

УДК 621.9 : 531.3

**Грицай, канд. техн. наук**

*Національний університет “Львівська політехніка”*

## **ДЕФОРМАЦІЙНО - ТЕПЛОВА ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ РІЗАННЯ**

*Подано результати дослідження деформаційно – теплової динамічної системи процесу різання. Показано, що зсув фаз між зміною інтенсивності деформування та теплою і температурою пластично деформованого шару є однією з причин виникнення та підтримання автоколивань під час різання. Отримано вираз постійної часу температури різання та динамічне рівняння температури у перехідному процесі.*

### **Умовні позначення**

$\varepsilon$  - відносний зсув;  
 $s$  - абсолютний зсув;  
 $h$  – товщина ділянки зсуву;  
 $l$  – відтинок шляху різання, на якому відбувся зсув;  
 $\Phi$  – умовний кут зсуву;  
 $\tau$  - напруження зсуву;  
 $\tau_1$  - дотичне напруження, що відповідає одинарному відносному зсуву;  
 $l$  – довжина елементарної ділянки, на якій відбувся зсув;  
 $V$  – швидкість різання;  
 $a$  – товщина зрізу;  
 $I$  – механічний еквівалент теплоти;  
 $k_Q$  – коефіцієнт теплового балансу;  
 $\lambda$  – питома теплоємність металу заготовки.

Процеси різання металів є процесами із внутрішнім джерелом теплоти, що генерується внаслідок деформування і пластичного (або крихкого) руйнування металу при перетворенні його на стружку. Закономірності теплових процесів та формування температури на передній поверхні інструменту і у деформованому шарі значно впливають на силу різання. Крім того, від їх перебігу залежить інтенсивність зношування інструментів, що є безпосередньою функцією температури, встановлюваної на різальному клині. Розглянемо механізм взаємозв'язку і взаємовпливу процесів пружно-пластичного деформування, теплоутворення і сили різання.

Теплові явища, що супроводять процес різання, характеризуються інерційністю. Суть інерційності полягає у тому, що при зміні інтенсивності зсувної деформації, що починається після досягнення критичної межі дотичного напруження та переходу пружного деформування у пластичне, температура у шарі зсуву і температура на передній поверхні відстають у часі від вхідної дії. Процеси пружно-пластичного деформування та теплоутворення утворюють замкнену динамічну систему, у якій зв'язок між вхідною та вихідною координатами можна пояснити так.

Зростання інтенсивності деформування в умовній площині зсуву призводить до збільшення сили і роботи різання та енергії пластичного деформування, в результаті чого збільшується кількість теплоти, що утворюється при різанні. Поштовхом до зміни інтенсивності зсуву може стати випадкова, або закономірна зміна товщини зрізу, швидкості різання, локальна зміна твердості і пластичних властивостей оброблюваного металу, зокрема, межі міцності та межі текучості. Дія одного або декількох з цих факторів створює первинне збурення у динамічній деформаційно—тепловій системі. Чим вища міцність металу, тим більша робота зсуву, тим більше енергії вивільниться у результаті перетворення припуску на стружку. Одночасно зростають інтенсивність нагрівання і

температура текучого шару, але, разом з тим, інтенсивніше відбувається розміщення матеріалу, що виявляється у зниженні опору металу деформуванню. У результаті розміщення зменшиться напруження зсуву, на деформацію затратиметься менше роботи і вивільниться менше енергії, що призведе до зниження рівня теплоутворення і температури плинного шару. Як наслідок – спадання темпу розміщення, підвищення міцності металу, що призводить до нового зростання сили і роботи різання, необхідних для виконання зсуву, кількості утвореної енергії та підвищення температури різання.

Даний механізм не лише описує динаміку деформаційно – теплових процесів і температури різання, але й дозволяє пояснити виникнення автоколивальних у пружних системах верстатів. Поряд з відставанням сили різання від товщини зрізів, що є встановленим фактом періодичної зміни сили різання і основним фактором незатухаючих коливань [1-3], фазовий зсув між зміною механічних властивостей пластично деформованого шару на різальному клині і силою різання необхідно вважати другою основною причиною виникнення і стійкого підтримання автоколивальних під час різання. Оскільки у такому аспекті процес різання ще не досліджений, встановимо динамічну характеристику температури.

Температура плинного шару визначається інтенсивністю деформування і величиною напруження в умовній площині зсуву, параметрами теплоутворення і теплопередачі. За даними [4] температура у шарі, що зазнав зсуву під час різання, можна визначити за питомою роботою  $A_{\omega}$ , необхідною для подолання опору пластичного деформування

$$\theta = \frac{k_Q \cdot A_{\omega}}{\rho \cdot c} = k_Q \cdot \frac{\tau \cdot \varepsilon}{\rho \cdot c},$$

де  $\tau$  - дотичне напруження у площині зсуву, МПа;  $\varepsilon$  - відносний зсув;  $c$  – питома теплоємність матеріалу інструменту, Дж/кг·град;  $\rho$  – питома густина матеріалу інструменту, Г/см<sup>3</sup>;  $k_Q$  – коефіцієнт теплового балансу, що характеризує частку теплоти, що залишається у пластично деформованому шарі. Для практичних розрахунків при роботі із застосуванням МОР можна вважати  $k_Q = 0,3 - 0,45$ .

На основі принципової подібності механізмів пластичного деформування при стиску, розтязі і різанні та єдності кривих зміцнення при різанні і механічних випробуваннях дотичне напруження замінюють умовною межею текучості при стиску, а математичну залежність між напруженням текучості і інтенсивністю деформування для процесів стиску, розтягу і різання апроксимують функцією [4-6]:

$$\tau = \tau_1 \cdot \varepsilon^{\alpha}.$$

З урахуванням цієї залежності температура шару металу, що зазнав зсуву:

$$\theta = k_Q \cdot \frac{\tau_1 \cdot \varepsilon^{\alpha+1}}{\rho \cdot c}.$$

Величини  $\tau_1$  і  $\alpha$  - постійні для даного металу і температурно-швидкісного режиму.

Лінеаризуємо дану залежність, впровадивши коефіцієнт пропорційності  $K_{\theta}$  між відносним зсувом і температурою. Його величину для даного матеріалу і певного температурного інтервалу можна знайти як кутовий коефіцієнт дотичної до кривої, що характеризує залежність відносного зсуву, що відповідає межі текучості, від температури. У свою чергу, вказану залежність можна побудувати на основі кривих деформаційного зміцнення, отриманих експериментально для різних температур. Даний коефіцієнт є статичною характеристикою температури різання, тобто:

$$K_{\theta} = \frac{\theta}{\varepsilon} = k_Q \cdot \frac{\tau_1}{\rho \cdot c}$$

З цього рівняння температура:

$$\theta = K_{\theta} \cdot \varepsilon = k_Q \cdot \frac{\tau_1 \cdot \varepsilon}{\rho \cdot c} \quad (1)$$

Залежність (1) є неперервною, монотонною і може бути лінеаризованою розкладом за ступенями малих прирощень змінних, що беруться в околицях їх значень при усталеному режимі. Використовуючи формулу Тейлора, подамо приріст нелінійної функції (1) відхиленнями від її певного значення:

$$\Delta\theta = k_Q \cdot \frac{\varepsilon_0}{\rho \cdot c} \Delta\tau_1 - k_Q \cdot \frac{\tau_{10}}{\rho \cdot c} \cdot \Delta\varepsilon. \quad (2)$$

Прийmemo допущення, що передній кут інструменту не перевищує  $5^0$ , що властиво, зокрема, для більшості модульних черв'ячних фрез стандартної конструкції. Визначимо відносний зсув через товщину зрізу  $a$  і кут зсуву  $\Phi$ :

$$\varepsilon = \frac{s}{h} \approx \frac{a}{l \cdot \sin^2 \Phi},$$

де  $s$  і  $h$  – відповідно абсолютний зсув і товщина шару зсуву;  $l$  – елементарна ділянка шляху різання, на якій розглядається зсувний процес.

У приростах отримуємо:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta a}{l_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} - \frac{2 \cdot a_0 \cdot \cos \Phi_0}{l_0 \cdot \sin^3 \Phi_0} \cdot \Delta\Phi. \quad (3)$$

Замінивши знаки приросту диференціалами і пам'ятаючи, що при малих значеннях передніх кутів коефіцієнт осадження стружки  $\xi = \operatorname{ctg} \Phi$ :

$$d\varepsilon = \frac{da}{l_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} - \frac{2 \cdot a_0 \cdot \xi_0}{l_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot d\Phi. \quad (3.1)$$

Перейдемо до часу різання, враховуючи, що  $l_0 = V_0 \cdot t$ , після чого отримаємо:

$$d\varepsilon = \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{da}{dt} - \frac{2 \cdot a_0 \cdot \xi_0}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \left( \frac{da}{dt} - 2 \cdot a_0 \cdot \xi_0 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \right)$$

Подамо похідну від кута зсуву в дужках у вигляді:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\partial \Phi}{\partial a} \cdot \frac{\partial a}{\partial t}$$

Для знаходження функції  $\partial \Phi / \partial a$ , що встановлює безпосередню залежність зміни кута зсуву від зміни товщини зрізів, використаємо умову незмінності швидкості різання та рівності елементарних відтинків  $dl$  шляху різання, на якому відбувся зсув, у перехідному процесі, на вході якого товщина зрізу змінюється від  $a_1$  до  $a_2$ :

$$dl = a \cdot \operatorname{ctg} \Phi;$$

$$dl = (a + \Delta a) \cdot \operatorname{ctg} (\Phi + \Delta \Phi).$$

З рівності:

$$a \cdot \operatorname{ctg} \Phi = (a + \Delta a) \cdot \operatorname{ctg} (\Phi + \Delta \Phi),$$

знехтувавши величиною  $\Delta \Phi \cdot \Delta a \cdot \operatorname{tg}^2 \Phi$  як такою, що на порядок менша, ніж інші складові, після тотожного перетворення отримуємо:

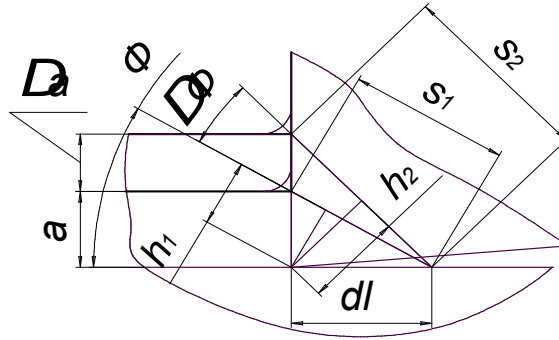


Рис.1. Взаємозв'язок параметрів зсуву з товщиною зрізів.

$$\operatorname{ctg} \Delta \Phi \approx \frac{a}{\Delta a} \cdot \left( \operatorname{ctg} \Phi_0 + \frac{1}{\operatorname{ctg} \Phi_0} \right)$$

Для передніх кутів, що не більші за  $5^\circ$ ,  $\operatorname{ctg} \Delta \Phi = \frac{\cos \Delta \Phi}{\sin \Delta \Phi} \approx \frac{1}{\Delta \Phi}$ , тому, замінюючи прирости диференціалами:

$$\partial \Phi = \left[ \frac{a}{\partial a} \cdot \left( \operatorname{ctg} \Phi_0 + \frac{1}{\operatorname{ctg} \Phi_0} \right) \right]^{-1}$$

або:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a} = \left[ a_0 \cdot \left( \xi_0 + \frac{1}{\xi_0} \right) \right]^{-1}$$

Підставимо отриманий вираз у залежність (3.1):

$$\begin{aligned} d\varepsilon &= \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \left( 1 - 2 \cdot \frac{\xi_0}{\xi_0 - \frac{1}{\xi_0}} \right) \cdot \frac{da}{dt} = \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \left( 1 - \frac{2}{1 - \frac{1}{\xi_0^2}} \right) \cdot \frac{da}{dt} \cong \\ &\cong - \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{da}{dt}; \end{aligned} \quad (3)$$

тут  $1/\xi^2 \sim 0$ , оскільки при різанні конструкційних сталей  $\xi \gg 1$ .

Перейдемо у залежності (2) до диференціалів змінних і підставимо значення (3):

$$d\theta = k_Q \cdot \frac{\varepsilon_0}{\rho \cdot c} d\tau_1 - k_Q \cdot \frac{\tau_{10}}{\rho \cdot c} \cdot \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{da}{dt}$$

На основі виразу (3) визначимо швидкість зміни температури у шарі внаслідок його зсуву:

$$V_\theta = \frac{d\theta}{dt} = k_Q \cdot \frac{\varepsilon_0}{\rho \cdot c} \frac{\partial \tau_1}{\partial t} - \frac{\partial \left( k_Q \cdot \frac{\tau_{10}}{\rho \cdot c} \cdot \frac{1}{V_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{da}{dt} \right)}{\partial t}$$

або:

$$\frac{d\theta}{dt} \cong \frac{\varepsilon_0 \cdot V_0 \cdot k_Q}{I \cdot l_0 \cdot \lambda} \cdot \frac{\partial \tau_1}{\partial t} - \frac{\partial \left( \frac{\tau_{10} \cdot k_Q}{I \cdot l_0 \cdot \lambda} \cdot \frac{1}{\sin^2 \Phi_0} \cdot \frac{da}{dt} \right)}{\partial t} \quad (4)$$

Залежність (4) є рівнянням дотичної до кривої часової зміни температури. Прирівняємо праву частину цього виразу до нуля і знехтуємо знаками диференціювання,

зберігаючи умову малості змінних величин. З цієї рівності отримаємо вираз постійної часу температури різання:

$$T_{\theta} = \frac{a_{max}}{V_0 \cdot \varepsilon_0 \cdot \sin^2 \Phi_0} \quad (5)$$

Ця величина визначає темп наростання температури у деформованому шарі при зміні інтенсивності деформації і характеризує відставання у часі різання вихідного сигналу від вхідного. З виразу (5) виходить, що інерційність процесу встановлення нового значення температури у зоні різання зв'язана прямою залежністю із товщиною зрізів і оберненою - із швидкістю різання й інтенсивністю деформації. Наприклад, при швидкості різання  $V = 35$  м/хв., середньому значенні кута зсуву  $\Phi = 25^{\circ}$  (відносний зсув  $\varepsilon_0 = 2,61$ ); середній максимальній товщині зрізу 0,35 мм отримуємо  $T_{\theta} = 0,00129$  сек.

На рис.2 показано сталу часу у функції від швидкості різання при значеннях кута зсуву  $\Phi = 15^{\circ} - 45^{\circ}$  і середній товщині зрізу 0,5 мм.

За відомою постійною часу температури динамічну характеристику температури різання можна подати у вигляді аперіодичної ланки, що в операторній формі виглядає так:

$$W_{\theta} = \frac{\theta}{\varepsilon} = \frac{K_{\theta}}{T_{\theta}p + 1}$$

або у комплексній формі:

$$W_{\theta} = \frac{\theta}{\varepsilon} = \frac{K_{\theta}}{1 + T_{\theta}^2 \omega^2} - i \frac{K_{\theta} \cdot T_{\theta} \omega}{1 + T_{\theta}^2 \omega^2}$$

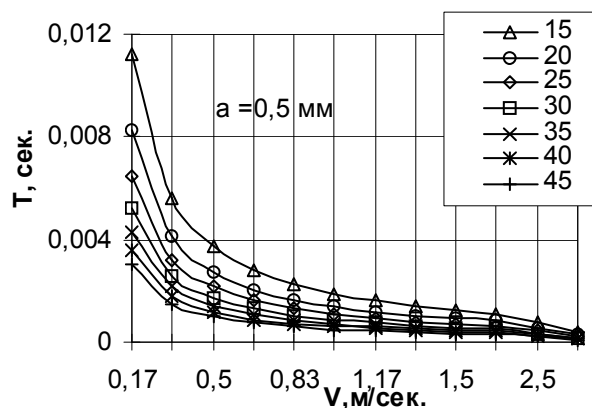


Рис.2. Залежність температурної постійної часу деформаційно-теплового контуру процесу різання від швидкості різання.

Цій передавальній функції відповідає часова характеристика:

$$F = K_{\theta} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_{\theta}}} \right)$$

На рис.3. показана АФЧХ деформаційно – теплової системи різання при  $\theta_{cm} = 500^{\circ}\text{C}$ ;  $T_{\theta} = 0,00129$  сек.

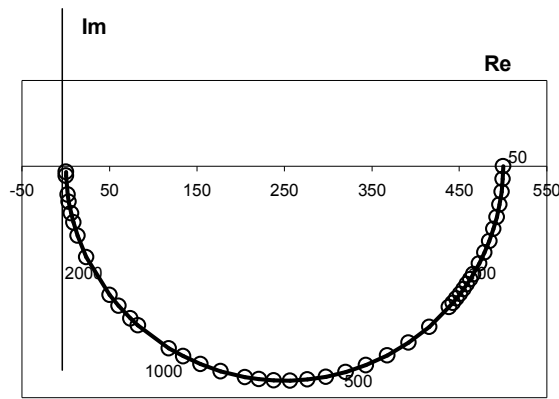


Рис.3. АФЧХ температури різання.

### Висновки.

1. З аналізу динаміки теплоутворення та впливу температури на формування сили різання на основі отриманих у даній статті залежностей випливає, що у випадку рівності сталих часу контуру стружкоутворення та деформаційно – теплового контуру дані процеси змінюватимуться у часі різання з однією частотою. При відсутності зсуву фаз між коливаннями сили і температури різання максимальне температурне розміщення припаде на момент досягнення пікового значення сили різання, що сприяє зменшенню цієї сили та поліпшенню умов обробки. Найменш сприятливі умови виникатимуть, коли коливання температури і сили різання здійснюватимуться з однаковою частотою у протифазі. У цьому випадку можна очікувати максимального зростання сили різання, оскільки найвища інтенсивність стружкоутворення і температурного розміщення виявляться зміщеними на кут  $\pi/2$ . Якщо ж зміна температури і сили різання відбувається з різною частотою, то взаємодія коливальних процесів у вказаних контурах матиме випадковий характер, а дія цього фактора спричинить додаткове коливання максимального значення сили різання. Даний висновок базується на явищах, що виникають під час різання, проте він гіпотетичний і потребує додаткового експериментального дослідження.  
Такий аналіз для процесів зубофрезерування циліндричних зубчастих коліс модульними черв'ячними фрезами з метою виявлення області стійких режимів і конструктивно-технологічних факторів процесу можливий на основі порівняння сталих часу деформаційно–теплового контуру і контуру стружкоутворення, формулу виведено з урахуванням особливостей цього процесу в роботі [7].
2. Втрата стійкості у деформаційно-тепловій системі процесу різання може настати під час обробки матеріалів, що мають властивість зміцнення у певному інтервалі зміни температури, як, наприклад, сталь 20, для якої цей температурний діапазон становить 320-400<sup>0</sup>С (на основі даних [6]). Зміцнення деформованого об'єму металу, що переходить у стружку, може стати причиною зростання зсувної деформації і напруження зсуву, викликати збільшення сили різання і підвищення інтенсивності коливань у пружній системі верстата.

*The results of study of the deformation thermal dynamic model of the cutting are reduced. It is introduced, that the phase shift between variation of intensity of shear both heat and temperature of a plastically deformed stratum is one of a reason of originating and keeping up of self-oscillations during cutting. The expression of time constants of temperature of cutting and dynamic equation of temperature in transient phenomenon is obtained.*

### Література

1. Кудинов В.А. Динамика станков. - М.:Машиностроение, 1967.- 359 с.
2. Ташлицкий Н.И. Первичный источник энергии возбуждения автоколебаний при резании металлов // Вестник машиностроения.- 1960.- №2.- С.45-50.

## **МАШИНОБУДУВАННЯ ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА**

3. Эльязберг М.Э. К теории и расчету устойчивости процесса резания металла на станках // Станки и инструмент.- 1971.- №11.- С.6-11 и №12. -С.1-6; 1972.- №1.- С.1-7
4. Розенберг А.М., Розенберг О.А. Механика пластического деформирования в процессах резания и деформирующего протягивания. – Киев, 1990. – 320 с.
5. Зорев Н.Н. Вопросы механики процесса резания металлов. – М.: Машгиз, 1956. – 367 с.
6. Теория пластических деформаций металлов / Под ред. Е.П.Унксова, А.Т.Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. –598 с.
7. Грицай І.Є. Динамічна модель пружної системи процесу різання // Динаміка, міцність та проектування машин і приладів: Вісник НУ “Львівська політехніка”. – 2001. (У друці).

*Одержано 19.12.2001 р.*