УДК 621.865

Охнівський Р., Семенець В. – ст. гр. КТ-41
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РУХ КУЛЬ ПО ПАРАПЛЕЛЬНИХ НАПРЯМНИХ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Золотий Р.З.

Ohnivskyi R., Semenets V.
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

MOTION OF BALLS ALONG PARALLEL GUIDES

Supervisor: PhD, Associate Professor Zolotyi R.Z.

Ключові слова: сферичні об’єкти, паралельні напрямні.
Keywords: spherical objects, parallel guides.

В автоматизованих системах подачі сферичних об’єктів (куль) в робочу зону широко використовуються гравітаційні живильники. Кулі характеризуються рівністю моментів інерції відносно довільної осі, що проходить через їх центр, а тому вони не потребують позиціонування за розміщенням чи формою. Отже, при поштучному гравітаційному транспортуванні куль, достатньо полишити їх двох ступенів свободи, а саме накласти зв’язки на лінійне переміщення по осях, спрямованих перпендикулярно напрямку переміщення об’єкту. Для цього використовуються гравітаційні спуски у вигляді паралельно розміщених опорних напрямних. Залежно від форми траси, вибору січення та розмірів напрямних, рух куль матиме свої особливості, що потрібно враховувати при проектуванні трас.

Метою дослідження є встановлення особливостей та визначення кінематичних і динамічних параметрів гравітаційного транспортування сферичних об’єктів (куль) по паралельних напрямних.

Розглянемо гравітаційне транспортування кулі радіусом R по двох прямих паралельних пруткових напрямних радіусом січення відповідно r_1 та r_2, які розміщені з постійною міжосьовою віддаллю $2c$ і нахилені під кутом γ до горизонту. Виберемо систему координат $Oxyz$ так, що осі напрямних суміщаються з площиною Oxy, вісь Ox спрямована за напрямком руху, а вісь Oz - протилежно вектору земного тяжіння. Якщо $r_1 = r_2 = r$, то траса буде симетричною відносно площини Oxz. Для прямих трас куля буде прокочуватись відносно миттєвої осі E_1E_2, яка проходить через точки контакту E_1 та E_2 кулі з напрямними. Віддаль d від центру R кулі до миттєвої осі її обертання буде

$$d = R\sqrt{1 - \frac{c^2}{(R+r)^2}}\,. \tag{1}$$

Якщо куля масою m переміщується по напрямних без проковзування із лінійною швидкістю v, то її кутова швидкість буде $\omega = v/d$. Отже, кінетична енергія рухомої кулі буде

$$W_k = \frac{mv^2}{2}\left(1 + \frac{2R^2}{5d^2}\right). \tag{2}$$

При русі кулі по плоскій поверхні втрати від тертя кочення незначні і в багатьох випадках ними можна нехтувати. Тоді, із умови рівності кінетичної та потенціальної енергії, біжуча швидкість v поступового руху кулі, поданої з висоти h, буде

$$v = \sqrt{\frac{10ghd^2}{5d^2 + 2R^2}} \,. \tag{3}$$

Проте, для випадку руху кулі по напрямних, в кожній точці контакту вектор кутової швидкості обертання кулі $\overline{\omega} = \overline{\omega}_y$ розкладеться на складові - тангенціальну $\omega_\tau = \omega d/(R + r)$, яка спричиняє тертя кочення, та нормальну $\omega_n = \omega\sqrt{1 - d^2/(R + r)^2}$, яка визначає тертя вертіння. В цьому випадку коефіцієнт тертя доцільно визначати за методикою, наведеною в [1].

Якщо вісь Oy та, відповідно, вісь обертання E_1E_2 кулі розміщені під кутом β до горизонту, то нормальні реакції зі сторони напрямних будуть

$$N_{1,2} = G\cos\gamma(\cos(\alpha \mp \beta)/\sin(2\alpha), \tag{4}$$

де α - кут нахилу вектора нормальної реакції напрямної до миттєвої осі обертання кулі, $\alpha = \arcsin\,[c/(R + r)]$; G - вага кулі, $G = mg$.

В цьому випадку залежність (3) прийме вигляд

$$v = \sqrt{\frac{10gsd^2}{5d^2 + 2R^2}\left(\sin\gamma - \mu\cos\gamma\,\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}\right)}, \tag{5}$$

де s - шлях, пройдений кулею від початку руху; μ - узагальнений коефіцієнт опору переміщенню кулі, що враховує тертя кочення та вертіння.

В загальному випадку траса може бути непрямолінійною, тобто характеризуватись поточною кривиною $k = k(s)$, що є функцією від шляху s, $k = k(s)$ розміщення траси. Тоді, крім вказаних сил, на кулю діятиме доцентрова сила $\overline{F}_w = m\overline{w}$ від напрямних, що створює доцентрове прискорення, $w = kv^2$. Динаміка такого руху кулі є складною, оскільки її миттєва вісь обертання під міняє свій напрямок. Тоді рівняння Лагранжа 1 роду складають в інерційній системі координат для поступального переміщення кулі і у власній системі координат для обертового руху кулі:

$$\overline{N}_1 + \overline{N}_2 + \overline{F}_1 + \overline{F}_2 - m(\overline{a} + \overline{w}) + \overline{G} = 0\,;$$

$$\left(\overline{r}_1^{\wedge} + \overline{\delta}_1^{\wedge}\right) \times (\overline{N}_1^{\wedge} + \overline{F}_1^{\wedge}) + \left(\overline{r}_2^{\wedge} + \overline{\delta}_2^{\wedge}\right) \times (\overline{N}_2^{\wedge} + \overline{F}_2^{\wedge}) + T_1^{\wedge} + T_2^{\wedge} - \overline{L}_k^{(e)} = 0\,, \tag{6}$$

де $\overline{N}_{1,2}$ та $\overline{N}_{1,2}^{\wedge}$ - вектори дії нормальних сил на кулю від напрямних, записані, відповідно, в інерційній та власній системах координат; $\overline{F}_{1,2}$ та $\overline{F}_{1,2}^{\wedge}$ - відповідні вектори тангенціальних сил; $\overline{r}_{1,2}$ та $\overline{r}_{1,2}^{\wedge}$ - радіуси-вектори точок контакту кулі з напрямними E_1 та E_2 відповідно; $\overline{\delta}_{1,2}^{\wedge}$ - тангенціальне зміщення площадки контакту кулі з напрямними в точках E_1 та E_2 під дією сил $\overline{F}_{1,}^{\wedge}$ та $\overline{F}_2^{\wedge}$, визначається із контактної задачі Герца; $\overline{L}_k^{(e)}$ - векторна сума моментів сил, як функція моменту інерції та кутового прискорення.

Залежності, аналогічні (6), можуть використовуватись також для моделювання взаємодії об’єктів в потоці в умовах гравітаційного транспортування куль насипом.

Література

1. Автоматизоване визначення динамічних коефіцієнтів тертя при транспортуванні кульових об’єктів / Р.З. Золотий, О. Р. Дмитрів, Р. І. Охнівський, В. П. Семенець // Збірник тез доповідей X Міжнародної науково-практичної конференції молодих учених та студентів „Актуальні задачі сучасних технологій“, 24-25 листопада 2021 року. — Т. : ФОП Паляниця В. А., 2021. — Том І. — С. 5–6.