

УДК 389.64:536.5

В.Олексюк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗРАХУНОК КОЕФІЦІЄНТІВ ІНТЕНСИВНОСТІ НАПРУЖЕНЬ В ЕЛЕМЕНТАХ РАМНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЇХ ДЕПЛАНАЦІЇ

Запропоновано інженерну методику визначення коефіцієнтів інтенсивності напружень у вершині тріщини тонкостінного профілю типу гнутого швелера, що перебуває в умовах стисненого кручення.

Рамні конструкції сільськогосподарських машин переважно виготовляються з тонкостінних стержневих конструкцій, що складаються з елементів відкритого профілю типу швелерів, кутників, таврових і двотаврових поперечних перетинів. Найбільш поширеним видом навантаження цих конструкцій є стиснене кручення, врахування якого важливе при оцінці міцності і довговічності конструкцій даного типу.

Несучі елементи рамних конструкцій сільськогосподарських машин мають різноманітні концентратори напружень: зварні шви, отвори, різного виду накладки. Це призводить до того, що в умовах експлуатації вони руйнуються шляхом утворення і подальшого розвитку тріщин. Домінантну роль у механіці руйнування відіграє коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН), що визначає напружено-деформівний стан в околі вершини тріщини.

У роботі пропонується методика визначення КІН у вершині тріщини тонкостінного профілю типу гнутий швелер, що базується на методах лінійної механіки руйнування.

Розглянемо тонкостінний стержень гнутого швелера з такими геометричними параметрами (рис. 1): H – висота швелера; b – ширина полочки; δ – товщина стінки, на який діє згинально-крутний бімомент B_{ω}

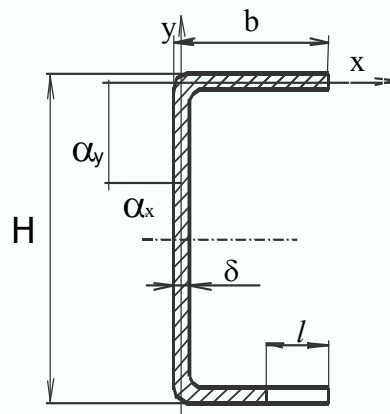


Рис.1. Переріз гнутого швелера з крайовою тріщиною полочки.

Найбільш імовірним місцем зародження тріщини для швелера є вершина його полочки [1].

Нехай швелер має початковий дефект довжиною $l = b \cdot \varepsilon$, що виходить з краю полочки.

Напружений стан, що виникає в полочці гнутого швелера з тріщиною, з певним наближенням можна моделювати, розглядаючи пластину тієї ж товщини t і ширини b з крайовою тріщиною при аналогічному силовому навантаженні [2] розтягуючими зусиллями P та згинальними моментами M (рис. 2.). Оскільки напруження в полочці від

дії бімоментів розподілені за лінійним законом, їх можна подати як комбінацію напружень розтягу і згину [3].

Відповідні розв'язки задачі при визначенні КІН для тріщини нормального відриву можна отримати за аналогією із залежностями, поданими у [4].

- для розтягу:

$$K_1^{(p)} = \sigma_{ном}^{(p)} \cdot (1 - \varepsilon) \sqrt{b\varepsilon\pi} \cdot [1.12 - 0.23\varepsilon + 10.55\varepsilon^2 - 21.72\varepsilon^3 + 30.39\varepsilon^4]; \quad (1)$$

- для згину:

$$K_1^{(зг)} = \sigma_{ном}^{(зг)} \cdot (1 - \varepsilon)^2 \sqrt{b\varepsilon\pi} [1.122 - 1.4\varepsilon + 7.33\varepsilon^2 - 13.08\varepsilon^3 + 14\varepsilon^4]; \quad (2)$$

де $\varepsilon = \frac{l}{b}$ - відношення довжини тріщини до ширини полицки швелера;

$\sigma_{ном}^{(p)}$ і $\sigma_{ном}^{(зг)}$ - номінальні напруження відповідно розтягу і згину.

При навантаженні тонкостінного стержня згинально-крутним бімоментом, нормальні напруження змінюються за законом секторіальних площ і описуються залежністю:

$$\sigma_{\omega} = \frac{B_{\omega} \cdot \omega}{I_{\omega}}, \quad (3)$$

де B_{ω} - згинально-крутний бімомент;

I_{ω} - секторіальний момент інерції перерізу;

ω - секторіальна координата даної точки при розміщенні полюса у центрі згину, а початкової точки (початок відліку) – у головній секторіальній точці.

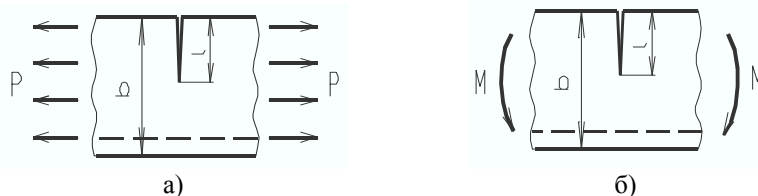


Рис. 2. Схема навантаження полицок при депланації гнутого швелера:
а – розтяг; б – згин.

Напруження $\sigma_{ном}^{(p)}$ і $\sigma_{ном}^{(зг)}$ необхідно вибрати так, щоб вони повністю відповідали реальній картині розподілу напружень у перерізі полицки з тріщиною. У свою чергу, ця задача зводиться до визначення напружено-деформівного стану в нетто-перерізі стержня (заштрихована область на рис. 1), що є собою несиметричним гнутим швелером з довжиною нижньої полицки $b_1 = b - l = b(1 - \varepsilon)$.

Розподіл номінальних напружень, котрі виникають у нетто-перерізі швелера, базується, перш за все, на визначенні секторіальних геометричних характеристик цього перерізу. Для розв'язку задачі скористаємося методом інтегрування довільних епюр [5], котрий дозволяє визначити координати центру згину α_x і α_y , та секторіальний момент інерції гнутого швелера з тріщиною I_{ω} .

Для цього, за аналогією з [5], будемо довільні епюри лінійних x , y , z і секторіальних ω координат даного перерізу так, щоб максимально їх спростити і зменшити кількість обчислень при інтегруванні. Зокрема, при побудові епюри X за нульову лінію вибираємо вісь стінки швелера, і додатній напрям відраховуємо вправо; при побудові епюри Y – за нульову лінію вибираємо вісь верхньої полицки швелера, додатній напрям

мок – вгору . Епюру Z приймаємо з постійними, що дорівнюють одиниці координатами для всіх точок перетину. Четверту секторіальну епюру ω_0 - епюру секторіальних площ – будуємо з полюсом у точці перетину осі верхньої полицки з віссю стінки і з початковою точкою в перетині осі стінки з віссю нижньої полицки. Вказані епюри подані на рис. 3. Епюра головних секторіальних координат профілю ω , котра визначає закон розподілу нормальних напружень σ_ω при стисненому крученні, ортогональна з епюрами його лінійних координат x і y (визначають розподіл нормальних напружень при згині) й з рівномірною епюрою z (відповідає закономірності розподілу нормальних напружень при рівномірному розтягу), тобто повинна задовольняти такі умови:

$$\int_F \omega \cdot x dF = 0; \quad \int_F \omega \cdot y dF = 0;$$

$$\int_F \omega \cdot z dF = 0. \quad (4)$$

Обчислимо інтеграли на всій площі перерізу від квадратів цих епюр і їх добутків, взятих попарно. Впрвадимо позначення: $s_1 = b \cdot \delta$; $s_2 = H \cdot \delta$ - відповідно площі полицки і стінки швелера, і $\xi = 1 - \varepsilon$.

$$\int_F x^2 dF = \frac{1}{3} b^2 s_1 (1 + \xi^3); \quad \int_F yz dF = -\frac{1}{2} H (s_2 + 2s_1 \xi);$$

$$\int_F y^2 dF = \frac{1}{3} H^2 (s_2 + 3s_1 \xi); \quad \int_F x \omega_0 dF = \frac{1}{3} b^2 H s_1 \xi^3;$$

$$\int_F z^2 dF = s_1 (1 + \xi) + s_2; \quad \int_F y \omega_0 dF = -\frac{1}{2} b H^2 s_1 \xi^2; \quad (5)$$

$$\int_F xy dF = -\frac{1}{2} b H s_1 \xi^2; \quad \int_F z \omega_0 dF = \frac{1}{2} b H s_1 \xi^2;$$

$$\int_F xz dF = \frac{1}{2} b s_1 (1 + \xi^2); \quad \int_F \omega_0^2 dF = \frac{1}{3} b^2 H^2 \xi^3$$

Позначимо через α_x і α_y координати центру згину перерізу у вибраній системі координат, а також розглянемо величину

$$\beta = \alpha_x \cdot y_0 - \alpha_y \cdot x_0, \quad (6)$$

де (x_0, y_0) - координати головної секторіальної точки. Для обчислення шуканих параметрів α_x , α_y і β , враховуючи (5) і після перетворень, отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$2b(1 + \xi^3)\alpha_y + 3H\xi^2\alpha_x + 3(1 + \xi^2)\beta = -2bH\xi^3$$

$$3bs_1\xi^2\alpha_y + 2H(s_2 + 3s_1\xi)\alpha_x + 3(s_2 + 2s_1\xi)\beta = -3bHs_1\xi^2 \quad (7)$$

$$bs_1(1 + \xi^2)\alpha_y + H(s_2 + 2s_1\xi)\alpha_x + 2(s_2 + s_1 + s_1\xi)\beta = -bHs_1\xi^2$$

Розв'язуючи систему рівнянь (7), визначимо

$$\alpha_y = \frac{A_1}{A}; \quad \alpha_x = \frac{A_2}{A}; \quad \beta = \frac{A_3}{A}, \quad (8)$$

де A_1, A_2, A_3 - визначники третього порядку.

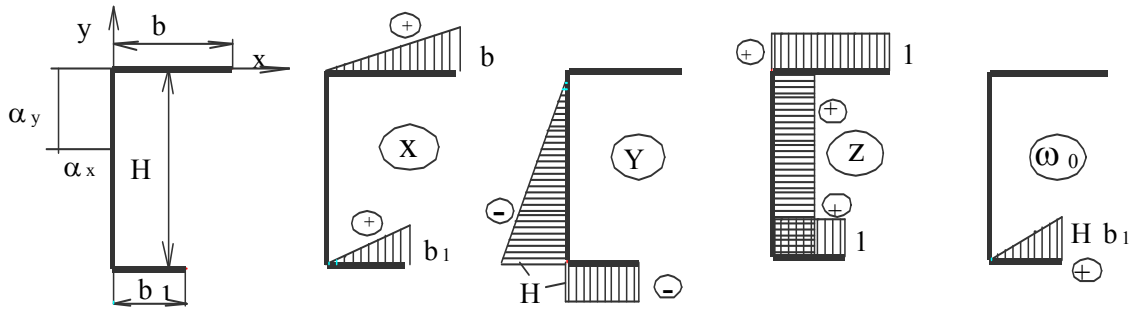


Рис.3 – Епюри лінійних і секторіальних координат перерізу гнутого швелера з тріщиною полочки.

$$A = 2bH \left[\begin{matrix} (s_2^2 + s_1s_2) + s_1(4s_2 + 3s_1)\xi + 3s_1s_2\xi^2 + \\ s_2(s_2 + 4s_1)\xi^3 + s_1(s_2 + 3s_1)\xi^4 \end{matrix} \right]$$

$$A_1 = -bH^2\xi^2 \left[3s_1s_2 + (2s_2^2 + 8s_1s_2)\xi + (2s_1s_2 + 6s_1^2)\xi^2 \right] \quad (9)$$

$$A_2 = -3b^2H\xi^2 \left[(2s_1s_2 + s_1^2) + 2s_1s_2\xi + s_1^2\xi^2 \right]$$

$$A_3 = b^2H^2\xi^2 \left[2s_1s_2 + 4s_1s_2\xi + 3s_1^2\xi^2 \right].$$

Співвідношення (8) – (9) визначають координати центру згину і нульової секторіальної точки для нетто-перерізу гнутого швелера. Слід зазначити, що при $\xi = 1$ (тобто $\varepsilon = 0$ - тріщина відсутня), із цих залежностей отримуємо:

$$\alpha_y = -H/2; \quad \alpha_x = -\frac{3(s_1^2 + 2s_1s_2)}{(2s_2^2 + 13s_1s_2 + 6s_1^2)}; \quad \beta = -\frac{bH \cdot \alpha_x}{2} \quad (10)$$

Для визначення секторіального моменту інерції перерізу скористаємося формулою

$$I_\omega = \alpha_y \int_F x \omega_0 dF - \alpha_x \int_F y \omega_0 dF + \beta \int_F z \omega_0 dF + \int_F \omega_0^2 dF \quad (11)$$

Підставляючи наведені вище значення інтегралів і параметрів α_y , α_x , β , отримаємо

$$I_\omega = bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)/6A \quad (12)$$

Епюра головних секторіальних координат описується співвідношенням

$$\omega = \alpha_y x - \alpha_x y + \beta z + \omega_0, \quad (13)$$

що в межах нетто-перерізу полочки швелера ($y = -H$, $0 \leq x \leq b\xi$) дає

$$\omega = [x(A_1 + HA) + HA_2 + A_3]/A \quad (14)$$

Підставляючи (12) і (14) в (3) визначимо шуканий розподіл нормальних напружень у розглядуваному нетто-перерізі:

$$\sigma_\omega = 6B_\omega \cdot [x(A_1 + HA) + HA_2 + A_3] / bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi) \quad (15)$$

Розіб'ємо цю лінійну епюру напружень на складові, що відповідають розтягові і чистому згинуві. З цією метою визначимо номінальні напруження у вершині тріщини (точка 1: $x = b_1 = b \cdot \xi$) і в кутовій точці перетину стінки і полочки швелера (точка 2: $x = 0$). Після відповідних обчислень отримаємо

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= 6B_\omega \cdot [b\xi(A_1 + HA) + HA_2 + A_3] / \\ &\quad bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi), \\ \sigma_2 &= 6B_\omega \cdot [HA_2 + A_3] / \\ &\quad bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)\end{aligned}\quad (16)$$

Очевидно, що номінальні напруження від розтягу і чистого згину $\sigma_{ном}^{(p)}$ і $\sigma_{ном}^{(зг)}$ відповідно виражаються через отримані значення у граничних точках співвідношеннями:

$$\sigma_{ном}^{(p)} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} ; \quad \sigma_{ном}^{(зг)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (17)$$

Враховуючи це і розкриваючи визначники A, A_1, A_2, A_3 , отримаємо

$$\begin{aligned}\sigma_{ном}^{(p)} &= 3B_\omega \cdot [2s_2(s_2 + s_1) - s_1s_2\xi^2] / \\ &\quad bHs_1\xi^2 \cdot [4s_2(s_2 + s_1) + s_1(4s_2 + 3s) \xi], \\ \sigma_{ном}^{(зг)} &= 3B_\omega \cdot [2s_2(s_2 + s_1) + 2s_1(4s_2 + 3s)\xi + 3s_1s_2\xi^2] / \\ &\quad bHs_1\xi^2 \cdot [4s_2(s_2 + s_1) + s_1(4s_2 + 3s) \xi]\end{aligned}\quad (18)$$

Враховуючи, що для бездефектного швелера секторіальний момент опору становить

$$W_\omega = \frac{bHs_1(s_2 + 3s_1)}{6(3s_1 + 2s_2)}$$

і переходячи від геометричного параметра $\xi = 1 - \varepsilon$ до $\varepsilon = l/b$, подамо залежність (18) у вигляді:

$$\begin{aligned}\sigma_{ном}^{(p)} &= B_\omega (3 + \lambda) [\lambda(1 + 2\lambda) + 2\lambda\varepsilon - \lambda\varepsilon^2] / \\ &\quad 2W_\omega (3 + 2\lambda)(1 - \varepsilon)^2 [3 + 4\lambda(2 + \lambda) - (3 + 4\lambda)\varepsilon], \\ \sigma_{ном}^{(зг)} &= B_\omega (3 + \lambda) [6 + \lambda(13 + 2\lambda) - 2(3 + 7\lambda)\varepsilon + 3\lambda\varepsilon^2] / \\ &\quad 2W_\omega (3 + 2\lambda)(1 - \varepsilon)^2 [3 + 4\lambda(2 + \lambda) - (3 + 4\lambda)\varepsilon],\end{aligned}\quad (19)$$

де $\lambda = \frac{s_2}{s_1}$.

Сумарна величина КІН при лінійному розподілі напружень матиме значення

$$K_1 = K_1^{(p)} + K_1^{(зг)} \quad (20)$$

Вираз для визначення КІН у випадку стисненого кручення гнучого швелера з крайовою тріщиною, що виходить з вершини полицки, з достатньою для практичного застосування точністю можна подати так:

$$K_I = B_\omega \cdot F(\varepsilon, \lambda), \quad (21)$$

де $F(\varepsilon, \lambda)$ - поправочна функція для отримання числового значення КІН, що враховує вплив розмірів тріщини і геометрію перерізу.

$$\begin{aligned}F(\varepsilon, \lambda) &= (3 + \lambda) \sqrt{b\varepsilon\pi} \{ [\lambda(1 + 2\lambda) + 2\lambda\varepsilon - \lambda\varepsilon^2] \times \\ &\quad [1.12 - 0.23\varepsilon + 10.55\varepsilon^2 - 21.72\varepsilon^3 + 30.39\varepsilon^4] + \\ &\quad (1 - \varepsilon) \cdot [6 + \lambda(13 + 2\lambda) - 2(3 + 7\lambda)\varepsilon + 3\lambda\varepsilon^2] \times \\ &\quad [1.122 - 1.4\varepsilon + 7.33\varepsilon^2 - 13.08\varepsilon^3 + 14\varepsilon^4] \} / \end{aligned}\quad (22)$$

$$2W_{\omega} \cdot (3 + 2\lambda)(1 - \varepsilon)[3 + 4\lambda(2 + \lambda) - (3 + 4\lambda)\varepsilon]$$

де $\varepsilon = \frac{l}{b}$ - відношення довжини тріщини до ширини полицки швелера;

$\lambda = \frac{S_2}{S_1} = \frac{H}{b}$ - геометричний параметр форми поперечного перерізу (в даному випадку швелер).

Для визначення фактичних значень бімоментів B_{ω} в найбільш навантажених перетинах конструкції, що розраховується, з урахуванням реальних динамічних навантажень, отриманих у натурних умовах експлуатації машин, використовують модифікований метод мінімуму потенціальної енергії [6].

The article touches upon poorly study aspects of warping constructions of open profile. In the paper the stress intensity factor of normal break are calculate.

Література

1. Андрейкив А. Е. Разрушение квазихрупких тел с трещинами при сложном напряженном состоянии. – К.: Наук. думка, 1979. – 144 с.
2. Андрейкив А. Е., Дарчук А. И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 184 с.
3. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 402 с.
4. Саврук М. П. Механика разрушения и прочность материалов. Т.2. – К.: Наукова думка, 1988. – 620 с.
5. Бычков Д. В. Строительная механика стержневых конструкций. – М.:Гостройиздат, 1962. – 386 с.
6. Рыбак Т. И. Методы оценки несущей способности и долговечности машин для химической защиты в растениеводстве. – К: Наук. думка, 1985. – 232 с.

Одержано 10.07.2001 р.