

УДК 621.914.1

П.Мельничук, канд. техн. наук

Житомирський інженерно-технологічний інститут

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАТИВНОСТІ ШПИНДЕЛЬНОГО ВУЗЛА ВЕРТИКАЛЬНО-ФРЕЗЕРУВАЛЬНОГО ВЕРСТАТА

*Подано розрахунок деформативності шпиндельного вузла вертикально-фрезерувального верстата з використанням системи моделювання SIMULINK пакета MATLAB.*

Шпиндельний вузол верстата є складною пружною системою з нелінійними характеристиками. Підшипники передньої та задньої опор утворюють замкнену, наперед напружену систему. Під дією статичних сил різання відбувається деформація шпиндельного вузла. Пружна система шпинделя є статично невизначеною. Для розрахунку деформативності такої системи використовують умови сумісності деформацій.

Деформативність шпинделя визначали ряд авторів [1]. Проте одержані аналітичні залежності громіздкі і мало придатні для практичних розрахунків.

Деформативність шпиндельного вузла розраховано з використанням системи моделювання SIMULINK пакета MATLAB.

Конструктивна схема шпиндельного вузла подана на рис. 1.

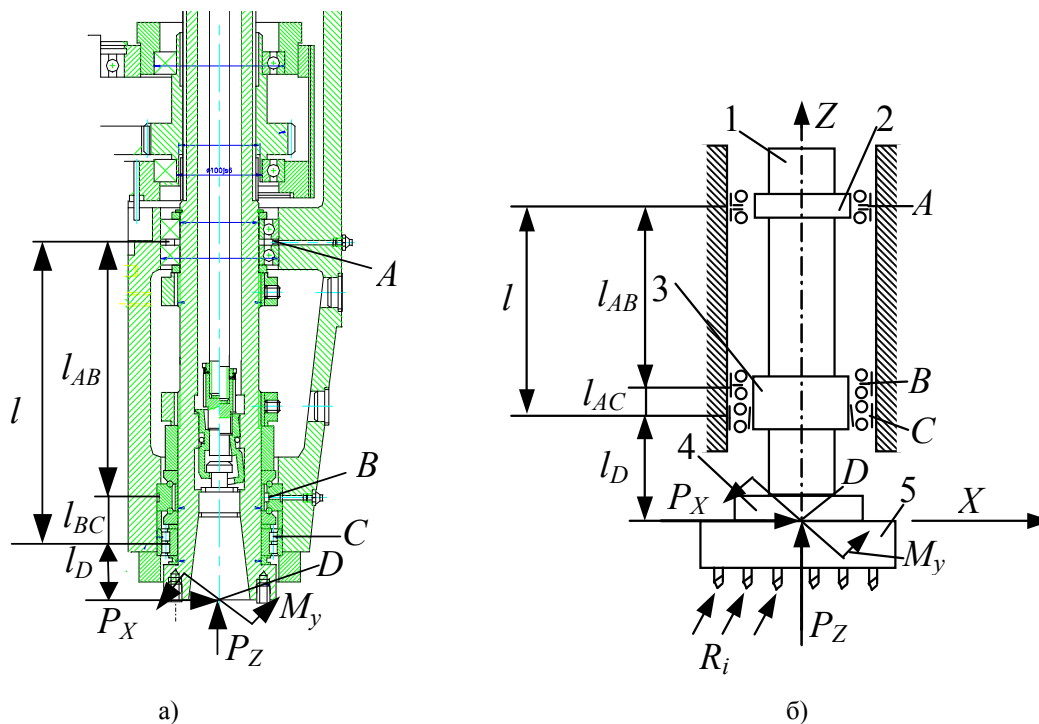


Рис. 1. Конструктивна (а) і геометрична (б) схеми шпинделя та схема дії силових факторів у площині XOZ:  $P_x, P_z$  – проекції головного вектора сил різання;  
 $M_y$  – крутний момент, що діє на шпиндель

Відповідно до конструктивної схеми складені розрахункові схеми окремих статично визначених підсистем (рис. 2). З умови сумісності деформацій знайдена система алгебраїчних рівнянь для визначення невідомих силових факторів:

$$A = \begin{pmatrix} \bar{a}_{11} + \delta a_{11} & \bar{a}_{12} + \delta a_{12} & \bar{a}_{13} + \delta a_{13} & \bar{a}_{14} + \delta a_{14} \\ \bar{a}_{21} + \delta a_{21} & \bar{a}_{22} + \delta a_{22} & \bar{a}_{23} + \delta a_{23} & \bar{a}_{24} + \delta a_{24} \\ \bar{a}_{31} + \delta a_{31} & \bar{a}_{32} + \delta a_{32} & \bar{a}_{33} + \delta a_{33} & \bar{a}_{34} + \delta a_{34} \\ \bar{a}_{41} + \delta a_{41} & \bar{a}_{42} + \delta a_{42} & \bar{a}_{43} + \delta a_{43} & \bar{a}_{44} + \delta a_{44} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де  $\bar{a}_{ij}$  ( $i=1, 2, 3, 4; j=1, 2, 3, 4$ ) – математичні сподівання значень коефіцієнтів;  
 $\delta a_{ij}$  – випадкові складові коефіцієнтів системи рівнянь.

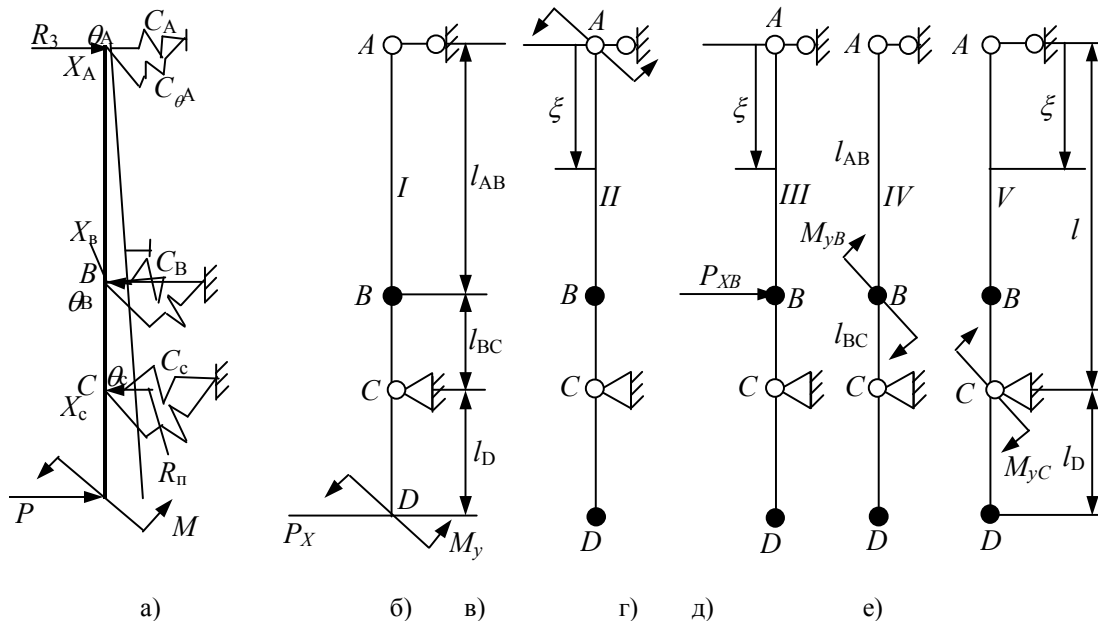


Рис. 2. Статично невизначена пружна система шпинделя (а), базова статично визначена пружна система (б) та додаткові пружні системи, що враховують: в – дію моменту в задній опорі шпинделя; г – дію поперечного зусилля в упорно-радіальному підшипнику; д – дію крутного моменту в упорно-радіальному підшипнику; е – дію крутного моменту в роликовому підшипнику передньої опори шпинделя

Матриця стохастичних коефіцієнтів системи рівнянь у вигляді (1) сформована у вигляді структурної математичної моделі (рис. 3).

Математичні сподівання коефіцієнтів задають блоки *Constant* (прямокутник з літерою С). До математичних сподівань коефіцієнтів додаються випадкові складові. Додавання виконується суматорами (подані у вигляді кругів і знаками). Коефіцієнти об'єднуються у векторні стовпці за допомогою блоків *Max* (подані чорними прямокутниками). Із чотирьох векторів-стовпців формується матриця коефіцієнтів за допомогою блока *Matrix Concatenation2*. Сформована матриця коефіцієнтів подається на вихід *Out1*.

Стохастичні вектори коефіцієнтів та розрахунок вектора лінійних складових правих частин системи рівнянь (2) формується структурною математичною моделлю, поданою на рис. 4.

$$AZ = B_1P + B_2M + R. \quad (2)$$

Як і досі, випадкові значення коефіцієнтів задаються як сума детермінованих і випадкових складових. Вектори коефіцієнтів  $B_1$  та  $B_2$  формуються блоками *Max*, пода-

ними затушованими прямокутниками. Вектори коефіцієнтів множаться на складові фактори блоками *Product* (множать на значення моменту  $M$ ). Результати розрахунків з метою контролю подані у блоці *Display*.

Подана вище методика поетапного розв'язку нелінійної системи рівнянь реалізована у структурній моделі (рис. 5).

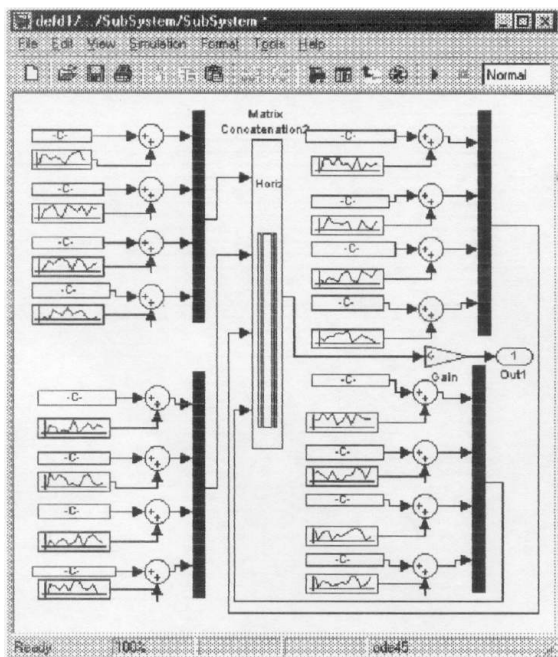


Рис. 3. Структурна математична модель, що розраховує матрицю коефіцієнтів системи рівнянь з випадковими складовими

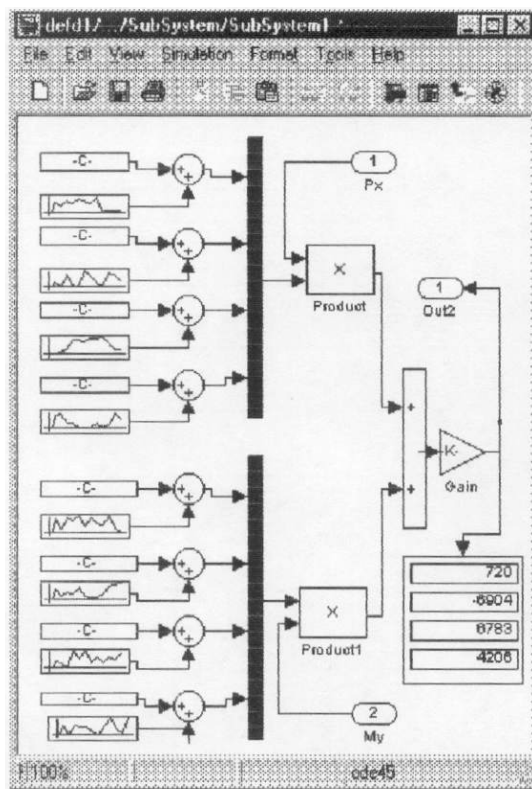


Рис. 4. Структурна математична модель для розрахунку лінійних складових правих частин системи рівняння (2), що містять стохастичні вектори коефіцієнтів

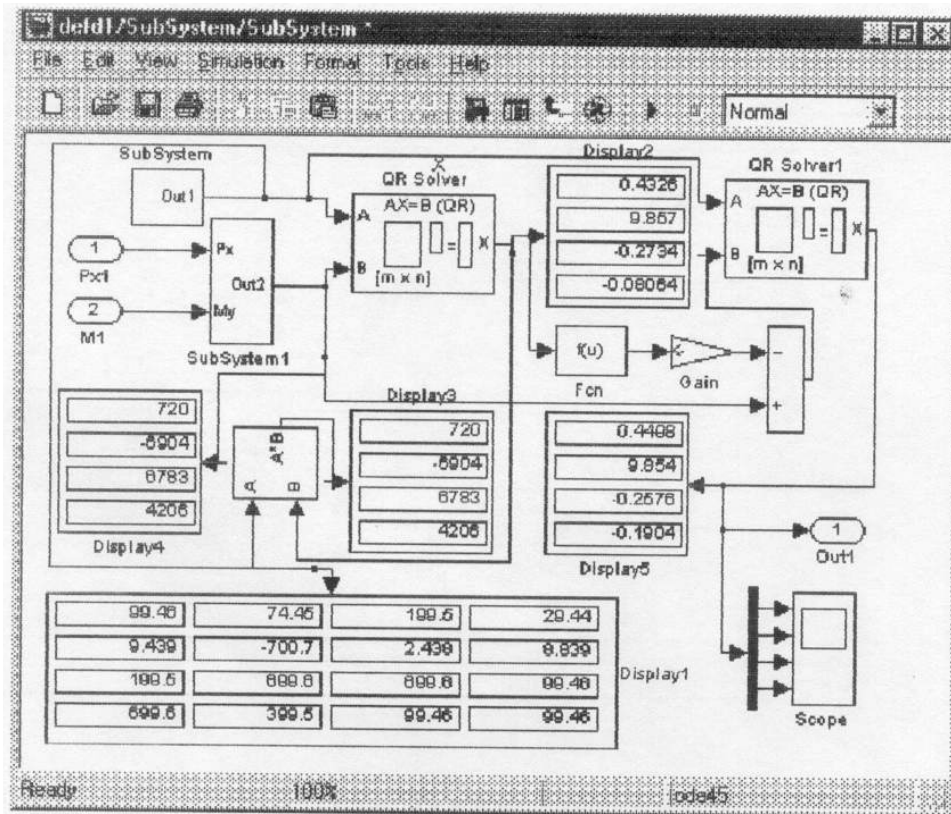


Рис. 5. Структурна модель, що виконує поетапний розв'язок нелінійної системи алгебраїчних рівнянь з випадковими коефіцієнтами, що описують статично не визначену пружно-деформовану систему шпинделя

Ця структурна модель виконує розв'язок нелінійної системи у два етапи згідно з формулами (3) та (4). Матриця випадкових коефіцієнтів формується блоком *Subsystem* (рис. 5).

$$AZ_1 = B_1P + B_2M; \quad (3)$$

$$AZ_2 = B_1P + B_2M + R_1. \quad (4)$$

Вектор правих частин, що відповідає рівнянню (3), формується блоком *Subsystem 1*. Одержану систему лінійних рівнянь, що відповідає першому наближенню, розв'язує блок *QRSolver*. На виході даного блока одержано вектор розв'язків лінійної системи рівнянь, числові значення компонент якого подані в оглядовому блоці *Display 2*.

Паралельно виводиться на друк значення матриці коефіцієнтів системи (блок *Display1*) та значення вектора правих частин рівнянь (блок *Display4*). Також перевіряється правильність розв'язку. Для перевірки матриця коефіцієнтів множиться на одержаний вектор розв'язків за допомогою блока множення матриць з одержанням на його виході вектора правих частин рівнянь (подані у блоці *Display3*). Результати, що збігаються, подані у блоках *Display4* та *Display3* і підтверджують правильність розв'язку.

Перше наближення вектора нелінійної складової  $R_1$ , що входить до правої частини системи (4), обчислюється за допомогою блока *Fcn*. Воно складається із лінійної частини у блоці-суматорі і подається на вихід блока для розв'язку системи лінійних рівнянь, що відповідає другому наближенню (блок *QRSolver1*). На виході цього блока формується вектор розв'язків, що відповідає другому наближенню. Числові значення вектора розв'язків подані у блоці *Display5*. Вони мало відрізняються від вектора розв'язків за першим наближенням (блок *Display4*). Тому можна вважати, що друге наближення дає шуканий вектор розв'язків вихідної нелінійної системи рівнянь. Тому одержаний у результаті другого наближення вектор подається на вихід моделі (блок *Out1*) та виво-

диться у графічному вигляді за допомогою блока *Scope*.

Одержаний вектор розв'язків дає значення внутрішніх силових факторів, що виникають в опорах шпинделя під дією зовнішніх навантажень – головного вектора сил різання  $P$  та головного моменту сил різання  $M$ .

За розрахованими значеннями внутрішніх силових факторів  $M_{yA}, P_{XB}, M_{yB}, M_{yC}$  та зовнішніх навантажень  $P_X$  та  $M_y$  знаходять переміщення (поперечні та кутові) кінцевої частини шпинделя. На основі принципу суперпозиції переміщення складаються відповідно до дії кожного силового фактора. Загальне переміщення кінцевої частини шпинделя  $C$  можна одержати об'єднанням розрахунків за такими формулами.

Переміщення шпинделя як твердого тіла за рахунок деформації передньої та задньої опор розраховується залежністю.

$$\Delta_D = \delta_A + \delta_c \frac{l + l_D}{l}. \quad (5)$$

Деформації шпинделя зумовлені прямою дією головного вектора і головного моменту сил різання і розраховуються залежностями

$$X_{\delta D1} = \frac{P_x l_D^2 (l + l_D)}{3EJ}; \quad (6)$$

$$X_{\delta D2} = \frac{M_y}{GEJ} [3l_D^2 + 2l \cdot l_D]. \quad (7)$$

Кут повороту, обумовлений моментом, що виникає в задній опорі шпинделя, визначається формулами (8) і (9), в яких  $g = l + l_D$ :

$$X_B = \theta_{BC} \cdot (g - 1), \quad l \leq g \leq l + l_D; \quad (8)$$

$$\theta_{BC} = -\frac{M_{yA} l}{GEJ}. \quad (9)$$

Поперечне переміщення точки  $D$ , обумовлене дією зусилля в упорно-радіальному підшипнику шпинделя, визначатиметься формулами (10) з урахуванням формули (11).

$$X_D = \theta_{oc} (g - l); \quad l \leq g \leq l + l_D; \quad (10)$$

$$\theta_C = P_{XB} \frac{1}{GEJ} [l_{BC} (l^2 - l_{BC}^2) - 3l_{BC} l^2 + 3l (l - l_{AB})^2]. \quad (11)$$

Переміщення кінцевої частини шпинделя зумовлене дією крутного моменту в упорно-радіальному підшипнику і визначається залежністю (10) з урахуванням (12) при  $g = l + l_D$ :

$$\theta_{oc} = -\frac{M_{yB}}{2IEJ} \left( \frac{l^2}{3} - l_{AB}^2 \right). \quad (12)$$

Переміщення кінцевої частини шпинделя зумовлені крутним моментом у роликівому підшипнику передньої опори шпинделя і визначаються залежністю (13) для  $g = l + l_D$  з урахуванням формули (14):

$$X_e = \theta_{ec} (g - l); \quad (13)$$

$$\theta_{ec} = \frac{-M_{yC} l}{3EJ}. \quad (14)$$

Об'єднавши залежності (5)–(14), одержимо загальне переміщення кінцевої частини шпинделя:

$$\begin{aligned}
 X_D = & \delta_A + \delta_C \frac{l+l_D}{l} + P_X \frac{l_D^2(l+l_D)}{3EJ} + M_y \frac{(3l_D^2 + 2ll_D)}{GEJ} - M_{yA} \frac{l \cdot l_D}{GEJ} + \\
 & + P_{XB} \frac{l_D}{l} \cdot \frac{1}{GEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 - l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l-l_{AB})^2 \right] - \\
 & - M_{yB} \frac{l_D}{2IEJ} \left( \frac{l^2}{3} - l_{AB}^2 \right) - M_{yC} \frac{l \cdot l_D}{3EJ}.
 \end{aligned} \tag{15}$$

Дана формула визначає переміщення кінцевої частини шпинделя у поперечному напрямі залежно від силових факторів.

Запишемо її так:

$$\begin{aligned}
 X_D = & \delta_A + \frac{l+l_D}{l} \delta_C + e_{PX} \cdot P_X + e_{My} \cdot M_y + e_{MyA} \cdot M_{yA} + e_{PXB} P_{XB} + \\
 X_D = & \delta_A + \frac{l+l_D}{l} \delta_C + e_{PX} \cdot P_X + e_{My} \cdot M_y + e_{MyA} \cdot M_{yA} + e_{PXB} P_{XB} + \\
 & + e_{MyB} \cdot M_{yB} + C_{MyC} \cdot M_{yC},
 \end{aligned} \tag{16}$$

де значення випадкових коефіцієнтів деформативності шпинделя виражаються через його параметри згідно з формулами:

$$e_{PX} = \frac{l_D^2(l+l_D)}{3EJ}; \quad e_{My} = \frac{3l_D^2 + 2ll_D}{GEJ}; \tag{17}$$

$$e_{MyA} = -\frac{ll_D}{GEJ}; \tag{18}$$

$$e_{PXB} = \frac{l_D}{6IEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 - l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l-l_{AB})^2 \right]; \tag{19}$$

$$e_{MyB} = \frac{l_D}{2IEJ} \left( \frac{l^2}{3} - l_{AB}^2 \right); \quad e_{MyC} = \frac{ll_D}{3EJ}. \tag{20}$$

Аналогічно знаходимо поперечно-кутове переміщення кінцевої частини шпинделя. Воно також залежить від усіх силових факторів і геометричних та параметрів жорсткості шпинделя.

Поперечно-кутове переміщення кінцевої частини шпинделя (у точці  $D$ ) можна одержати шляхом об'єднання залежностей (21), (22), (23), (8), (11), (12), (14).

$$\theta_{oD} = \text{arctg} \left[ \frac{\delta_C - \delta_A}{l} \right] \cong \frac{\delta_C - \delta_A}{l}; \tag{21}$$

$$\theta_{\delta D1} = \frac{P_x l_D (2l + 3l_D)}{GEJ}; \tag{22}$$

$$\theta_{\delta D2} = \frac{M_y}{EJ} \left( l_D + \frac{l}{3} \right). \quad (23)$$

Остаточно знайдемо залежність поперечно-кутового переміщення:

$$\begin{aligned} \theta_D = & \frac{\delta_C - \delta_A}{l} + \frac{P_X l_D (2l + 3l_D)}{GEJ} + M_y \left( \frac{l_D + l/3}{EJ} \right) - M_{yA} \frac{l}{GEJ} + \\ & + P_{XB} \frac{1}{GEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 - l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l - l_{AB})^2 \right] - M_{yB} \frac{\left( l^2/3 - l_{AB}^2 \right)}{2IEJ} - M_{yC} \frac{l}{3EJ} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \theta_D = & \frac{\delta_C - \delta_A}{l} + \frac{P_X l_D (2l + 3l_D)}{GEJ} + M_y \left( \frac{l_D + l/3}{EJ} \right) - M_{yA} \frac{l}{GEJ} + \\ & + P_{XB} \frac{1}{GEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 - l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l - l_{AB})^2 \right] - M_{yB} \frac{\left( l^2/3 - l_{AB}^2 \right)}{2IEJ} - M_{yC} \frac{l}{3EJ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_D = & \frac{\delta_C - \delta_A}{l} + \frac{P_X l_D (2l + 3l_D)}{GEJ} + M_y \left( \frac{l_D + l/3}{EJ} \right) - M_{yA} \frac{l}{GEJ} + \\ & + P_{XB} \frac{1}{GEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 - l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l - l_{AB})^2 \right] - M_{yB} \frac{\left( l^2/3 - l_{AB}^2 \right)}{2IEJ} - M_{yC} \frac{l}{3EJ}. \end{aligned}$$

Подамо цю залежність у вигляді, аналогічному формулі (25).

$$\begin{aligned} X_D = & \delta_A + \frac{l + l_D}{l} \delta_C + e_{PX} \cdot P_X + e_{My} \cdot M_y + e_{MyA} \cdot M_{yA} + e_{PXB} P_{XB} + \\ & + e_{MyB} \cdot M_{yB} + e_{MyC} \cdot M_{yC}. \end{aligned} \quad (25)$$

Тоді знайдемо кутове переміщення кінцевої частини шпинделя:

$$\begin{aligned} \theta_D = & \frac{1}{l} \delta_C - \frac{1}{l} \delta_A + \mu_{PX} \cdot P_X + \mu_{My} M_y + \mu_{MyA} \cdot M_{yA} + \mu_{PXB} P_{XB} + \\ & + \mu_{MyB} M_{yB} + \mu_{MyC} M_{yC}, \end{aligned} \quad (26)$$

де значення випадкових коефіцієнтів кутової деформативності шпинделя такі:

$$\mu_{PX} = \frac{l_D (2l + 3l_D)}{GEJ}; \quad (27)$$

$$\mu_{My} = \frac{l_D + l/3}{EJ}; \quad (28)$$

$$\mu_{MyA} = \frac{-l}{GEJ}; \quad (29)$$

$$\mu_{PXB} = \frac{1}{GIEJ} \left[ l_{BC} \left( l^2 + l_{BC}^2 \right) - 3l_{BC} l^2 + 3l(l + l_{AB}) \right]; \quad (30)$$

$$\mu_{MyB} = -\frac{l^2 / 3 - l_{AB}^2}{2lEJ}; \quad (31)$$

$$\mu_{MyC} = -\frac{l}{3EJ}. \quad (32)$$

Значення переміщень, що належать до формули (25) та (33),  $\delta_C$  та  $\delta_A$  знаходимо за формулами (34) та (35), в яких величини навантажень у передній та задній опорах шпинделя визначені за формулами (36) і (37).

$$\theta_D = \frac{1}{l} \delta_C - \frac{1}{l} \delta_A + \mu_{PX} \cdot P_X + \mu_{My} M_y + \mu_{MyA} \cdot M_{yA} + \mu_{PXB} P_{XB} + \quad (33)$$

$$+ \mu_{MyB} M_{yB} + \mu_{MyC} M_{yC};$$

$$\delta_A = C_{\delta A} f_A (R_3); \quad (34)$$

$$\delta_C = C_{\delta C} f_C (R_{II}); \quad (35)$$

$$R_3 = P_X \left( \frac{l_D}{l_{AB} + l_{BC}} \right) + P_{XB} \left[ 1 - \frac{l_{AB}}{l_{AB} + l_{BC}} \right] + \frac{1}{(l_{AB} + l_{BC})} \times$$

$$\times [M_y + M_{yB} + M_{yC} + M_{yA}], \quad (36)$$

$$R_{II} = P_X \left( 1 + \frac{l_D}{l_{AB} + l_{BC}} \right) - \left[ \frac{l_{AB}}{l_{AB} + l_{BC}} \right] \cdot P_{XB} - \frac{1}{(l_{AB} + l_{BC})} \times$$

$$\times [M_y + M_{yB} + M_{yC} + M_{yA}]. \quad (37)$$

Для обчислення поточних величин переміщень вироблена спеціальна структурна модель, входом якої є вектор значень зовнішніх і внутрішніх силових факторів:

$$P = \begin{bmatrix} P \\ M \\ M_{yA} \\ P_{XB} \\ M_{yB} \\ M_{yC} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Вектор силових факторів подається на вхід FXM1 моделі (рис. 6).

Вектори коефіцієнтів при силових факторах, що належать до формули (36) і (37), задаються двома блоками *Subsystem* і *Subsystem2*. Структура моделей, що відповідає даним блокам, є ідентичною і виглядає так (рис. 7).



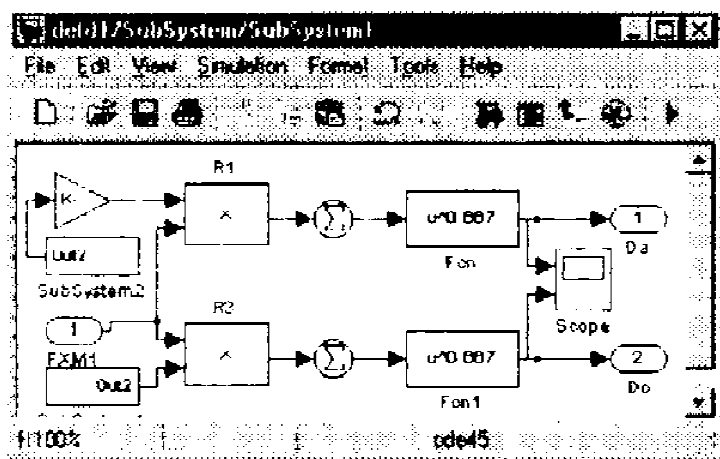


Рис. 6. Структурна математична модель, що обчислює поперечні переміщення задньої (DA) та передньої (DC) опор шпинделя

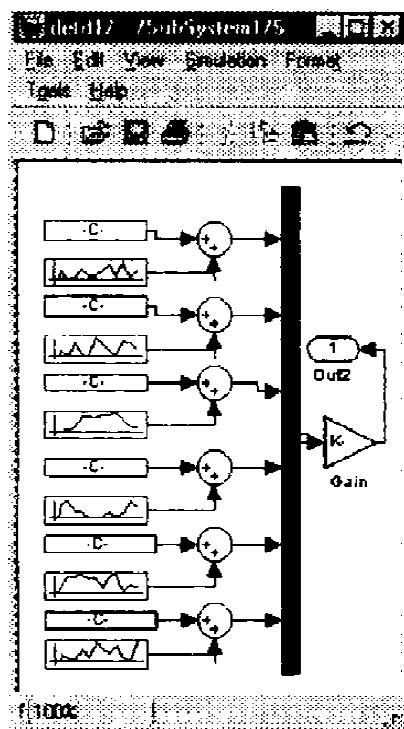


Рис. 7. Структурна математична модель, призначена для розрахунку випадкових коефіцієнтів, що визначають реакцію у передній опорі шпинделя

При обчисленні переміщень передньої та задньої опор шпинделя враховано нелінійну статичну характеристику жорсткості опор:

$$\delta = k_3 \sqrt{\frac{R^2}{d_u Z^2}} \quad (39)$$

Дана нелінійна залежність реалізується у моделі блоками *Fcn* і *Fcn1* (рис. 6).

Для контролю результатів розрахунків реакцій опор шпинделя служить блок *Scope*.

На рис. 8 подано результати розрахунків переміщень опор шпинделя при зміні головного вектора сил різання від 0 до 100 Н та зміні головного моменту від 0 до 10 Н·м.

З аналізу залежностей випливає, що деформація опор шпинделя змінюється за нелінійним законом при наявності незначних флуктуацій характеристики, обумовлених випадковими складовими параметрів шпинделя. Розраховані значення переміщень передньої та задньої опор шпинделя використовуються для знаходження вихідних геометричних параметрів математичної моделі, а саме: для знаходження поперечного  $X_D$  та кутового  $\theta_D$  переміщення кінцевої частини шпинделя. Для цього вироблена структурна математична модель (рис. 9).

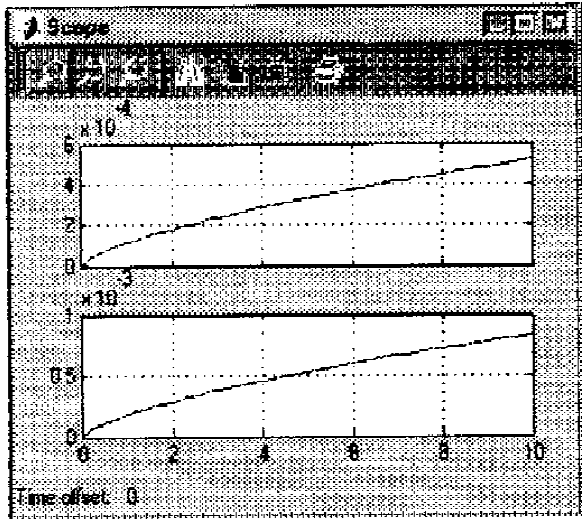


Рис. 8. Результати розрахунків переміщень задньої опори шпинделя (верхній графік) та передньої опори (нижній графік) при збільшеній проекції головного вектора різання від 0 до 100 Н при одночасному збільшенні головного моменту від 0 до 10 Н·м

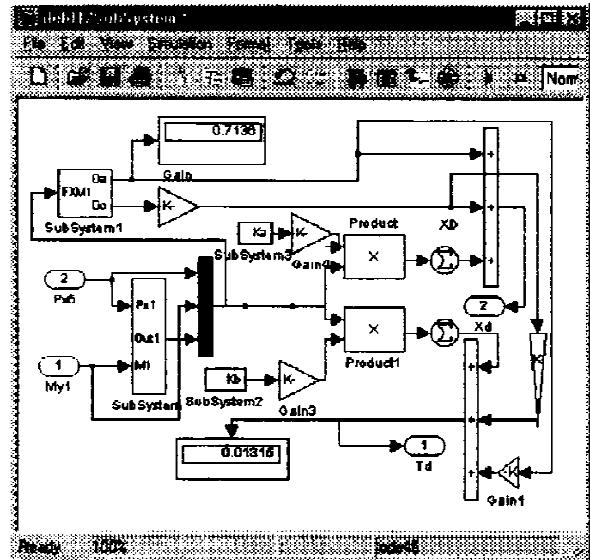


Рис. 9. Структурна математична модель, призначена для знаходження поперечного  $X_D$  та кутового  $T_d$  переміщень кінцевої частини шпинделя

Входом моделі є проекція головного вектора сил різання ( $P_{X5}$ ) та проекція головного моменту сил різання ( $M_{y1}$ ). Виходом моделі є поперечне  $X_D$  та кутове  $T_d$  переміщення кінцевої частини шпинделя.

Модель використовує окремі підсистеми, розглянуті вище.

Блок моделі *Subsystem* розраховує значення вектора внутрішніх силових факторів, а саме:  $M_{yA}$  – момент у задній опорі шпинделя;  $P_{xB}$  – зусилля в упорно-радіальному підшипнику;  $M_{yB}$  – момент в упорно-радіальному підшипнику;  $M_{yC}$  – момент у роликовому підшипнику. Структура даного блоку подана вище (рис. 5).

Блок *Subsystem1* (рис. 9) розраховує поперечне переміщення задньої ( $D_a$ ) та передньої ( $D_c$ ) опор шпинделя. Структура даного блоку розглянута вище (рис. 6). У математичній моделі (рис. 9) реалізовано обчислення переміщень згідно з формулами (25) та (33).

Коефіцієнти формул, що виражаються через параметри шпинделя, згідно із залежностями (40)–(43) та (44)–(49) обчислюються у блоках *Subsystem2* та *Subsystem3*. Контроль розрахунків виконується за допомогою ряду блоків *Display*.

$$e_{PX} = \frac{l_D^2 (l + l_D)}{3EJ}; \quad e_{My} = \frac{3l_D^2 + 2ll}{GEJ}; \quad (40)$$

$$e_{MyA} = -\frac{ll_D}{GEJ}; \quad (41)$$

$$e_{PXB} = \frac{l_D}{6lEJ} \left[ l_{BC} (l^2 - l_{BC}^2) - 3l_{BC} l^2 + 3l (l - l_{AB})^2 \right]; \quad (42)$$

$$e_{MyB} = -\frac{l_D}{2lEJ} \left( \frac{l^2}{3} - l_{AB}^2 \right); \quad e_{MyC} = -\frac{ll_D}{3EJ}; \quad (43)$$

$$\mu_{Px} = \frac{l_D (2l + 3l_D)}{GEJ}; \tag{44}$$

$$\mu_{My} = \frac{l_D + l/3}{EJ}; \tag{45}$$

$$\mu_{MyA} = \frac{-l}{GEJ}; \tag{46}$$

$$\mu_{PXB} = \frac{1}{GIEJ} [l_{BC} (l^2 + l_{BC}^2) l^2 + 3l(l + l_{AB})]; \tag{47}$$

$$\mu_{MyB} = -\frac{l^2/3 - l_{AB}^2}{2IEJ}; \tag{48}$$

$$\mu_{MyC} = -\frac{l}{3EJ}. \tag{49}$$

Модель, подана на рис.9, дозволяє розрахувати поперечні і кутові деформації шпинделя при фіксованих значеннях головного вектора і головного моменту сил різання.

Для побудови залежності переміщень при зміні сили різання використана допоміжна математична модель (рис. 10).

Модель має ряд блоків, що забезпечують формування лінійної часової залежності сили різання:

$$P_x = (t - 5) \cdot K_p,$$

де  $K_p$  – коефіцієнт, що враховує залежність сили різання. Слід часу незалежної змінної  $K_p \cong 100$ .

Дана залежність реалізована рядом блоків *Clock-Gain1*.

Момент сили різання визначається на виході блока *Gain*:

$$M_y = (t - 5) \cdot K_e,$$

де  $K_e$  – коефіцієнт, що враховує залежність моменту сили різання. Слід часу незалежної змінної ( $K_e \cong 2,1$ ).

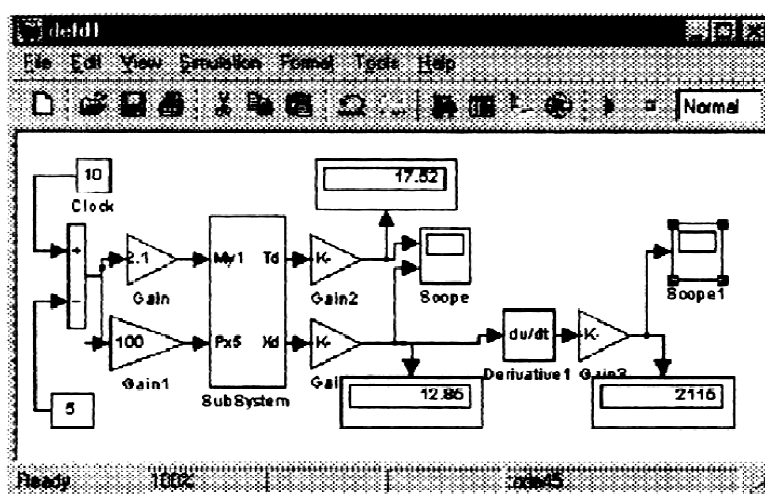


Рис. 10. Допоміжна математична модель, призначена для розрахунку статичної деформаційної характеристики шпинделя при дії сили різання

Результати розрахунку поперечних та кутових переміщень виводяться на друк за допомогою блока *Scope*. Вони виглядають як залежності:

$$\theta_D(t) \text{ та } X_D(t).$$

Один з варіантів розрахунків подано на рис. 11.

Розраховані значення кутових переміщень у загальному вигляді близькі до лінійних, але в них наявні малосуттєві ділянки нелінійності та випадкові флуктуації. Для виявлення їх особливостей виконана деталізація графіка в області малих значень сил різання. Результати розрахунків переміщень кінцевої частини шпинделя при зміні сили різання в діапазоні  $[-5, +5 \text{ Н}]$  подані на рис. 12.

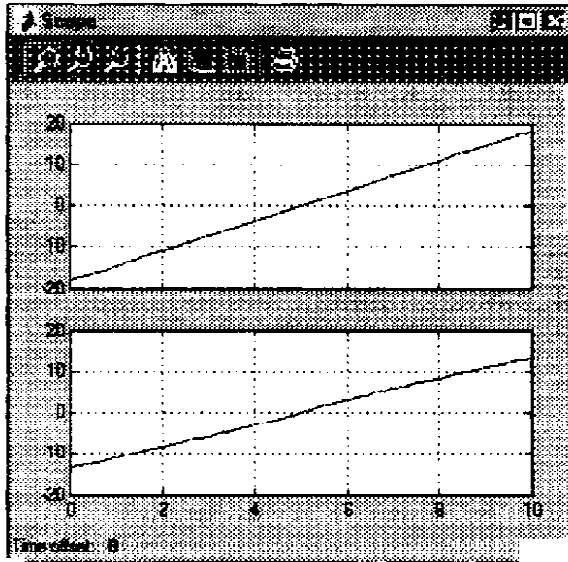


Рис. 11. Результати залежності поперечно-кутових розрахунків (верхній графік) та лінійних переміщень (нижній графік) від сили різання

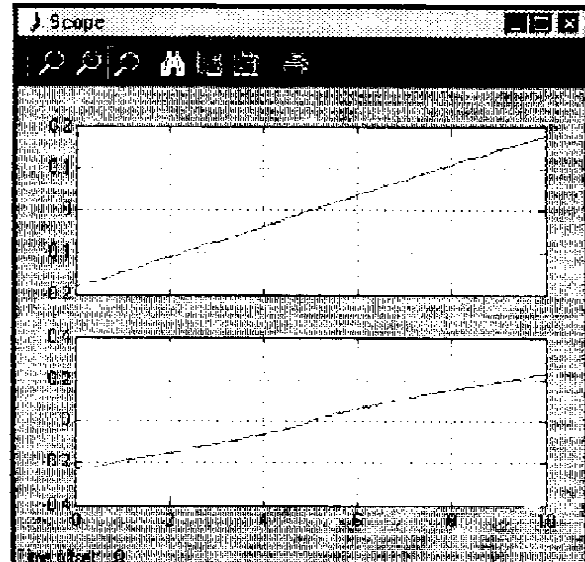


Рис. 12. Результати розрахунків кутового (верхній графік) і лінійного переміщень кінцевої частини шпинделя при зміні сили різання від  $-5 \text{ Н}$  до  $+5 \text{ Н}$

З аналізу графіка випливає, що в області нульових зусиль різання наявна нелінійність характеристики жорсткості.

Характеристики мають випадкові флуктуації значень. Вони подані на графіках рис. 11 та 12.

Для визначення особливостей високочастотних статичних характеристик визначені поточні показники жорсткості шпиндельного вузла. Показники жорсткості знайдені шляхом диференціювання залежності переміщення за значеннями сили різання. Диференціювання виконане блоком *Derivative1* (рис. 10). Результати обчислення похідної статичної характеристики подані на рис. 13.

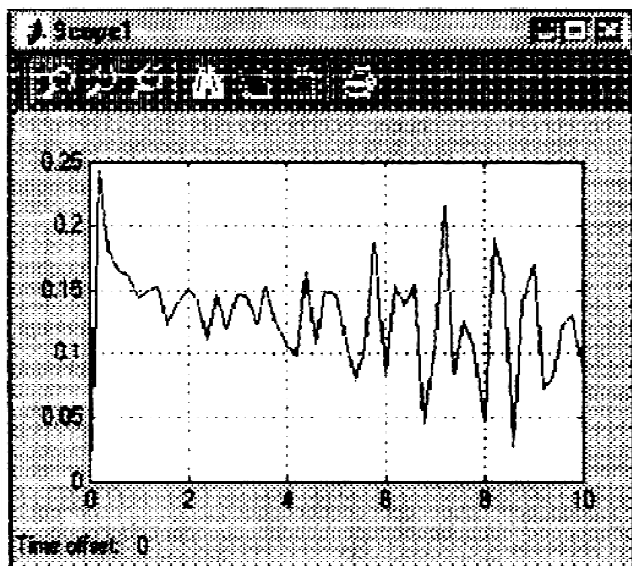


Рис. 13. Результати обчислень похідної статичної характеристики деформації шпинделя при зміні сили різання від 0 до 10 Н

На графіку подана величина, обернена жорсткості шпинделя.

З аналізу графіка випливає, що середнє значення параметра жорсткості шпинделя трохи змінюється при збільшенні сили різання. Поряд з цим значно збільшується число змін параметра жорсткості. Це викликано випадковими змінами характеристик жорсткості окремих елементів шпиндельного вузла, в основному підшипників та системи їх регулювання.

*The estimation of deformity of vertical-milling machine spindle unit using simulation system SIMULINK (MATLAB) is given.*

### **Література**

1. Попов В.И., Локтев В.И. Динамика станков. - Киев: Техника, 1975.-136 с.

*Одержано 20.12.2001 р.*