УДК 519. 711

В.Ловейкін[1], докт. техн. наук; Ю.Човнюк[2], канд.техн.наук
[1] *Київський національний університет будівництва і архітектури,*
[2] *Вища школа економіки та ділової адміністрації “АЖІО-Коледж”, Київ*

МЕТОДИ ПЕРІОДИЧНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ У ЗАДАЧАХ КЕРОВАНОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ ВАНТАЖІВ ВАНТАЖОПІДЙОМНИМИ КРАНАМИ: СИСТЕМИ З НЕСИМЕТРИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Виконано оптимізацію керування процесу піднімання вантажу вантажопідйомним краном в межах методології і методів періодичної оптимізації. Враховані асиметрії динамічних характеристик окремих ланок системи.

У задачах циклічного переміщення вантажів вантажопідйомними кранами із поверненням системи у вихідне положення у кінці процесу цілком застосовні методи інтегральних рівнянь та функцій Гріна 2-го роду [1]. Однак отримані при такому підході результати справедливі й для випадку, коли дослідника цікавить тільки переміщення у додатному напрямку (без реверсу руху і повернення назад), при $0<t<T/2$, із супутнім гасінням коливань вантажу, що переміщується, у крайніх точках руху (тут під T розуміють період руху системи піднімання вантажу, в т.ч. вантажу, канату та механізму піднімання вантажу (МПВ). Це означає, що переміщення з початкової точки руху вантажу до кінцевої можна інтерпретувати як перший інтеграл (півперіод) антисиметричного періодичного руху вказаної системи. Таке “доповнення” руху до періодичного дозволяє звести стандартну задачу оптимального переміщення вантажу вантажопідйомними кранами до задач періодичного керування, що крім того, дозволяє суттєво розширити клас задач оптимального переміщення вантажів, зокрема, МПВ вантажопідйомних кранів, до яких застосовано методи періодичної оптимізації. У даній роботі розглянута задача несиметричного циклічного переміщення вантажу 1 МПВ 2 вантажопідйомного крану (Рис. 1).

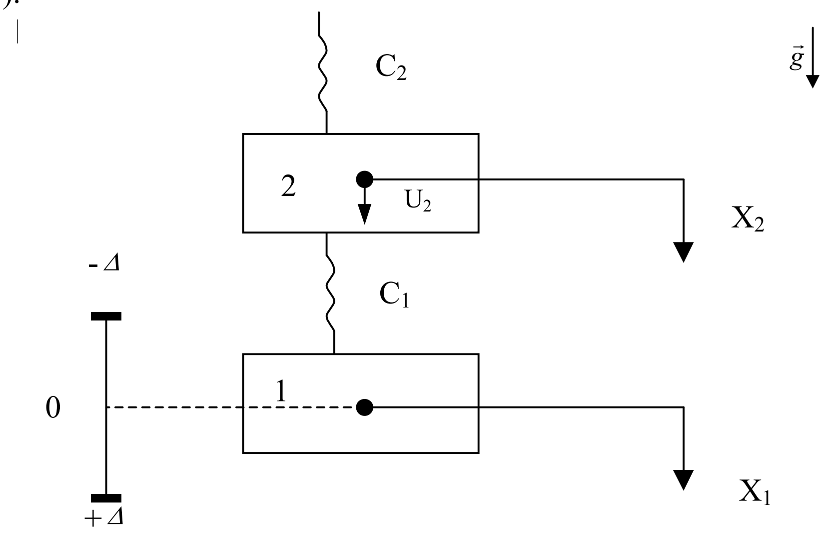

Рис. 1. Схема керованого переміщення вантажу механізмом піднімання вантажопідйомного крана.

Нехай при досягненні вантажем 1 правого "обмежувача" руху $(x_1 = +\Delta)$ виконавчий елемент МПВ завантажується, після чого система повертається у вихідне положення $(x_1 = -\Delta)$, де відбувається розвантаження. По суті, $2\Delta = h -$ висота споруди, яка будується. Таким чином, динамічні характеристики системи при русі у прямому ($x_1 > 0$) й у зворотньому напрямках ($x_1 < 0$) різні (бо різна маса ланцюга 1 системи), хоча загалом процес піднімання вантажу вантажопідйомним краном залишається періодичним.

Розглянемо рух вказаної системи як одновимірної. Нехай - $l^{\pm}(p) -$ оператори динамічної податливості, що зв'язують керування (його здійснює ланцюг 2 (МПВ)) та переміщення точки спостереження (вантажу 1) у додатньому (+) та від'ємному (-) напрямках, і:

$$\chi_2^{\pm}(t) = \frac{2}{T} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} l^{\pm}\left[(2k+1)i\omega\right] exp\left[(2k+1)i\omega t\right],\ \omega = \frac{2\pi}{T},\ i = \sqrt{-1}, \tag{1}$$

де $\chi_2^{\pm}(t) -$ відповідні періодичні функції Гріна другого роду.

Розподілимо інтервал руху вантажу 1 на два і будемо розглядатимемо переміщення у додатньому напрямку як перший півперіод періодичного руху системи з оператором динамічної податливості $l^{+}(p)$, а переміщення у від'ємному напрямку – як перший півперіод руху системи з оператором динамічної податливості $l^{-}(p)$.

На кожній з ділянок руху динаміка системи описується рівнянням:

$$x^{\pm}(t) = \int_0^{T^{\pm}/2} \chi_2^{\pm}(t-s) \cdot u^{\pm}(s) ds, \tag{2}$$

де $u^{\pm}(t) = u_2^{\pm}(t)/m_2$, $\left|u_2^{\pm}(t)\right| \le U_2 -$ керівний вплив, прикладений до ланцюга 2 (МПВ), $m_2 -$ маса ланцюга 2. Маса ланцюга 1 системи на кожній ділянці її руху відповідно становить m_1^{+} й m_1^{-} (так само й період руху T^{+} і T^{-}). До (2) треба додати граничні умови:

$$\begin{cases} x^{+}(0) = x^{-}(T^{-}/2) = -\Delta,\ x^{+}(T^{+}/2) = x^{-}(0) = \Delta, \\ v^{+}(0) = v^{-}(T^{-}/2) = 0,\ v^{+}(T^{+}/2) = v^{-}(0) = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Загальна тривалість руху системи $T = (T^{+} + T^{-})/2$. На кожному з етапів руху требазнайти керування $u^{\pm}(t)$, $\left|u^{\pm}(t)\right| \le U_0$, що реалізовує переміщення (2) за мінімальний час. Оптимальне керування при русі у додатньому напрямку визначається формулою:

$$u^{+}(t) = U_0 \cdot sgn\left[\chi_2^{+} \cdot (T^{+}/2 - t)\right], \tag{4}$$

а величина $T^{+}/2$ – формулою:

$$U_0 \cdot \int_0^{T^{+}/2} \left|\chi_2^{+}(t)\right| dt = \Delta. \tag{5}$$

Рух у зворотному напрямку має протилежний знак, тобто:

$$u^{-}(t) = -U_0 \cdot sgn\left[\chi_2^{-}(T^{-}/2 - t)\right],\ U_0 \cdot \int_0^{T^{-}/2} \left|\chi_2^{-}(t)\right| dt = \Delta. \tag{6}$$

Умови (3) служать умовами неперервності координати x та швидкості v виконавчого елемента 2 при переході з однієї періодичної траєкторії на іншу. Якщо система має понад один рівень свободи руху (наприклад, враховується відхилення канату з вантажем 1 від вертикалі, тобто розгойдування), то узагальнені координати, що описують рух вхідних та проміжних ланцюгів системи, також слід підкорити умовам неперервності та періодичності.

Нехай $y^{\pm}(t) - l -$ вимірний вектор узагальнених координат вхідних та проміжних ланцюгів системи, $K_2^{\pm}(t) -$ матричні періодичні функції Гріна, що відповідають рухові на кожному з півінтервалів, тобто:

$$y^{\pm}(t) = \int_0^{T^{\pm}/2} K_2^{\pm}(t-s) \cdot u^{\pm}(s)ds, \tag{7}$$

де $u^{\pm}(s) -$ шукане скалярне керування.

Якщо перемикання динамічних характеристик відбувається миттєво (ідеальний варіант функціонування системи керування МПВ), то умова неперервності

$$y^{+}(T^{+}/2) = y^{-}(0), \; y^{-}(T^{-}/2) = y^{+}(0). \tag{8}$$

Слід долучити до числа обмежень задачі та будувати керування u^{+}, u^{-} з урахуванням (8). Структура керування при цьому значно ускладнюється.

Якщо перемиканню передує зупинка, як це буває у реальних технічних системах (МПВ вантажопідйомних кранів), то більш доцільнішим є інший підхід. Керування вибирають відповідно до (2)-(6), а за час, на який зупиняється виконавчий елемент 1, проміжні ланцюги системи переводяться на початкову точку нової періодичної траєкторії. Це означає, що за час зупинки біля нижнього "обмежувача" руху, при $x^{+}(T^{+}/2) = \Delta,$ проміжні ланцюги переводяться із стану $y^{+}(T^{+}/2)$ у стан $y^{-}(0) \neq y^{+}(T^{+}/2).$ Точно так, за час зупинки біля верхнього "обмежувача" руху системи, при $x^{-}(T^{-}/2) = -\Delta$, ланцюги переводяться із стану $y^{-}(T^{-}/2)$ у стан $y^{+}(0) \neq y^{-}(T^{-}/2).$ Таким чином, до моменту початку кожного півінтервалу руху системи всі її точки знаходитимуться у стані, що відповідає початковим умовам шуканого антисиметричного періодичного руху. Такий підхід можливий і тоді, коли за час циклу руху системи, виконавчий елемент 1 виконує не одну, а декілька зупинок із зміною динамічних характеристик системи.

Для механізму (Рис. 1) піднімання вантажу наведемо всі основні кінематичні та динамічні характеристики руху. Нехай у точці $x_1 = \Delta$ відбувається завантаження системи, а у точці $x_1 = -\Delta -$ її розвантаження, тобто при русі у додатньому напрямку маса першого ланцюга дорівнює $m_1(m_1 = m_1^{+}),$ а при русі у від'ємному напрямку - $m > m_1(m = m_1^{-}).$ Відповідно змінюються параметри системи: при русі вантажу у додатньому напрямку - $\Omega_1^{+} = \Omega_1, \Omega_2^{+} = \Omega_2, \gamma_1^{+} = \gamma_1,$ при русі у від'ємному напрямку - $\Omega_1^{-} < \Omega_1, \; \Omega_2^{-} < \Omega_2, \gamma_1^{-} < \gamma_1.$

Таким чином, рух системи у додатньому напрямку визначається співвідношеннями:

$$\begin{cases} x_1^{+} = l^{1+}(p)u^{+}, l^{1+}(p) = (\gamma_1^{+})^2 \cdot \Delta_{+}^{-1}(p), (\gamma_1^{+})^2 = c_1/m_1, \gamma_2^{2} = c_2/m_2, (\gamma^{+})^2 = c_2/m_1, \\ \Delta_{+}(p) = (p^2 + (\gamma_1^{+})^2) \cdot (p^2 + (\gamma^{+})^2 + \gamma_2^{2}) - (\gamma^{+})^2 \cdot (\gamma_1^{+})^2, u^{+} = u_2^{+}/m_2; \end{cases} \tag{9}$$

$$\chi_2^{1+}(t) = \frac{(\gamma_1^{+})^2}{(\Omega_2^{+})^2 - (\Omega_1^{+})^2} \cdot \left[\frac{1}{2\Omega_1^{+}} \cdot \frac{sin[\Omega_1^{+}(t - T^{+}/4)]}{cos[\Omega_1^{+} \cdot T^{+}/4]} - \frac{1}{2\Omega_2^{+}} \cdot \frac{sin[\Omega_2^{+}(t - T^{+}/4)]}{cos[\Omega_2^{+} \cdot T^{+}/4]} \right]; \tag{10}$$

У (9) $p = \pm i \cdot \Omega_1^{+}, \pm i \cdot \Omega_2^{+} -$ корені характеристичного рівняння $\Delta_{+}(p) = 0, \Omega_1^{+} < \Omega_2^{+}, i = \sqrt{-1});$

$$\omega^{+} > \Omega_2^{+}, T^{+} = \frac{2\pi}{\omega^{+}} < 2\pi/\Omega_2^{+}; \tag{11}$$

$$u^{+}(t) = \begin{cases} U_0, \; 0 < t < T^{+}/4, \\ -U_0, \; T^{+}/4 < t < T^{+}/2, \; U_0 = U_2/m_2; \end{cases} \tag{12}$$

Період T^{+} визначають з рівняння:

$$\frac{(\gamma_1^+)^2 \cdot U_0}{(\Omega_2^+)^2-(\Omega_1^+)^2}\cdot\left[\frac{1-cos(\Omega_1^+\cdot T^+/4)}{(\Omega_1^+)^2\cdot cos(\Omega_1^+\cdot T^+/4)}-\frac{1-cos(\Omega_2^+\cdot T^+/4)}{(\Omega_2^+)^2\cdot cos(\Omega_2^+\cdot T^+/4)}\right]=\Delta. \tag{13}$$

$$x_2^+=l^{2+}(p)\cdot u^+,\;\; l^{2+}(p)=\Delta_+^{-1}(p)\cdot(p^2+(\gamma_1^+)^2)\cdot u^+, \tag{14}$$

$$\chi_2^{2+}(t)=\frac{1}{(\Omega_2^+)^2-(\Omega_1^+)^2}\cdot\left[\begin{array}{l}\frac{(\gamma_1^+)^2-(\Omega_1^+)^2}{2(\Omega_1^+)^2}\cdot\frac{sin[\Omega_1^+\cdot(t-T^+/4)]}{cos[\Omega_1^+\cdot T^+/4]}-\frac{(\gamma_1^+)^2-(\Omega_2^+)^2}{2(\Omega_2^+)^2}\times....\\ ....\times\frac{sin[\Omega_2^+\cdot(t-T^+/4)]}{cos[\Omega_2^+\cdot T^+/4]}\end{array}\right]. \tag{15}$$

$$v_2^+(0)=-v_2^+(T^+/2)=0,\;\; x_2^+(0)=-x_2^+(T^+/2), \tag{16'}$$

$$x_2^+(T^+/2)=\frac{U_0}{(\Omega_2^+)^2-(\Omega_1^+)^2}\cdot\left[\begin{array}{l}\frac{(\gamma_1^+)^2-(\Omega_1^+)^2}{(\Omega_1^+)^2}\cdot\frac{1-cos[\Omega_1^+\cdot T^+/4]}{cos[\Omega_1^+\cdot T^+/4]}-\frac{(\gamma_1^+)^2-(\Omega_2^+)^2}{(\Omega_2^+)^2}\times....\\ ....\times\frac{1-cos[\Omega_2^+\cdot T^+/4]}{cos[\Omega_2^+\cdot T^+/4]}\end{array}\right]. \tag{16''}$$

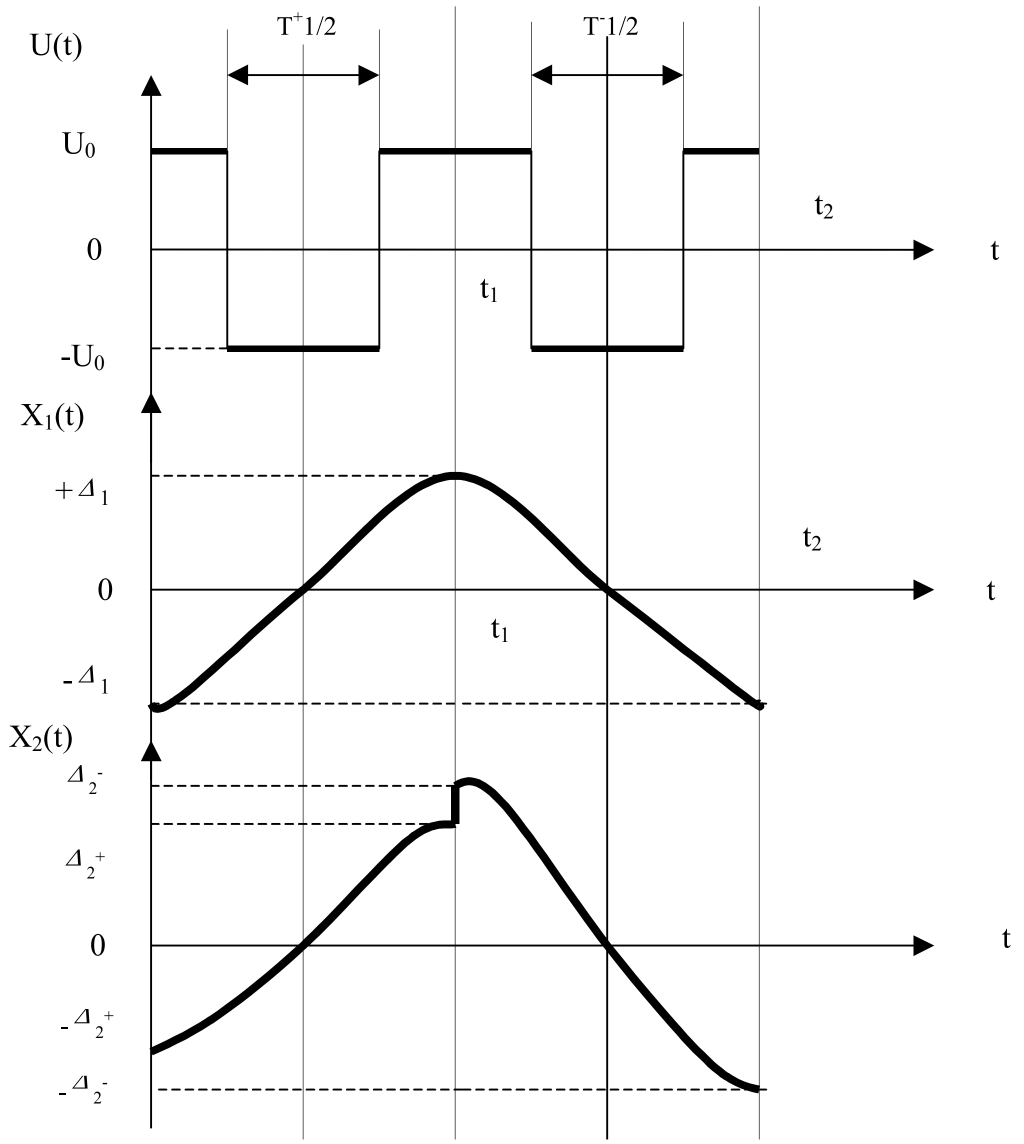

Рис. 2. Зміна функцій управління *u* і переміщень x_1 та x_2 в часі, ($T_1^+ < T_1^-$).

При русі у від'ємному напрямку структура управління (12) зберігається, але інтервал руху $\Delta t^- = T^- / 2 \neq T^+ / 2.$ Для визначення T^- служить рівняння (13) при заміні $\gamma_1^+ \to \gamma_1^-, \Omega_1^+ \to \Omega_1^-, \Omega_2^+ \to \Omega_2^-$. Легко зрозуміти, що $T^- > T^+ = T.$
Рух першого ланцюга неперервний за умов:

$$\begin{cases} x_1^+(T^+/2) = x_1^-(0) = \Delta, \;\; x_1^-(T^-/2) = x_1^+(0) = -\Delta, \\ v_1^+(T^+/2) = v_1^-(0) = 0, \;\; v_1^-(T^-/2) = v_1^+(0) = 0. \end{cases} \tag{17}$$

Для другого ланцюга системи справедливі співвідношення:

$$v_2^+(T^+/2) = v_2^-(0) = 0, \;\; v_2^-(T^-/2) = v_2^+(0) = 0, \tag{18}$$

але:

$$x_2^+(T^+/2) \neq x_2^-(0), \;\; x_2^-(T^-/2) \neq x_2^+(0). \tag{19}$$

Координата $\Delta_2^+ = x_2^+(T^+/2)$ визначається рівнянням (16), координата $\Delta_2^- = x_2^-(0) = -x_2^-(T^-/2)$ - тим самим рівнянням при $T^+ \to T^-, \Omega_1^+ \to \Omega_1^-, \Omega_2^+ \to \Omega_2^-$. Це означає, що час технологічної зупинки виконавчого елемента 1 біля нижнього "обмежувача", при $t = T^+/2,$ ланцюг 2 має переводитися з положення Δ_2^+ у положення Δ_2^-. Відповідна перестановка відбувається й при зупинці біля верхнього "обмежувача", при $t = T^-/2.$ Графіки функцій $x_1(t), x_2(t)$ й управління $u(t)$ подані на рис. 2.

Таким чином, подані результати дозволяють виконати оптимізацію процесу переміщення вантажів вантажопідйомними кранами за умов і наявності асиметрії динамічних характеристик механізмів піднімання цих вантажів. Це, у свою чергу, дозволяє зробити мінімальними енерговитрати відповідних ланцюгів керованих машинних агрегатів [2] і кранів різноманітних конструкцій та призначення за умов їх реальної експлуатації.

The optimization control of the process of goods' lifting by the cranes is developed with the help of methodology and methods of the periodic optimization. Asymmetric dynamic characteristics of some system's links are taken into account.

Література

1. Ковалёва А.С. Управление колебательными и виброударными системами. – М.: Наука, 1990. – 256с.
2. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М.: Наука, 1984. – 352с.

Одержано 19.10.2001 р.