УДК

Охнівський Р., Семенець В. – ст. гр. КТ-41
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ СФЕРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ У ПОТОЦІ

Науковий керівник: к.т.н., доцент Дмитрів О.Р.

Ohnivskyi R., Semenets V.
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

INVESTIGATION OF THE INTERACTION OF SPHERICAL OBJECTS IN A FLOW

Supervisor: Dmytriv O.R.

Ключові слова: алгебро-логічні функції, обчислюваний експеримент, кулі, потік.
Keywords: algebraic-logical functions, computational experiment, spheres, flow.

Дослідження руху і взаємодії об'єктів (частинок) сферичної форми у потоці можна реалізувати, використовуючи метод обчислювального експерименту, який передбачає побудову повної моделі аналога об'єктів та процесу взаємодії, коли переміщення кожної окремої частинки, її форма та всі її взаємодії визначаються на ЕОМ у відповідності з реальним процесом.

Об'єкти взаємодії записуються у вигляді алгебро-логічних функцій (R-функцій), що утворюють навколо об'єкту скалярне поле одиничного градієнту. Це дозволяє визначати взаємне розміщення об'єктів за рівнями їх полів. Для кожної елементарної поверхні, що обмежують об'єкт, функції мають вигляд $f_i(x,y,z,t)=0$ [1,2].

Для кульового об'єкта взаємодії, який моделюється сферичною поверхнею, алгебраїчна функція, що його описує, у власній системі координат, має вигляд функції центрального (сферичного) поля:

$$f_i(x,y,z)=\sqrt{x^2+y^2+z^2}-r_i, \tag{1}$$

де r_i - радіус i-ої сфери (кулі).

Якщо $f_i(x,y,z)=0$, то рівняння (1) описує множину точок $E_i(x,y,z)$, що лежать на сфері (поверхні кулі), якщо $f_i(x,y,z)<0$, то множину точок $B_i(x,y,z)$, що лежать в тілі кулі, причому значення функції f_i буде відповідати віддалі внутрішньої точки $B_i(x,y,z)$ до поверхні кулі. Точки $A_i(x,y,z)$, для яких $f_i(x,y,z)>0$, лежатимуть поза сферою, а значення f_i відповідатиме віддалі до її поверхні.

Для таких функцій вектор нормалі $\bar{n}$ до поверхні об'єкту рівний вектору градієнту функції, тобто |grad f| = 1:

$$\bar{n}=\mathrm{grad}\ f_i(x,y,z)=\frac{x\cdot\bar{i}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}+\frac{y\cdot\bar{j}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}+\frac{z\cdot\bar{k}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}. \tag{2}$$

Для сфери (поверхні кулі), центр ваги $O_i(x_{i0},y_{i0},z_{i0})$ якої переміщається із швидкістю $\bar{v}_i=v_{ix}\bar{i}+v_{iy}\bar{j}+v_{iz}\bar{k}$, залежність (1) прийме вигляд

$$f_i(x,y,z,t)=\sqrt{(x-x_{i0}+v_{ix}t)^2+(y-y_{i0}+v_{iy}t)^2+(z-z_{i0}+v_{iz}t)^2}-r_i=0. \tag{3}$$

Опис об'єктів залежностями (1), (2) спрощує формулювання задач дослідження процесів взаємодії об'єктів із поверхнями. Функції опису робочих поверхонь є в'язями, що накладаються на переміщення та взаємодію досліджуваних сферичних об'єктів між собою чи з робочими поверхнями. Робочі поверхні жолобів, робочих органів, що утворені тілами обертання чи плоскими поверхнями, також можна описати функціями одиничного градієнту. Так плоска поверхня, що здійснює паралельне переміщення із швидкістю я опишуться залежністю:

$$f_j(x,y,z,t) = \alpha_{nx}(x - x_{j0} + v_{jx}t) + \alpha_{ny}(y - y_{j0} + v_{jy}t) + \alpha_{nz}(z - z_{j0} + v_{jz}t) = 0\,, \quad (4)$$

де α_{nx}, α_{nx} та α_{nz} – направляючі косинуси кутів нахилу нормалі $\overline{n}$ плоскої поверхні до відповідних осей координат; x_{j0}, y_{j0}, z_{j0} - координати базової точки поверхні в момент часу $t = 0$; v_{jx}, v_{jy}, v_{jz} - складові швидкості переміщення робочої поверхні.

Біжуча віддаль від робочої поверхні (4) до кулі (3) буде

$$l_{ji} = \alpha_{nx}[x_{i0} - x_{j0} + (v_{jx} - v_{ix})t] + \alpha_{ny}[y_{i0} - y_{j0} + (v_{jy} - v_{i0})t] + \alpha_{nz}[z_{i0} - z_{j0} + (v_{jz} - v_{i0})t] - r_i\,. \quad (5)$$

Біжуча віддаль між двома кулями O_i та O_k.

$$l_{ik} = \sqrt{[x_{k0} - x_{i0} + (v_{ix} - v_{kx})t]^2 + [y_{k0} - y_{i0} + (v_{iy}t - v_{ky}]^2 + [z_{k0} - z_{i0} + (v_{iz} - v_{kz})t]^2} - r_i - r_k\,. \quad (6)$$

Залежності (5) та (6) використовують для оцінки зближення двох об’єктів, їх контакту ($l_{ji} = 0,\ l_{ik} = 0$). Для визначення параметрів нормальної контактної взаємодії використовують формулу Герца [1]. В [2], на основі імітаційної моделі та реалізованого обчислюваного експерименту, встановлені всі параметри контактної взаємодії об’єктів, та побудована апроксимаційна залежність зміни сили контактної взаємодії $P_{ij}(t)$ в часі.

$$P_{ij}(t) = P_{ij\max}\left(\frac{t}{\tau \cdot t_k}\right)^{\varepsilon}\left[\frac{t_k - t}{t_k(1-\tau)}\right]^{\varepsilon(1-\tau)/\tau} \quad (7)$$

де $P_{ij\max}$ - максимальна сила контактної взаємодії; ε - коефіцієнт форми кривої, для пружного удару $\varepsilon = 2$; t_k - час контактної взаємодії; τ - параметр асиметрії, $\tau = t_{P\max}/t_k$, для симетричної кривої $\tau = 0{,}5$.

За результатами обчислюваного експерименту встановлено, що час контакту t_k практично не залежить від швидкості удару і для кульок постійного радіусу його можна прийняти постійною величиною. З врахуванням (6), закон збереження імпульсу для випадку зіткнення двох однакових кульок матиме вид

$$m_i(1+e)\frac{dl_{ik}}{dt} = \int_0^{t_k} P_{ij}\,\mathrm{d}t = k_P P_{ij\max} t_k\,, \quad (8)$$

де e – коефіцієнт відновлення при ударі; k_P - параметр, що враховує форму кривої (7).

Література

1. The dynamic simulation model of apples contact interaction/ Rogatynskyi R., Hevko R., Nykerui Y., Dmytriv O., Rozum R./Bulletin of the Karaganda university MATHEMATICS Series № 4(96)/2019, P.99-108.

2. Гупка Б.В. Моделі контактної взаємодії частинок технологічного середовища з робочими поверхнями деталей машин / Б. В. Гупка, О. Р. Рогатинська // Наукові нотатки. Міжвузівський зб. (за напрямком “Інженерна механіка”). – Луцьк: Вид-во ЛДТУ. – 2002. – вип. 11.– С.114–120.