутої системи в потрібному напрямку.

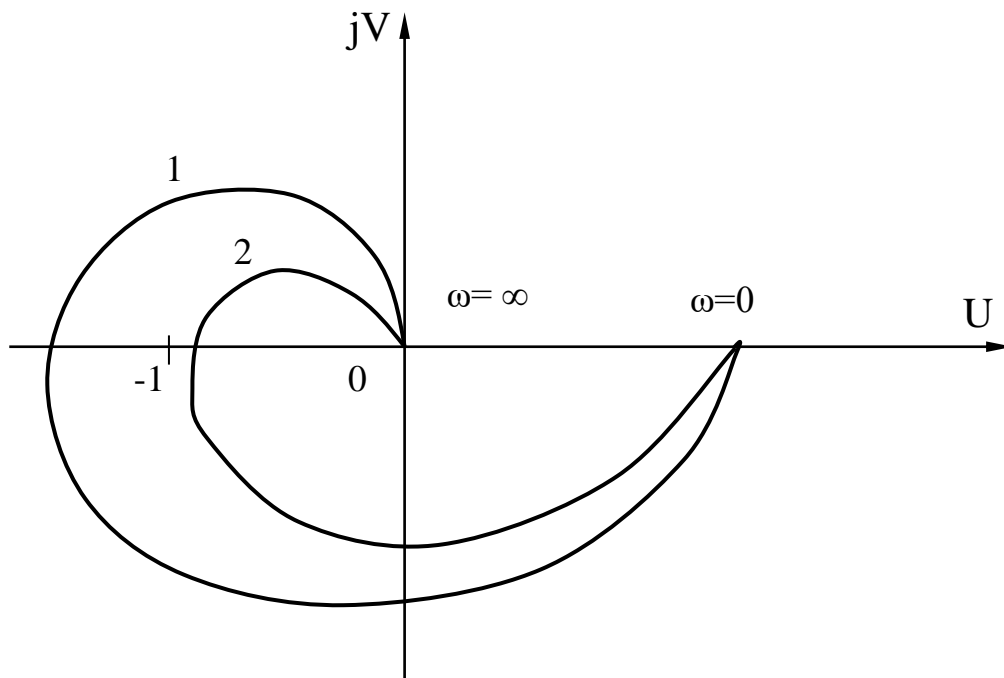


Рис. 1

Звичайно задача підвищення запасу стійкості і досягнення необхідної швидкодії тісно пов'язана з задачею підвищення точності.

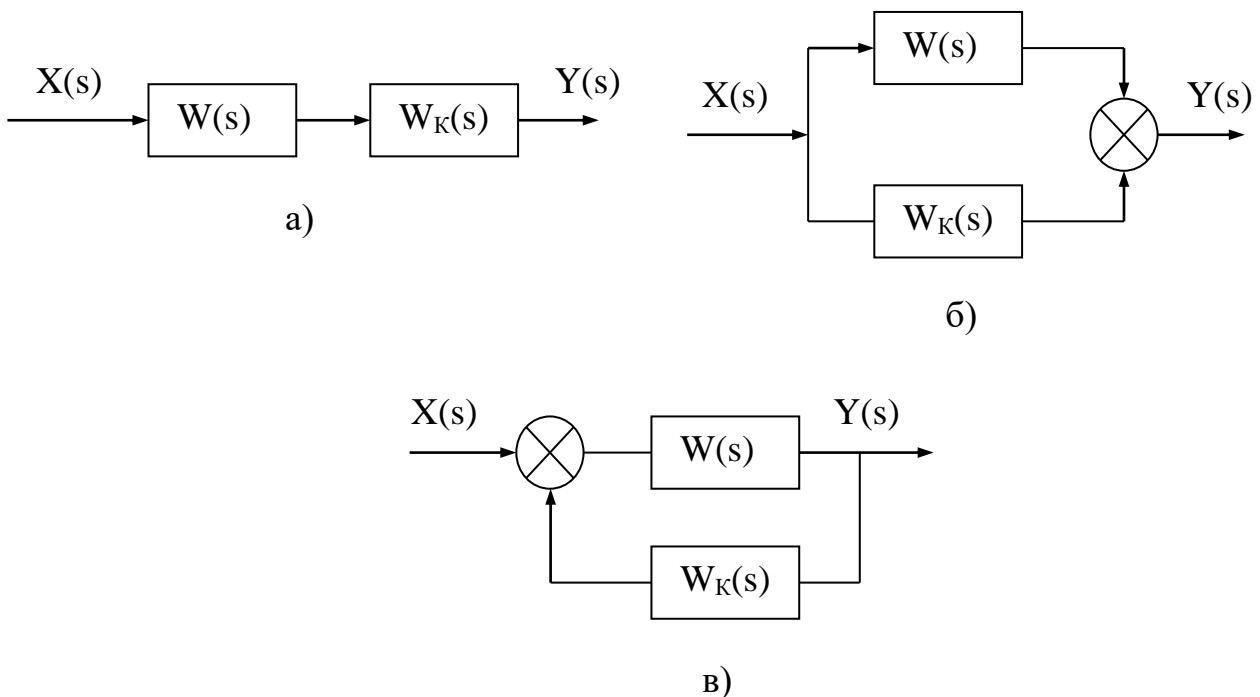


Рис. 2

Коректуючі пристрої САР поділяються на основні три типи: послідовні (рис. 2, а), паралельні (рис. 2, б) і додаткові зворотні зв'язки (рис. 2, в).

В лінійних системах для коректуючого пристрою одного типу завжди можна підібрати еквівалентний пристрій іншого типу. Тому прийняття якого-небудь коректного типу коректуючого пристрою диктується зручністю технічної реалізації.

Найбільш часто використовують послідовні коректуючі пристрої, які представляють собою активні і пасивні ланки на RC - елементах.

Вибір передавальної функції коректуючого пристрою, який забезпечує потрібні показники якості є задачею синтезу САР. При цьому виходять з того, що об'єкт регулювання (незмінна частина системи) заданий, а синтезу підлягаю коректуючий пристрій (регулятор). Розв'язок цієї задачі особливо ефективно одержують використовуючи логарифмічні частотні характеристики.

Вихідними даними є л.а.х. некоректованої системи  $L$  і вимоги, які пред'являються до процесу керування або регулювання. На основі цих вимог будується бажана л.а.х.  $L_б$ . Різниця  $L-L_б$  дає необхідну л.а.х. послідовно коректуючого пристрою  $L_к$ . По вигляду л.а.х. визначається передавальна функція і параметри коректуючого пристрою. При побудові бажаної л.а.х. необхідно врахувати такі рекомендації.

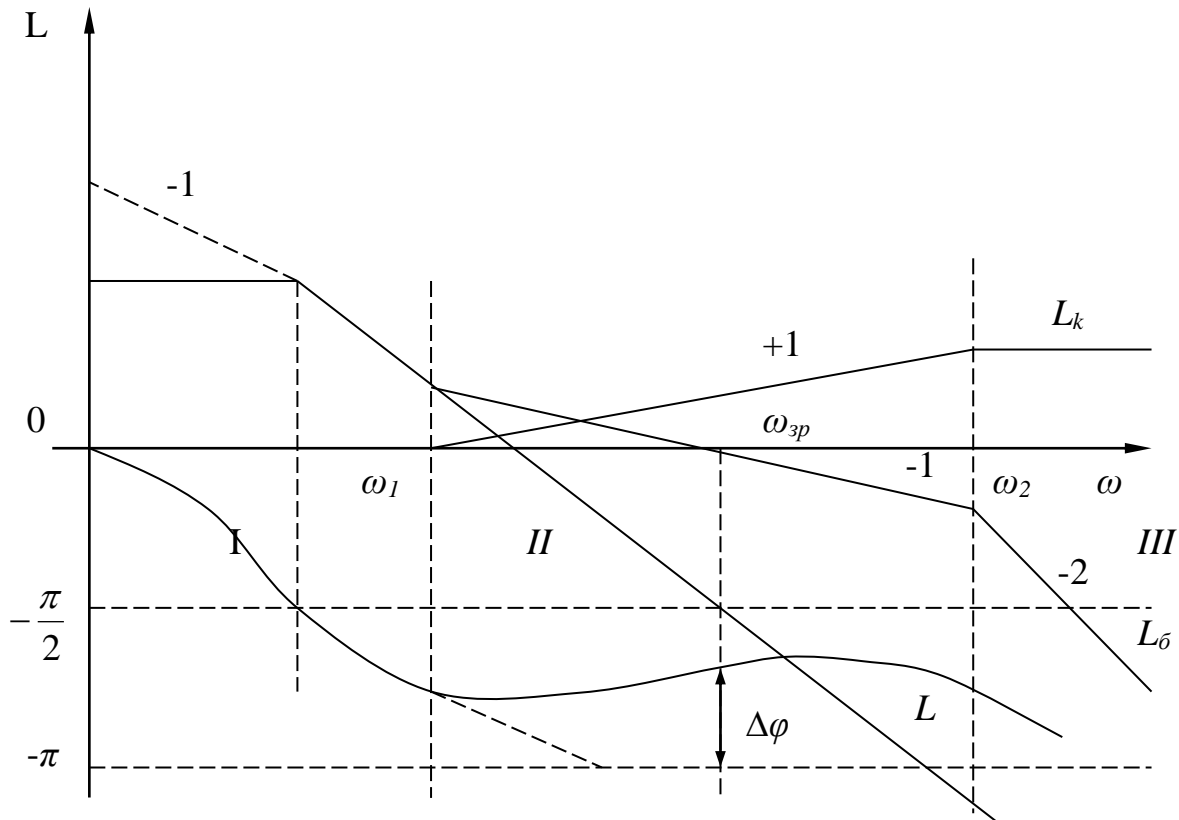


Рис. 3

Низькочастотна область *I* л.а.х. (рис. 3) визначає головним чином точність САР. Зв'язок між величиною коефіцієнта підсилення і величиною похибки для статичної системи має вигляд

$$L(0) = 20 \cdot \lg\left(\frac{x}{\Delta} - 1\right)$$

де  $x$  – вхідна дія (сигнал) САР;  $\Delta$  – допустима величина помилки.

Для астатичної системи першого порядку ( $\Delta = 0$ ) нахил л.а.х. в області низьких частот  $-20$  дб/дек.

Середньочастотна область *II* системи, яка прилягає до частоти зрізу  $\omega_{zp}$ , визначає в основному запас стійкості, тобто якість перехідних процесів. В цій частині нахил л.а.х. вибирається рівним  $20$  дб/дек, що дозволяє звичайно забезпечити необхідний запас стійкості. Чим більша довжина цієї ділянки, тим більший запас стійкості, тобто вища якість перехідного процесу. Величину частоти зрізу  $\omega_{zp}$  системи можна визначити по формулі

$$\omega_{zp} = \frac{\pi \cdot \lambda_{\delta}}{t_p}$$

де  $t_p$  – час регулювання (час, за який відхилення перехідної функції замкненої системи становить менше  $\varepsilon = (1 \div 5)\%$  від усталеного значення).

Залежність коефіцієнта  $\lambda_\delta$  від перерегулювання  $\delta$  представлена на рис. 4. Частота спряження середньочастотної ділянки л.а.х. з попередньою і наступною одержується з співвідношення:

$$\omega_1 = \frac{\omega_{3p}^2}{\omega_2}, \quad \omega_2 \approx (2 \div 4) \cdot \omega_{3p}$$

Високочастотна область III л.ч.х. порівняно несильно впливає на вигляд перехідного процесу, тому її вибирають якомога близько до л.а.х. вихідної системи.

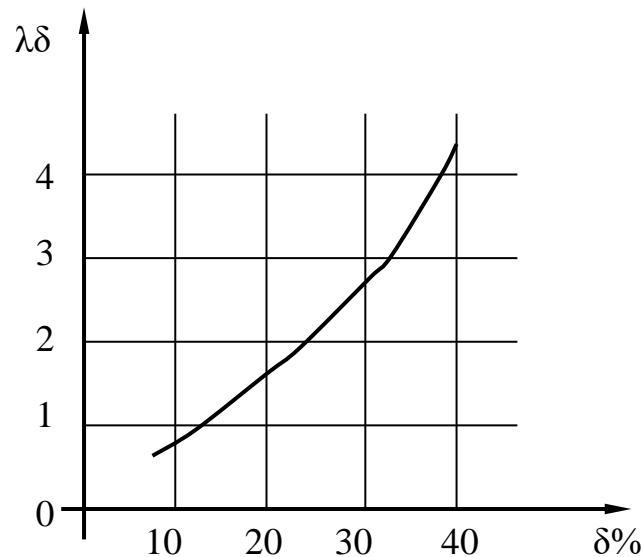


Рис. 4

Нахил л.а.х. в цій області становить - 40 дб/дек або -60 дб/дек.

## 2. Попереднє завдання

1. Записати передавальну функцію розімкнутої системи вказаного варіанту завдання, використовуючи матеріали Додатку 2.
2. Побудувати асимптотичну л.а.х. і л.ф.х. розімкнутої системи.
3. Побудувати л.а.х. бажаної системи, використовуючи набір ланок синтезу.
4. Побудувати л.а.х. коректуючої ланки, використовуючи набір ланок синтезу.
5. Записати передавальну функцію коректуючої ланки і обчислити її параметри.
6. Намалювати структурну схему замкненої САР.

### 3. Робоче завдання

1. Зібрати замкнуту САР з ланок, які вказані в варіанті завдання, використовуючи в якості регулятора ланку  $Y(p)$  (вхід X9). Зібрана система повинна мати від'ємний зворотній зв'язок, для цього необхідно контролювати знаки передаючих функцій ланок і при необхідності включати в склад системи інвертуючу ланку  $K=-1$  (гніздо X17, X18).
2. Спостерігати зрив автоколивань в замкнутій САР при підключенні коректуючої ланки.
3. Заосцилографувати перехідні функції досліджуваної САР при включеній коректуючій ланці (регуляторі) і без неї.
4. Виміряти величину помилки регулювання для статичної і астатичної систем.

### 4. Виконання робочого завдання

1. Натиснути клавішу S2 і S5 перемикача.
2. Зміною величини опору R ланки  $Y(p)$  плавним обертання ручки  $U_{вх}$  одержати автоколивання в системі.
3. Комутацією перемикачів S1 і S2 ланки  $Y(p)$  одержати необхідну передавальну функцію коректуючої ланки.
4. Для осцилографування процесу на вхід X10 ланки  $Y(p)$  подають сходинову дію  $X(t)=1(t)$ . При осцилографуванні перехідних процесів ручку  $U_{вх}$  встановити в положення, яке відповідає одиночному коефіцієнту передачі ланки  $Y(p)$  при натиснутій клавіші S1 і відтиснутій клавіші S1 перемикача.
5. Вимірювання виконувати при масштабах осцилографа по осі часу - 1 мс/діл і по осі напруг - 5 в/діл.
6. Синхронізуючий вхід осцилографа підключити до гнізда "Синхр" на передній панелі стенда.
7. Вимірювання помилки регулювання здійснювати порівнянням з допомогою осцилографа величини сигналів в гніздах X9 і X10, враховуючи співвідношення величини резисторів R2 і R3 ( див. таблицю П2.1).

### 5. Опрацювання результатів досліджень

1. Замалювати осцилограму перехідних процесів.
2. Визначити параметри перехідних процесів.

## 6. Література

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

## Лабораторна робота №8

### ДОСЛІДЖЕННЯ ІМПУЛЬСНОГО ЕЛЕМЕНТУ

#### 1. Розімкнута лінійна імпульсна система і методи її дослідження

Загальним для імпульсних і цифрових систем є наявність ефекту квантування сигналів по часу. Імпульсні і цифрові системи курування відрізняються від неперервних систем наявністю в каналі керування імпульсного елемента (ІЕ), що перетворює неперервну величину в послідовність імпульсів тої чи іншої форми (рис. 1, а).

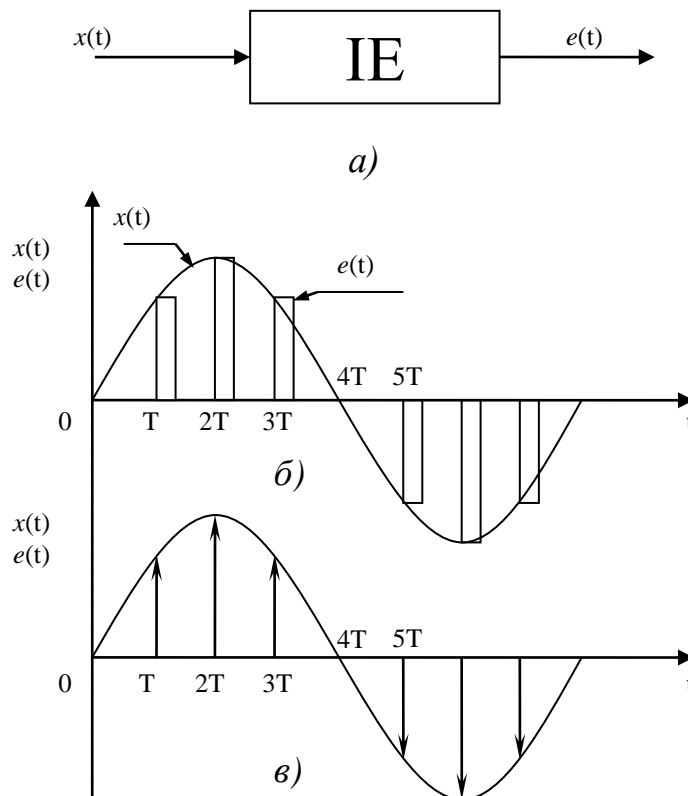


Рис. 1

Форма імпульсів може бути різною і визначається функцією форми  $W_\phi(t)$ . Функція форми дозволяє просто записати аналітичний вираз для вихідної величини імпульсного елемента. Так при довільному входному сигналі  $X(t)$  вихідний сигнал імпульсного елемента для моментів часу  $\gamma T_0 \leq t \leq (n+1)T_0, n=0, 1, 2, \dots$ , описується рівнянням (рис. 1, б)

$$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} X[nT_0] \omega_\phi[t - nT_0].$$

Тут  $T_0$  – період повторення імпульсного елемента,  $\gamma T_0$  – тривалість імпульсів ( $0 < \gamma \leq 1$ ).



З наведеного співвідношення виходить, що в правій його частині фігурує не функція  $X(t)$ , а її дискретні значення  $X[nT_0]$ . Це свідчить про те, що імпульсний елемент реагує не на весть вхідний сигнал, а тільки на його значення в дискретні моменти часу  $nT_0$ . Інформація про поведінку сигналу  $X(t)$  в проміжках між моментами часу  $t=nT_0$  після проходження через імпульсний елемент втрачається. З цього випливає, що вихідна величина  $X(t)$  імпульсного елемента буде одною і тією ж для різних сигналів  $X(t)$ , якщо значення цих сигналів в моменти часу  $t=nT_0$  однакові.

Імпульсний елемент, в якого функція форми представляє одиничну  $\delta$ -функцію називають ідеальним. Вихідна величина ідеального імпульсного елемента представляє собою послідовність модульованих по “площі”  $\delta$ -функцій (рис. 1, в)

$$X(t) = \sum_{n=0}^{\infty} X[nT_0] \delta_{\phi}[t - nT_0].$$

Реального фізичного змісту ідеальний імпульсний елемент не має і являє собою математичну абстракцію. Представивши

$$\delta_T(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \delta[t - nT_0],$$

отримаємо вираз для вихідного сигналу

імпульсного елемента, що здійснює амплітудо-імпульсну модуляцію

$$e^*(t) = X(t) \delta_T(t).$$

Основними параметрами імпульсного елемента є коефіцієнт передачі  $K_{II}$ , період повторення  $T$ , тривалість  $\gamma T$  і форма вихідних імпульсів. В залежності від виду і роду імпульсної модуляції імпульсні елементи розділяються на амплітудні, широтні і часові. Залежність величини модулюємого параметру вихідної послідовності від відповідних дискретних значень вхідної величини називається характеристикою імпульсного елемента.

Ця характеристика може бути лінійною і нелінійною. Крутизна лінійної характеристики дорівнює коефіцієнту передачі імпульсного елемента

$$K_{II} = \frac{e[nT]}{X[nT]},$$

де  $X[nT]$  – значення вхідної величини в дискретний момент часу;  
 $e[nT]$  – відповідна йому амплітуда імпульса.

Середнє значення напруги на виході імпульсного елемента рівне

$$U_{IE} = \frac{U_{II} t_{II}}{T},$$

де  $U_{II}$  – амплітуда імпульса;  
 $t_{II}$  – тривалість імпульса;  
 $T$  – період квантування імпульсів.

Крутизна характеристики широтного імпульсного елемента

$$\lambda = \frac{\gamma T}{\{X[nt]\}}.$$

З розглянутого випливає, що амплітудний імпульсний елемент володіє постійними параметрами, а широтний – змінними параметрами.

Реальний імпульсний елемент в залежності від параметрів вихідного сигналу здійснює амплітудну імпульсну модуляцію першого або другого порядку. Якщо вихідний сигнал імпульсного елемента визначається вхідним в тактові моменти часу і не змінюється протягом часу існування імпульса, то здійснюється амплітудно-імпульсна модуляція першого роду. Коли вихідний сигнал імпульсного елемента змінюється у відповідності з даним значенням модулюючої функції, то здійснюється амплітудно-імпульсна модуляція другого роду.

Реальний імпульсний елемент, що здійснює амплітудно-імпульсну модуляцію першого роду, може бути замінений еквівалентною йому в розумінні проходження сигналу структурною схемою, що складається з послідовного з'єднання ідеального імпульсного і формуючого елементів. В якості формуючого елемента застосовують динамічну ланку з передавальною функцією

$$W_{\phi}(p) = L\{\omega_{\phi}(t)\} = \int_0^{\infty} \omega_{\phi}(t) e^{-pt} dt,$$

де  $\omega_{\phi}(t)$  в даному випадку представляє собою функцію ваги формуючої ланки. Структурна схема системи автоматичного керування, що містить такий імпульсний елемент, зображена на рис. 2, де  $W_n(p)$  – передавальна функція неперервної частини. Формуючий елемент і неперервна частина сумісно утворюють так звану приведену неперервну частину.

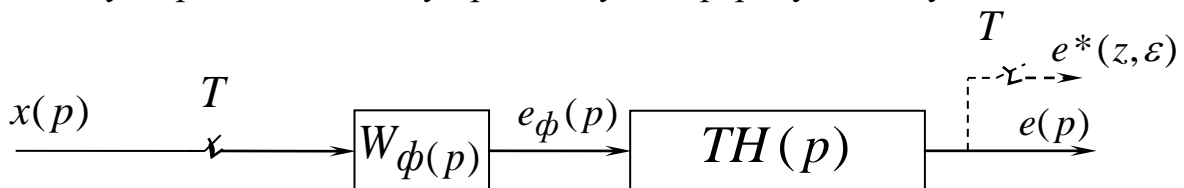


Рис. 2

Коли в системі здійснюється амплітудно-імпульсна модуляція першого роду (рис. 1, б) передавальна функція формуючого елемента має вигляд

$$W_{\phi}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Дана передавальна функція формуючого елемента справедлива і для широтно-імпульсної модуляції другого роду, коли тривалість реального імпульсу мала.

Передавальна функція формуючого елементу з фіксацією на період, при  $\gamma=1$  має вигляд

$$W_{\phi}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}.$$

Дану динамічну ланку називають екстраполятором нульового порядку.

Реакцію приведеної неперервної частини  $H(p)$  на вихідний сигнал імпульсного елементу визначаємо, скориставшись структурною схемою розімкнутої системи регулювання, зображеною на рис. 2, і застосувавши математичний апарат  $Z$ -перетворення.

Для випадку ідеального імпульсного елемента і коли  $W_{\phi}(p)=1$ , зв'язок між вхідним і вихідним сигналами має наступний вигляд

$$e^*(Z, \varepsilon) = TX^*(Z)W^*(Z, \varepsilon),$$

де  $X^*(Z)$  являє собою  $Z$ -перетворення вхідного сигналу імпульсного елемента;

$W^*(Z, \gamma)$  – модифіковане  $Z$ -перетворення передавальної функції приведеної неперервної частини.

Розглянемо процес в системі для випадку, коли вхідний сигнал

$X(p) = \frac{1}{p}$ , тобто являє собою одиничну ступінчасту функцію. В цьому

випадку при  $\gamma=0$  отримуємо правостороннє значення  $(nT+)$  реакції неперервної частини системи на вихідний сигнал  $\gamma_T(t)$  імпульсного елемента. Коли приведена неперервна частина системи представлена у

вигляді аперіодичної ланки з передавальною функцією  $W(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)}$ ,

вихідний сигнал дорівнює

$$e^*(Z, 0) = \frac{T}{T_1} \frac{Z}{Z-1} \frac{Z}{Z - e^{-\frac{T}{T_1}}}.$$

Коли  $\gamma=1$  отримуємо формулу для реакції ланки  $W(p)$  на послідовність  $\gamma(t)$

$$e^*(Z, 1) = \frac{T}{T_1} \frac{Z}{Z-1} \frac{Ze^{-\frac{T}{T_1}}}{Z - e^{-\frac{T}{T_1}}},$$

з якої виходить, що

$$e^*(Z, 1) = e^*(Z, 0)e^{-\frac{T}{T_1}}.$$

Значення реакції неперервної частини системи  $e[nT]$  може бути отримано у вигляді коефіцієнтів при  $Z^{-n}$  розкладу в степеневий ряд функції  $e^*(Z,0)$  і  $e^*(Z,1)$

$$e^*(Z) = C_0 + C_1Z^{-1} + C_2Z^{-2} + C_3Z^{-3} + \dots + C_nZ^{-n}.$$

Коефіцієнти  $C_0, C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$  чисельно рівні при  $\gamma=0$  правостороннім значенням реакції ланки  $W(p)$  в тактові моменти часу  $nT$ , а лівостороннім – зсунутим на один такт вправо значенням при  $\gamma=1$ . Значення коефіцієнтів степеневого ряду отримують шляхом простого ділення чисельника функції  $e^*(Z,0)$  або  $e^*(Z,1)$  на її знаменник.

Закон зміни реакції для розглянутої ланки  $W(p) = \frac{1}{(T_1p + 1)}$  зображено на рис. 3.

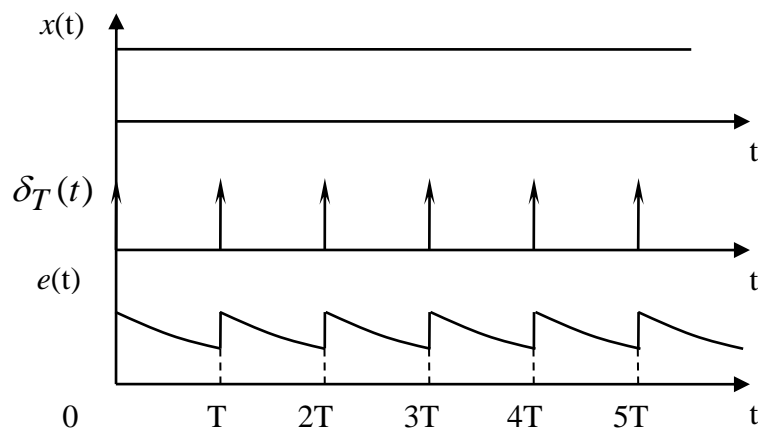


Рис. 3

Початкове і кінцеве значення реакції неперервної приведенної частини на вихідний сигнал імпульсного елемента можна отримати на основі відповідних теорем  $Z$ -перетворення

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e(nT) = \lim_{Z \rightarrow \infty} e^*(Z),$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e(nT) = \lim_{Z \rightarrow 1} (Z - 1)e^*(Z).$$

Реакція приведенної неперервної частини на вихідний сигнал реального імпульсного елемента при  $W_\phi(p) = \frac{1 - e^{-\gamma T p}}{p}$  для випадку, коли

$\gamma < 1$  може бути визначена згідно формули

$$e^*(Z, \varepsilon) = \gamma T X^*(Z) H^*(Z, \varepsilon).$$

В тому випадку, при  $\gamma=0$  отримуємо правосторонні значення реакції в моменти часу  $(n+\gamma)T$ . При  $\gamma=1$ , так як і у випадку ідеального елемента, отримуємо лівосторонні значення реакції в кінці такту. Закон зміни реакції

для розглянутої в якості прикладів ланки з передавальною функцією  $W(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)}$  зображено на рис.4.

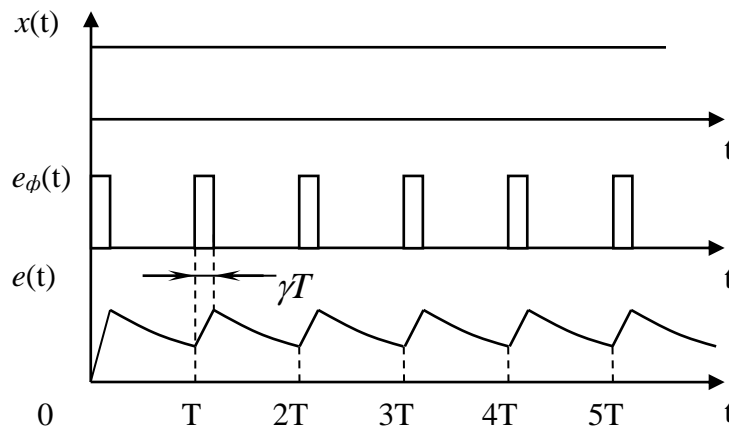


Рис. 4

## 2. Попереднє завдання

1. Нарисувати структурну схему розімкнутої імпульсної системи.
2. Отримати аналітичний вираз для реакції неперервної частини з передавальною функцією вказаного варіанту на вихідні сигнали ідеального і реального імпульсного елемента  $T = \frac{1}{f_{И.Е.}}$ . В лабораторному макеті частота модуляції імпульсного елемента  $f_{И.Е.} = 400$  Гц.

3. Побудувати графіки часових залежностей вихідних сигналів неперервної частини.

## 3. Робоче завдання.

1. Виміряти параметри вихідного сигналу реального імпульсного елемента при входному  $X(t) = I(t)$ .
2. Дослідити реакцію неперервної частини імпульсної системи на вихідний сигнал реального імпульсного елемента.
3. Дослідити вихідний сигнал імпульсного елемента при входному синусоїдальному сигналі.
4. Дослідити вихідний сигнал формуючого елемента і по його вигляду записати передавальну функцію.
5. Визначити коефіцієнт передачі імпульсного елемента при амплітудній модуляції.

## 4. Виконання робочого завдання.

1. Контроль форми сигналів і зміна їх параметрів в даній роботі здійснюється за допомогою осцилографа, синхронізуючий вхід якого

підключено до виходу “синхронізація”, розташованому на передній панелі стенду. Місштаб по вісі часу осцилографа 1 мВ/под.

2. Подати на вхід X13 імпульсного елементу ІЕ вхідний сигнал 1(t). Вхідний сигнал 1(t) контролювати першим каналом осцилографа, досягнувши органами його керування стійкого зображення ступінчатого сигналу.

3. Підключити вхід X14 широтно-імпульсного модулятора ШІМ до виходу джерела живлення Е1.

4. Вихідний сигнал імпульсного елементу контролювати на виході X16 другим виходом осцилографа.

5. Зміною величини і знаку напруги джерела живлення Е1 шляхом обертання ручки “Е1” стенду отримати на виході X16 імпульсного елементу послідовність прямокутних імпульсів. Встановити відносну тривалість імпульсів імпульсного елементу  $\gamma = \frac{t_u}{T} = 0,1$ , де  $t_u$  – тривалість імпульсів,  $T$  – період тривалості імпульсів.

6. За допомогою осцилографа заміряти параметри імпульсів ( $t_u$ ,  $U_u$ ).

7. Підключити вихідний сигнал імпульсного елементу (вихід X16) до входу вказаної у варіанті завдання ланки приведеної неперервної частини системи.

8. Контролювати реакцію вибраної ланки на вихідний сигнал імпульсного елементу другим входом осцилографа. Для зручності осцилографування реакції досліджуваних ланок перемикачі полярності другого входу осцилографа встановити наблюдаємі сигнали по обом каналам одного знаку.

9. Зарисувати в робочій журнал осцилограми наблюдаємих на осцилографі сигналів для кожної з вказаних ланок, визначивши їх величини на початку і в кінці тактового інтервалу. Для підвищення точності вимірювань змінювати коефіцієнт вхідного ділильника осцилографа. При зміні користуватися результатами виконаних розрахунків попереднього завдання.

10. Підключити до входу X13 імпульсного елементу вихід генератора синусоїдальних сигналів, встановивши його виході сигнал мінімальної частоти і амплітудою  $U=5$  В.

11. Зняти осцилограму вихідного сигналу на гнізді X16 імпульсного елементу.

12. Зняти осцилограму вихідного сигналу формуючого елементу ФЕ (вихід X15).

## **5. Опрацювання результатів досліджень**

1. Зарисувати осцилограми досліджуваних сигналів.

2. По осцилограмі вихідного сигналу формуючого елементу записати його передавальну функцію.

3. По осцилограмі вихідного сигналу імпульсного елемента при гармонічному вхідному сигналі визначити рід амплітудо-імпульсної модуляції.

4. Порівняти результати теоретичних і експериментальних досліджень реакції лінійних ланок на вихідний сигнал реального імпульсного елемента.

### **6. Контрольні питання і завдання**

1. У чому полягають основні відмінності дискретних систем від безперервних ?

2. Наведіть класифікацію імпульсних САК за видами модуляції.

3. Вкажіть основні переваги імпульсних систем порівняно з безперервними.

4. Що таке імпульсний елемент і якими параметрами він характеризується ?

5. Як подається реальний імпульсний елемент при математичному описанні імпульсних систем ?

6. Що таке екстраполятор нульового порядку ?

7. Що таке  $z$ -перетворення ? Чому воно більш придатне для дослідження імпульсних систем порівняно із дискретним перетворенням Лапласа ?

### **7. Література**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування.

К.: "Либідь", 2007. – 544 с.

2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.

3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПІ–СУАР", 1995. – 50 с.

## ДОСЛІДЖЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ.

### 1. Замкнута імпульсна система автоматичного керування і методи її дослідження.

Структурна схема замкнутої системи автоматичного керування зображена на рис. 1.

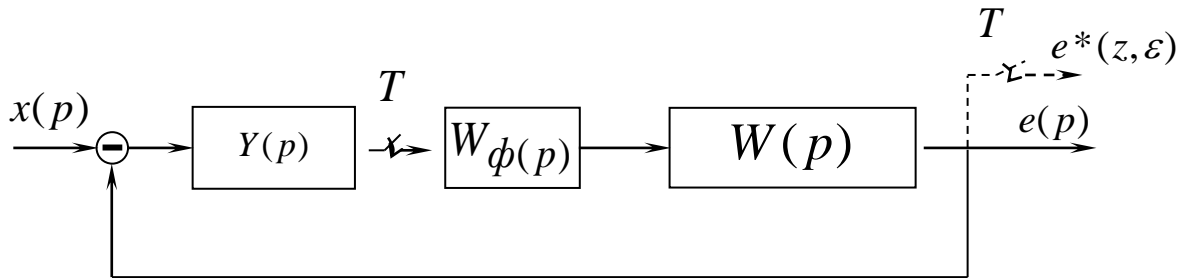


Рис. 1

До даної структурної схеми може бути приведена велика кількість конкретних систем імпульсного керування. В залежності від виду передавальної функції формуючої ланки можемо отримувати систему з ідеальними, коли  $W_{\phi}(p)=1$ , і реальними імпульсними елементами. Наприклад, при аналізі динамічних процесів автоматичного керування струмом і напругою навантаження випрямляча або широтного перетворювача користуються поняттям ідеального імпульсного елемента. В імпульсній системі регулювання температури використовується елемент із прямокутними імпульсами, передавальна функція формуючої ланки якого

$$W_{\phi}(p) = \frac{1 - e^{-\gamma T}}{p}.$$

Математичний опис системи з реальним імпульсним елементом дещо складніше у порівнянні з ідеальним.

Коли реальний імпульсний елемент формує прямокутні імпульси малої тривалості у порівнянні із періодом дискретизації, тобто  $\gamma \ll 1$ , можна приблизно рахувати  $e^{-\gamma T} \approx 1 - \gamma T$ . Дане припущення дозволяє з досить високою точністю аналізувати системи, що містять реальний імпульсний елемент, користуючись поняттям ідеального імпульсного елемента. В результаті прийнятого припущення і виконання на його основі перетворень структурна схема, зображена на рис. 1 трансформується до вигляду, зображеному на рис. 2. Лінійні ланки з передавальними функціями  $Y(p)$  і  $W(p)$  представляють неперервну частину системи. В залежності від призначення імпульсної системи автоматичного керування,



передавальні функції ланок неперервної частини системи можуть бути дуже різними.

В імпульсній системі неперервний сигнал ланки  $Y(p)$  квантується в тактові моменти часу  $T$  імпульсним елементом. Вихідний сигнал  $C[(nT)]$  імпульсного елемента являє собою послідовність одиничних імпульсів, промодульованих по амплітуді вихідним сигналом ланки  $Y(p)$ .

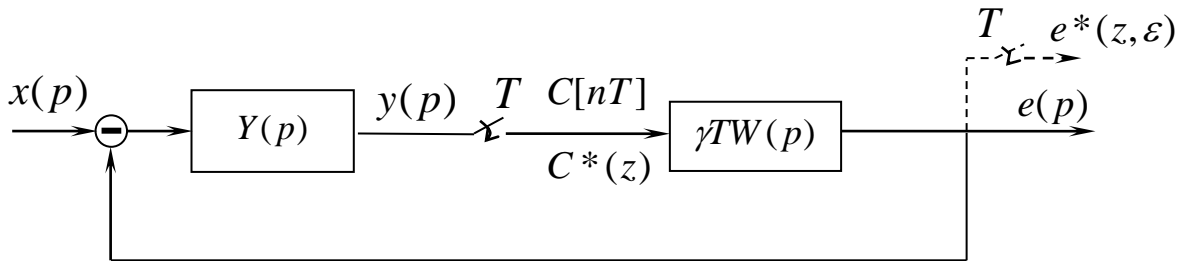


Рис. 2

$$c[nT] = \sum_{n=0}^{\infty} Y(nT) \delta[t - nT].$$

В силу того, що ланка  $W(p)$  має фільтруючі властивості, її реакція  $e(p)$  на послідовність одиничних імпульсів імпульсного елемента являє собою неперервну функцію часу. Часто при аналізі динамічних процесів в імпульсній системі автоматичного керування достатньо мати інформацію про поведінку вихідної координати в тактові моменти часу. В такому випадку до виходу системи підключається фіктивний імпульсний елемент, синхронізований з основним. В приведених на рис. 1 і 2 структурних схемах підключення фіктивних імпульсних елементів показано пунктирними лініями. Вихідний сигнал фіктивного імпульсного елемента являє послідовність одиничних імпульсів, величини яких рівні значенням вихідного сигналу системи в тактові моменти часу.

По аналогії із неперервною системою керування імпульсна система може описуватись передавальною функцією, яка зв'язує  $Z$ -перетворення вихідної величини фіктивного імпульсного елемента із  $Z$ -перетворенням вхідної величини системи

$$G^*(Z) = \frac{e^*(Z)}{X^*(Z)}.$$

Даній передавальній функції відповідає структурна схема імпульсної системи керування, яка не містить безпосередньо перед імпульсним елементом динамічних ланок. Для структурних схем, зображених на рис. 1 і 2, це відповідає випадку, коли  $Y(p)=K$ . Коли приведена умова не виконується, тобто перед імпульсним елементом в системі керування міститься динамічна ланка, то передавальна функція в явному вигляді для такої системи відсутня. В такому випадку при аналізі такої імпульсної

системи автоматичного керування користуються аналітичною залежністю, що визначає зв'язок між вхідним і вихідним сигналами.

Для отримання передавальної функції або залежності між вхідним і вихідним сигналами застосовують різні способи. Один із них полягає внаступному. Виходячи із того, що аналоговий сигнал імпульсним елементом перетворюється в амплітудно-модульовану послідовність одиничних імпульсів, що підлягають  $Z$ -перетворенню, можемо записати, (рис. 2), що

$$e^*(Z) = \gamma T W^*(Z) C^*(Z).$$

В свою чергу для вихідного сигналу імпульсного елемента отримаємо

$$C^*(Z) = X Y^*(Z) - C^*(Z) \gamma T W Y^*(Z);$$

звідки

$$C^*(Z) = \frac{X Y^*(Z)}{1 + \gamma T W Y^*(Z)}.$$

Підставивши формулу для вихідного сигналу імпульсного елемента в формулу для вихідного сигналу системи, отримаємо

$$e^*(Z) = \frac{\gamma T X Y^*(Z) W^*(Z)}{1 + \gamma T W Y^*(Z)},$$

де

$$X Y^*(Z) = Z[X(p)Y(p)],$$

а

$$W Y^*(Z) = Z[W(p)Y(p)].$$

Отриманий аналітичний вираз визначає зв'язок між вхідним і вихідним сигналами досліджуваної системи. Із наведеного виразу виходить, що в розглядуваній системі керування імпульсний елемент здійснює амплітудо-імпульсну модуляцію реакції ланки  $Y(p)$  на вхідний вплив  $X(p)$ . А так як

$$X Y^*(Z) \neq X^*(Z) Y^*(Z),$$

то для даної структурної схеми неможна отримати вираз для передавальної функції.

Динамічні процеси, що протікають в імпульсній системі, так як і в неперервній системі, визначаються властивостями коренів характеристичного рівняння. Тому аналітичний вираз зв'язку між вхідним і вихідним сигналами надає повної інформації про досліджувану систему.

По аналогії із неперервними системами вираз для реакції імпульсної системи керування на вхідний сигнал  $X(p)$  може бути представлений у вигляді суми перехідної і усталеної складових.

$$e[nT] = e_n[nT] + e_{ycm}[nT].$$

Система буде стійкою, якщо перехідна складова має затухаючий в часі характер

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e_n[nT] = 0.$$

Вказана умова виконується, коли корені характеристичного рівняння знаходяться в лівій напівплощині коренів в  $p$ -області. Границею стійкості є уявна вісь (рис. 3, а).

Для побудови області стійкості в  $Z$ -площині відобразимо уявну вісь  $p$ -площини на  $Z$ -площину. Для цього у виразі  $Z = e^{pT}$  замінимо  $p$  на  $j\omega$ , в результаті чого отримаємо

$$Z = e^{j\omega T} = \cos \omega T + j \sin \omega T.$$

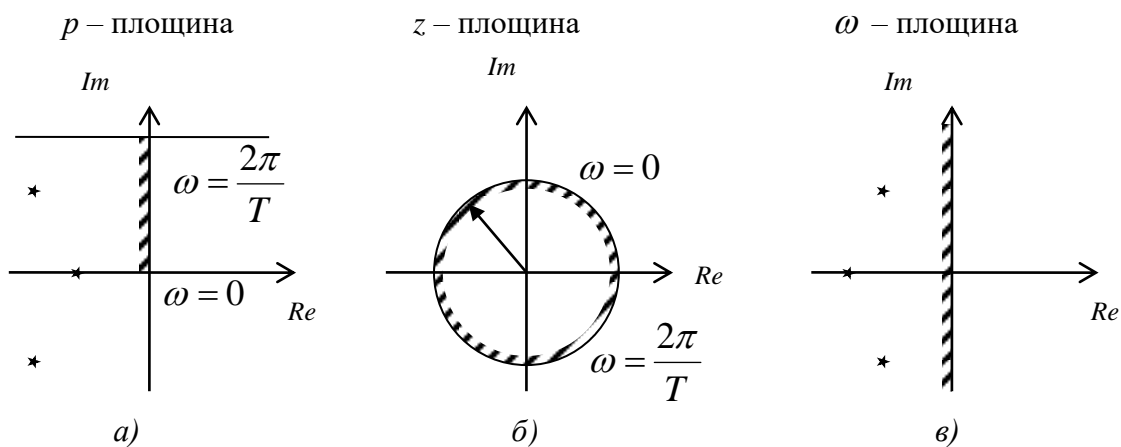


Рис. 3

При зміні частоти  $\omega$  від 0 до  $\frac{2\pi}{T}$  на  $Z$ -площині утвориться коло одиничного радіусу, що обмежує область стійкості (рис. 3, б). Умовою стійкості буде знаходження коренів характеристичного рівняння

$$a_0 Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

імпульсної системи всередині цього кола. Отже, корені повинні бути обмежені по модулю  $|Z_i| < 1$ . Якщо в характеристичному рівнянні зробити підстановку  $Z = \frac{1+w}{1-w}$ , то коло одиничного радіуса перетвориться на уявну вісь на площині  $w$ . При цьому внутрішній частині кола  $Z$ -площини відповідає ліва півплощина  $w$  (рис. 3, в).

В результаті підстановки характеристичне рівняння набуває вигляду

$$a_0 \left( \frac{1+w}{1-w} \right)^n + a_1 \left( \frac{1+w}{1-w} \right)^{n-1} + a_2 \left( \frac{1+w}{1-w} \right)^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

або

$$a_0(1+w)^n + a_1(1+w)^{n-1}(1-w)^n + \dots + a_n(1-w)^n = 0,$$

або

$$a'_0 w^n + a'_1 w^{n-1} + \dots + a'_n = 0,$$

де  $a'_i$  - нові коефіцієнти рівняння.

Для перетворення характеристичного рівняння можна використати критерій Гурвіца. Так як для характеристичного рівняння другого порядку  $a_0 Z^2 + a_1 Z + a_2 = 0$  умови стійкості записуються наступним чином

$$a_0 + a_1 + a_2 > 0;$$

$$a_0 - a_2 > 0;$$

$$a_0 - a_1 + a_2 > 0.$$

Використавши наведену методику, визначимо умови стійкості для системи, зображеної на рис. 2, коли передавальні функції її ланок мають вигляд

$$Y(p) = K \frac{T_6 p + 1}{T_7};$$

$$W(p) = \frac{1}{(T_1 p + 1)^2}.$$

Для цього випадку передавальна функція приведеної неперервної частини системи

$$W(p) = Y(p) W_1(p) W_2(p),$$

а характеристичне рівняння має вигляд

$$1 + \gamma T W^*(Z) = 0.$$

Виконавши  $Z$ -перетворення передавальної функції приведеної неперервної частини системи і підставивши в характеристичне рівняння, отримаємо

$$1 + \gamma K \frac{T}{T_7} \left[ \frac{1}{Z-1} - \frac{\left(1 - \frac{T_6}{T_1}\right) e^{-\frac{T}{T_1}}}{Z - e^{-\frac{T}{T_1}}} \right] = 0.$$

Приведене до канонічного вигляду характеристичне рівняння має вигляд

$$Z^2 + Za_1 + a_2 = 0,$$

$$\text{де } a_1 = \gamma K \frac{T}{T_7} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{T_6}{T_1} \right) e^{-\frac{T}{T_1}} \right] - 1 - e^{-\frac{T}{T_1}}; a_2 = e^{-\frac{T}{T_1}} \left( 1 - \gamma K \frac{T}{T_7} \frac{T_6}{T_1} \right).$$

Із отриманих коефіцієнтів характеристичних рівнянь складемо систему нерівностей, що визначають умову стійкості системи. Розв'язок рівнянь показує, що перші дві умови виконуються для будь-яких значень параметрів системи керування, а з третього випливає умова її стійкості

$$K < 2 \frac{T_7}{\gamma T} \frac{1 + e^{-\frac{T}{T_1}}}{1 - e^{-\frac{T}{T_1}} + 2 \frac{T_6}{T_1} e^{-\frac{T}{T_1}}}.$$

Динамічні властивості імпульсних систем (як замкнених, так і розімкнених) можна характеризувати з допомогою перехідної функції  $h(t)$  і вагової функції  $w(t)$ , які мають той самий зміст, що і у випадку неперервних систем. Найбільш просто можна визначити їх дискретні значення  $h[nT]$  і  $w[nT]$ , скориставшись формулою перетворення

$$h[nT] = \sum_{i=1}^n \operatorname{Re} s[W^*(Z)Z^{n-1}],$$

де  $W^*(Z)$  - зображення перехідної функції.

Лишок в полюсі першого порядку

$$\operatorname{Re} s[W^*(Z)Z^{n-1}] = \lim_{Z \rightarrow Z_i} \frac{N^*(Z)Z^{n-1}}{M'^*(Z)} Z^{n-1},$$

де  $Z_i$  - корінь порядку  $m$ .

У випадку полюса порядку  $m$

$$\operatorname{Re} s[W^*(Z)Z^{n-1}] = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{Z \rightarrow Z_i} \frac{d^{m-1}}{dZ^{m-1}} [W^*(Z)(Z - Z_i)^m].$$

Перехідна характеристика  $h[nT]$  і вагова функція  $w[nT]$  складаються з суми усталених і перехідних складових.

Коли корені характеристичного рівняння  $M^*(Z)=0$  обмежені по модулю  $|Z_i| < 1$ , тобто імпульсна система стійка, перехідна складова із часом затухає. Швидкість її затухання залежить від виду коренів характеристичного рівняння.

Якщо сумістити корені характеристичного рівняння з початком координат  $Z$ -площини, що досягається вибором параметрів системи в результаті якого  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ , то перехідна складова затухає за кінцеве число періодів  $T$  імпульсного елемента. При цьому число періодів перехідного процесу дорівнює порядку характеристичного рівняння. Такий

перехідний процес називається процесом кінцевої тривалості ПКТ, а умови його отримання – умовами процесу кінцевої тривалості.

Подібне явище не зустрічається в неперервних системах автоматичного керування, в яких перехідні процеси затухають лише при  $t \rightarrow \infty$ .

Виконання умов кінцевої тривалості робить систему оптимальною за швидкодією, так як в будь-якому іншому випадку тривалість перехідних процесів буде більше.

Визначимо умови кінцевої тривалості для представленої на рис. 3 імпульсної системи автоматичного керування з передавальними функціями ланок,

$$Y(p) = K \frac{T_6 p + 1}{T_7}, W(p) = \frac{1}{T_1 p + 1}.$$

В даному випадку передавальна функція приведеної неперервної частини системи буде мати різницю порядків поліномів чисельника і знаменника рівною одиниці. Це говорить про те, що реакція приведеної неперервної частини на вихідний сигнал імпульсного елемента має розриви першого роду. Розриви в реакції в часі співпадають з тактовими моментами імпульсного елемента. Інформацію для імпульсного елемента про динамічні процеси в системі несуть лівосторонні значення реакції. Тому для модуляції імпульсним елементом лівосторонніх значень реакції неперервної частини приведемо характеристичне рівняння до вигляду

$$1 + Z^{-1} \gamma T Y W^*(Z, 1) = 0.$$

Виконавши модифіковане Z-перетворення при  $\gamma=1$  передавальної функції приведеної неперервної частини системи підставимо в характеристичне рівняння. Прирівнявши нулю коефіцієнти  $a_1$  і  $a_2$  характеристичні рівняння, отримаємо умову процесу кінцевої тривалості

$$T_6 = T_1 \left( 1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right);$$

$$K = \frac{T_7}{\gamma T \left( 1 - e^{-\frac{T}{T_1}} \right)}.$$

Для перевірки достовірності вибору параметрів аналізуємої системи автоматичного керування визначимо її реакцію на ступінчачу вхідну дію

$X(p) = \frac{1}{p}$ . Для цього виконаємо додаткові перетворення, пов'язані з

отриманням Z-перетворення полінома чисельника аналітичного виразу, що

визначає зв'язок між вхідними і вихідними сигналами системи. Потім, підставивши в поліноми чисельника і знаменника умови процесу кінцевої тривалості і перетворивши, отримаємо вираз для вихідного сигналу системи

$$e^*(Z) = \frac{Z^2 + Z \left( \frac{T}{T_1} \frac{1}{1 - e^{-\frac{T}{T_1}}} - 1 \right)}{Z^2 - Z}$$

Значення перехідного процесу  $e[nT]$  системи можуть бути отримані у вигляді коефіцієнтів при  $Z^{-n}$  розкладанням в степеневий ряд функції  $e^*(Z)$

$$e^*(Z) = C_0 + C_1 Z^{-1} + C_2 Z^{-2} + \dots + C_n Z^{-n}.$$

Коефіцієнти  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_n$  чисельно рівні значенням перехідного процесу системи в тактові моменти часу. Значення коефіцієнтів отримаємо шляхом ділення поліному чисельника функції  $e^*(Z)$  на поліном знаменника.

Початкове і кінцеве значення перехідного процесу в системі можна отримати на основі відповідних теорем  $Z$ -перетворення

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e[nT] = \lim_{Z \rightarrow \infty} e^*[nT],$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} e[nT] = \lim_{Z \rightarrow 1} (Z - 1)e^*(Z).$$

## 2. Попереднє завдання

1. Нарисувати структурну схему замкненої імпульсної системи регулювання згідно рис 3. В якості регулятора  $Y(p)$  використана ланка  $H_6(p)$ . Передавальні функції і параметри вказаних ланок приведено в Таблиці П2.1.

2. Користуючись критерієм стійкості досліджуваної системи, обчислити критичну величину коефіцієнта підсилення  $K$ , враховуючи, що період дискретності імпульсного елемента  $T=2,5 \cdot 10^{-3}$  с, а  $\gamma=0,1$ .

3. Обчислити величину коефіцієнта підсилення  $K$ , необхідну для реалізації процесу кінцевої тривалості.

4. Виконати розрахунок перехідного процесу в досліджуваній системі, використовуючи вираз для  $e^*(Z)$  із врахуванням ПКТ.

## 3. Робоче завдання

Зібрати на лабораторному стенді досліджувану систему згідно структурної схеми.

Виміряти значення коефіцієнта підсилення  $K$ , який відповідає границі стійкості для  $W(p)=W_1(p) W_2(p)$ .

Визначити характер коливань в нестійкій імпульсній системі автоматичного керування. Заосцилографувати автоколивання.

Реалізувати в досліджуваній системі умови ПКТ для  $W(p)=H_1(p)$ . Заосцилографувати перехідний процес при ступінчатій вхідній дії.

#### 4. Виконання робочого завдання

Контроль форми сигналів і зміна їх параметрів в даній роботі здійснюється за допомогою осцилографа, синхронізуючий вхід якого підключено до виходу “Синхр”, розташованого на передній панелі стенду. Масштаб по осі часу осцилографа мс/под., по осі напруги 5 В,под.

Подати на вхід В імпульсного елемента ІЕ вхідний сигнал  $1(t)$ .

Підключити вхід Х14 широтно-імпульсного модулятора ШІМ до виходу джерела живлення Е1.

Вихідний сигнал імпульсного елемента контролювати осцилографом на виході Х16.

Зміною величини і знаку напруги джерела живлення Е1 обертанням ручки стенду “Е1” отримати на виході Х16 імпульсного елемента послідовність прямокутних імпульсів. Встановити відносну тривалість імпульсів  $\gamma = \frac{t_u}{T} = 0,1$ , де  $t_u$  – тривалість імпульсу,  $T$  – період їх тривалості.

Звільнити вхід Х13 і вихід Х16 імпульсного елемента. Зібрати замкнуту імпульсну систему регулювання згідно структурної схеми. Регулятор  $H_6(p)$  реалізується на ланці  $Y(p)$  шляхом вказаних в Таблиці П2.1 комбінацій комутацій перемикачів S1 і S2, при натиснутій клавіші перемикача S5. При з'єднанні ланок враховувати знаки їх передавальних функцій. При необхідності, для отримання від'ємного зворотнього зв'язку, використовувати ланку  $K=-1$ . Сигнал зворотнього зв'язку подавати на вхід Х9 ланки  $Y(p)$ .

Вхід Х10 ланки  $Y(p)$  приєднати до виходу джерела живлення Е1, попередньо встановивши на ньому +2 В.

Збільшенням коефіцієнта підсилення  $K$  добитись виникнення коливань в системі.

Регулювання величини  $K$  здійснюється зміною резистора  $R_y$  ланки  $Y(p)$  поступовим обертанням ручки  $U_{ex}$ .

Зафіксувавши момент виникнення коливань, ланку  $Y(p)$  виключити з системи і з допомогою генератора і вольтметра виміряти величину  $K$ .

Для дослідження ПКТ необхідно попередньо встановити розрахункове значення величини  $K$ , ланку  $Y(p)$  знову включити в контур керування. На вхід Х10 подати вхідну дію  $1(t)$ .

Вхідний сигнал  $1(t)$  контролювати першим входом осцилографа, а сигнал на виході ланки  $W_1(p)$  – другим входом.



### **5. Опрацювання результатів дослідів**

Порівняти розрахункову і експериментальну величини коефіцієнта підсилення  $K$ , що відповідає границі стійкості.

Обчислити відношення частоти автоколивань і частоти модуляції імпульсного елемента.

Порівняти розрахунковий і експериментальний перехідні процеси при входній дії  $1(t)$ .

Визначити число тактів перехідного процесу і порівняти з порядком характеристичного рівняння.

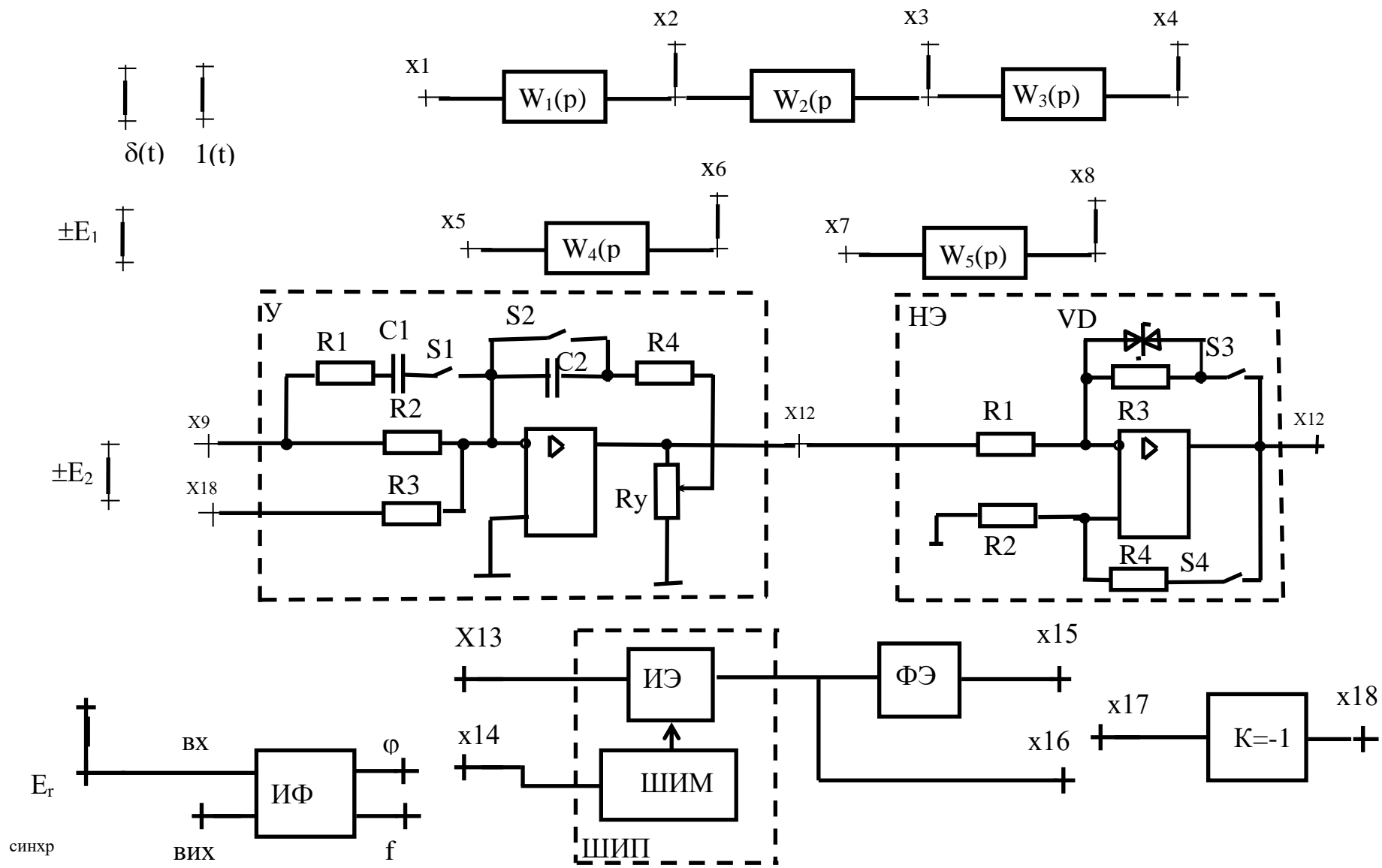
### **6. Контрольні питання і завдання**

1. Вкажіть основні властивості z-перетворення.
2. Наведіть послідовність розв'язку різницевих рівнянь на основі z-перетворення.
3. Запишіть вираз для передаточної функції замкнутої імпульсної системи автоматичного керування.
4. Вкажіть умову стійкості імпульсної системи.
5. Наведіть формули визначення перехідної функції.

### **7. Література**

1. Попович М.Г., Ковальчук О.В. Теорія автоматичного керування. К.: "Либідь", 2007. – 544 с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М. Теорія автоматичного керування. Львів, видавництво Львівської політехніки, 2012. – 279 с.
3. Лабораторний практикум з теорії автоматичного керування. Харківський державний політехнічний інститут, МГП "ХПИ–СУАР", 1995. – 50 с.

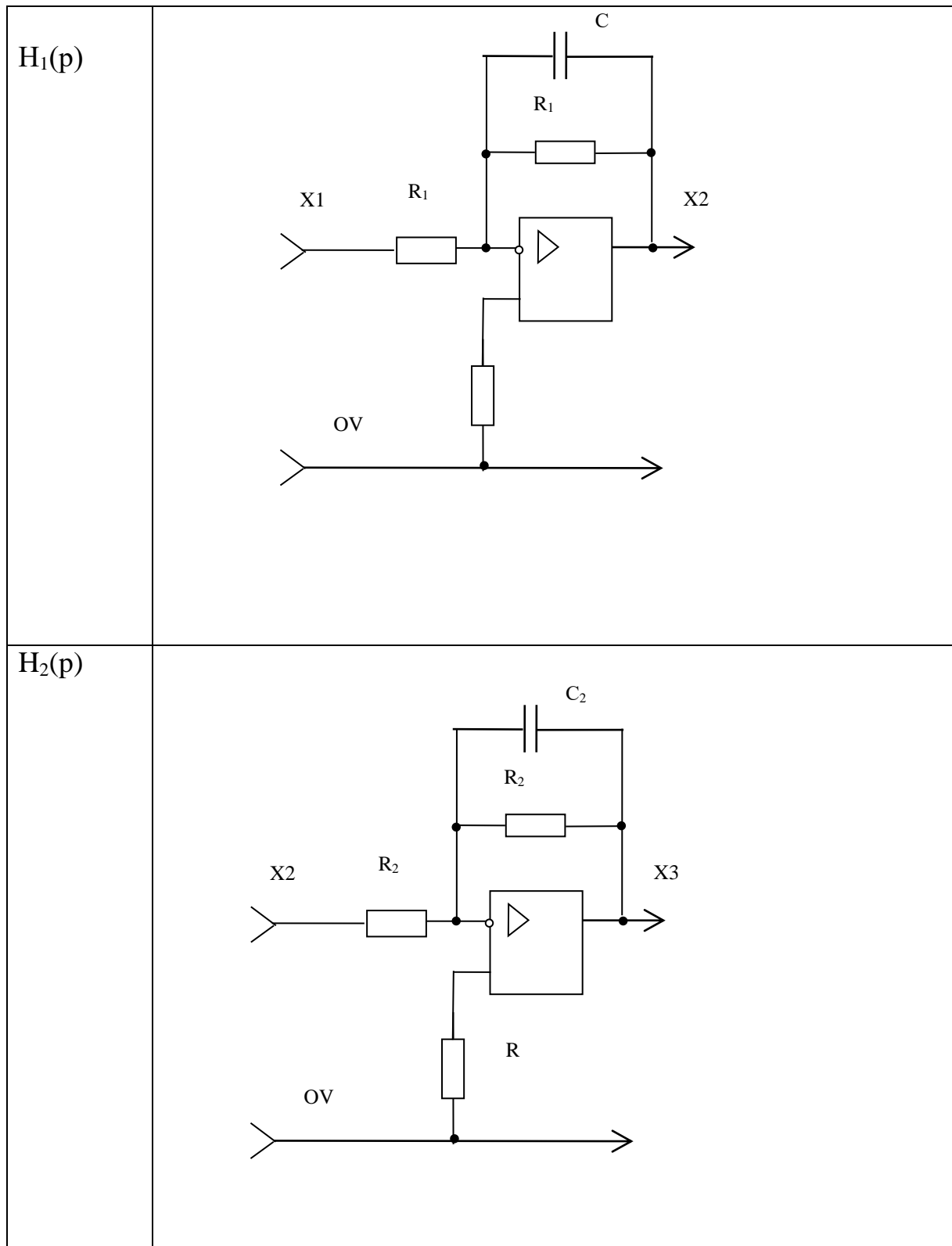
### Додаток 1 Зовнішній вигляд накладної панелі “ТАУ” лабораторного стенду ХПИ-СЧАР

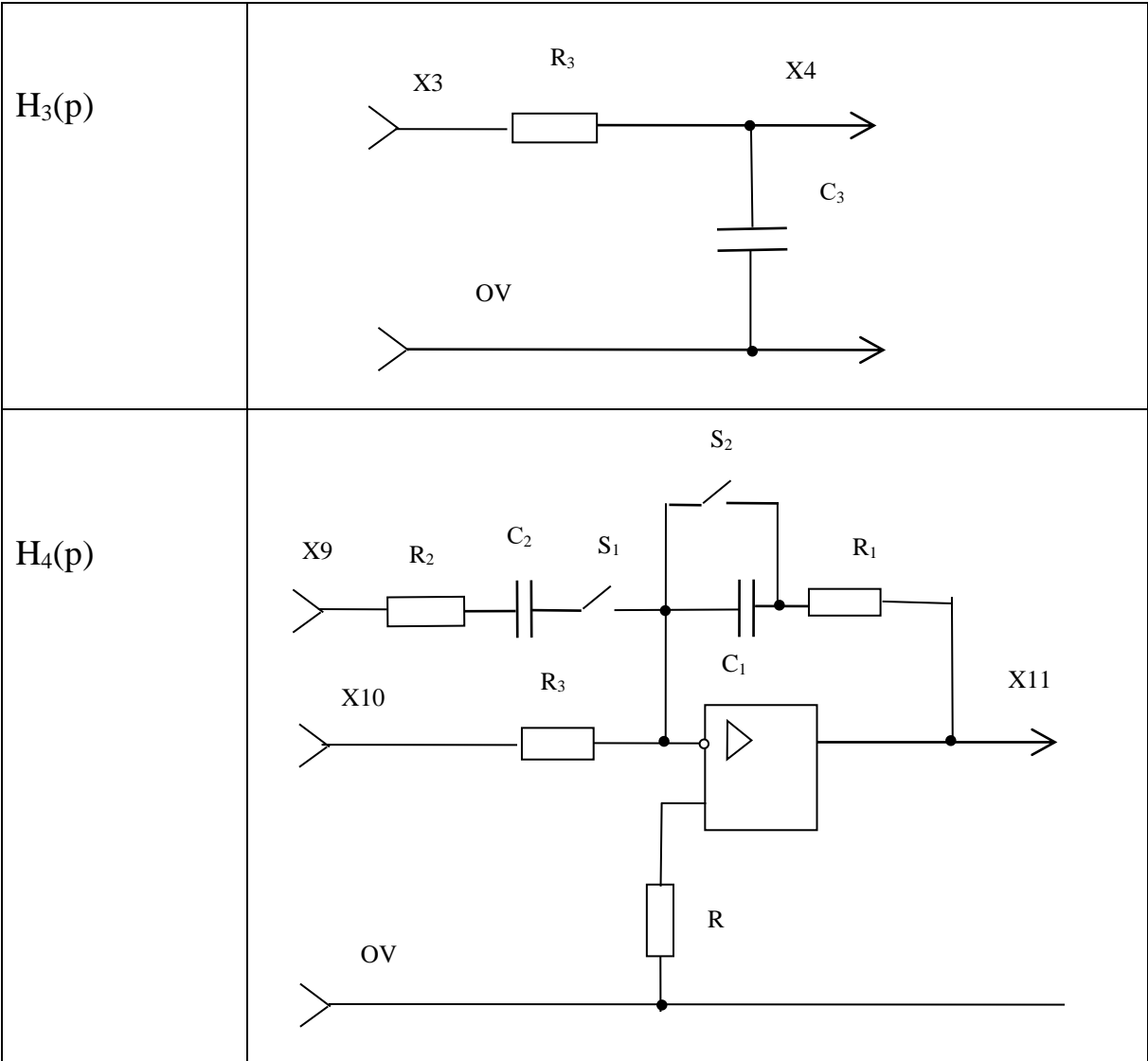


## Додаток 2 Передавальні функції досліджуваних ланок

Номер варіанта	Контр. точки вхід вихід	Передавальна функція ланок	
1	X1 X2	$H_1(p) = - \frac{1}{T_1 p + 1}$	$T_1 = R_1 C_1;$ $R_1 = 22 \text{кОм};$ $C_1 = 0,047 \text{ мкФ}$
2	X2 X3	$H_2(p) = - \frac{1}{T_2 p + 1}$	$T_2 = R_2 C_2;$ $R_2 = 22 \text{кОм};$ $C_2 = 0,047 \text{ мкФ}$
3	X3 X4	$H_3(p) = - \frac{1}{T_3 p + 1}$	$T_3 = RC;$ $R_3 = 5,6 \text{кОм};$ $C_3 = 0,1 \text{ мкФ}$
4	X5 X6	$H_4(p) = - \frac{1}{T_4^2 p^2 + 2\xi T_4 p + 1}$	$T_4 = RC;$ $R = 20 \text{кОм};$ $C = 0,047 \text{ мкФ}$ $\xi = \frac{R_2}{R_2 + R_4};$ $R_2 = 2 \text{кОм};$ $R_4 = 5,6 \text{кОм};$
5	X7 X8	$H_5(p) = - \frac{k\xi T_5 p}{T_5^2 p^2 + 2\xi T_2 p + 1}$	$T_5 = T_4$ $k = \frac{R_4}{R_2}$
6	X9 X10	<p>S1-розімкнутий, S2-розімкнутий, <math display="block">H_6(p) = - \frac{T_6 p + 1}{T_7 p}</math></p> <p>S1-замкнутий, S2-замкнутий, <math display="block">H_7(p) = - \frac{T_3 p + 1}{T_9 p + 1}</math></p> <p>S1-замкнутий, S2-розімкнутий, <math display="block">H_3(p) = - \frac{(T_6 p + 1)(T_8 p + 1)}{T_7 p(T_9 p + 1)}</math></p> <p>S1- розімкнутий, S2-замкнутий, <math display="block">k = - \frac{R_4}{R_2} n, \quad \partial e \quad n = f(R)</math></p>	$T_6 = R_4 C_4;$ $T_7 = R_2 C_2;$ $R_1 = 2 \text{кОм};$ $R_2 = 22 \text{кОм};$ $R_4 = 22 \text{кОм};$ $C_1 = 0,047 \text{ мкФ};$ $C_2 = 0,047 \text{ мкФ};$ $T_8 = (R_1 + R_2) C_1;$ $T_9 = R_1 C_1;$ $R_3 = 110 \text{кОм}.$

### Додаток 3 Електричні схеми досліджуваних ланок





## Зміст

Вступ.....	4
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N1 Дослідження часових характеристик лінійних систем .....	6
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N2 Дослідження частотних характеристик лінійних систем .....	13
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N3 Дослідження часових і частотних характеристик аперіодичної ланки першого порядку .....	20
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N4 Дослідження часових і частотних характеристик аперіодичної ланки другого порядку.....	27
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N5 Дослідження часових і частотних характеристик коливної ланки .....	35
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N6 Дослідження стійкості лінійних неперервних систем .....	43
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N7 Підвищення запасу стійкості і швидкодії неперервних лінійних систем .....	51
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N8 Дослідження імпульсного елемента .....	57
ЛАБОРАТОРНА РОБОТА N9 Дослідження імпульсної системи автоматичного керування .....	65
Додаток 1.....	75
Додаток 2.....	76
Додаток 3.....	77