

УДК 539.375

В.Божидарник, канд.фіз.-мат.наук; Г.Сулим, докт.фіз.-мат.наук

Луцький державний технічний університет;

Львівський національний університет імені Івана Франка

## МІЦНІСТЬ КРУГЛОЇ ВІЛЬНО ОПЕРТОЇ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ІЗОТРОПНОЇ ПЛИТИ З ТРІЩИНОЮ

Для визначення міцності кругової трансверсально-ізотропної плити з поверхневою або внутрішньою тріщиною запропоновано поєднати метод уточненого визначення напружено-деформованого стану в трансверсально-ізотропних плитах без тріщини, який враховує ефекти зсуву та обтиснення, з критерієм критичної пошкодженості поблизу фронту тріщини. У розрахунках використано також просту наближену формулу для обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень поверхневої півеліптичної тріщини.

Явище руйнування анізотропних матеріалів та конструкцій з них порівняно з ізотропними набагато складніше і через це досліджене надто мало. Проблема полягає в ускладненні методів визначення напружено-деформованого стану тіл та побудові специфічних чи узагальнених вже відомих для ізотропних матеріалів критеріїв руйнування [1-3]. Основна увага була приділена двовимірним задачам теорії тріщин в анізотропних середовищах (плоскі задачі та згин тонких пластин Кірхгофа [1, 4-6] та

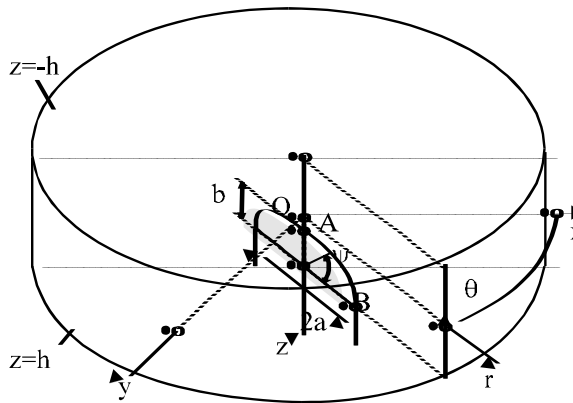


Рис. 1. Приповерхнева півеліптична тріщина у круглій плиті

ін.). Однак врахування в анізотропних елементах конструкцій просторового характеру поля напружень і деформацій, кутової залежності не лише пружних властивостей але й тріщиновитримності матеріалу  $K_{Ic}$  у відповідних критеріях руйнування [6-8] та експериментальне визначення необхідних для розрахунку цілісності конструкцій  $K_{Ic}$  [6, 9] вимагають подальших інтенсивних досліджень.

Ця робота поєднує уточнений метод визначення напружено-деформованого стану в трансверсально-

ізотропних плитах [10, 11] з критерієм критичної пошкодженості поблизу фронту тріщини [7, 8] для визначення граничного навантаження плит з поверхневими тріщинами. Поряд з цим запропоновано просту наближену формулу для обчислення коефіцієнтів інтенсивності напружень поверхневої півеліптичної тріщини.

Розглядається кругла у плані трансверсально-ізотропна плита сталої товщини  $2h$  (яка належить до множини  $a_i$  геометричних параметрів плити) з невеликою мілкою поверхневою тріщиною, перпендикулярною до площини ізотропії  $xOy$ . Не зменшуючи істотно загальності, можна вважати форму тріщини півеліптичною (півосі  $a, b$  - рис. 1). Плита піддана дії згину зовнішніми зусиллями, що в сукупності характеризуються

певним комплексним силовим параметром  $q$ . Задача полягає у визначенні такого граничного значення  $q = q_*$ , після досягнення якого тріщина почне збільшуватися.

**1. Критеріальні співвідношення.** При розв'язуванні поставленої задачі вважається, що півосі тріщини задовольняють умову  $a_i \square a > b$ . Вона згідно з принципом суперпозиції означає, що гранично-рівноважний стан такої плити з тріщиною наближено відповідає гранично-рівноважному стану півпростору з того ж матеріалу і такою ж поверхневою тріщиною, коли на її поверхні діють рівномірно розподілені нормальні і дотичні напруження інтенсивності  $-\sigma_{nn}, -\sigma_{nt}$ , причому за абсолютною величиною вони дорівнюють нормальним і дотичним напруженням  $\sigma_{nn} = \sigma_{nn}(q, a_i), \sigma_{nt} = \sigma_{nt}(q, a_i)$  бездефектної плити у місці та площині розміщення тріщини. З огляду на малість тріщини можна вважати, що вони сталі (це йде у запас міцності). Заміна плити півпростором в умовах однорідного напруженого стану за станом у досліджуваній точці плити теж не зменшує прогнозованої міцності (йде у її запас), оскільки усереднено у плиті рівень напружень нижчий, так як швидко зменшується з наближенням до нейтральної площини. Застосування того чи іншого критерію руйнування дає змогу визначити граничний конструктивного елементу у складному напруженому стані [1].

Для простоти обмежимося випадком тріщини нормального відриву, коли  $\sigma_{nt} = 0$ . Тоді з огляду на симетрію напруженого стану відносно площини тріщини тріщина підростатиме у своїй площині. Руйнування розпочнеться, коли у якійсь точці фронту тріщини пошкодженість  $K_I / K_{Ic}$  [7, 8] досягне критичного одиничного значення, тобто коли

$$\max_{\theta} \{K_I(q, a_i, a, b) / K_{Ic}\} = 1. \quad (1)$$

Розрахунки для ізотропного матеріалу, для якого  $K_{Ic} = \text{const}$ , свідчать, що КІН, який є функцією кутової координати  $\psi$  -  $K_I = K_I(\psi)$ , найбільшого значення за рівномірного навантаження і умови  $a > b$  КІН досягає у найглибшій точці А при  $\psi = \pi/2$ . Експерименти з руйнування ізотропних конструкцій свідчать, що мілка еліптична тріщина спочатку збільшує свою глибину. Це питання доволі добре вивчене у численних працях, до застосовано прямі числові схеми методу граничних інтегральних рівнянь, методу скінченних елементів та побудовані на їх основі асимптотичні залежності див. зокрема [5, 12, 13].

Тому для вивчення початку руйнування ізотропних конструкцій при  $a > b$  достатньо обчислити КІН у точці А. Відомі відповідні формули (п. 9.29, (а), с. 519 [13]; (П.104), с. 562 [5]; (3.94) [2]; [14] (див. теж (8.23) [15]).

Запропонуємо іншу наближену залежність, в основу якої покладемо відомий точний розв'язок (6.5) [12] для еліптичної у плані плоскої тріщини всередині безмежного масиву, підданого однорідному розтягу безрозмірний КІН  $K_I^0 = K_I / (\sigma_{nn} \sqrt{\pi a})$  у точці А дорівнює

$$K_I^{e0} \equiv \frac{K_I^e}{\sigma_{nn} \sqrt{\pi a}} = \frac{\sqrt{\phi^4 \sqrt{\sin^2 \varphi + \phi^2 \cos^2 \varphi}}}{E(k)}, \quad k = 1 - \phi^2, \quad \cos \varphi = \frac{\cos \psi}{\sqrt{\cos^2 \psi + \sin^2 \psi / \phi^2}}, \quad (2)$$

де  $E(k)$  - повний еліптичний інтеграл другого роду. Домноживши цей вираз на коригуючий множник 1,1215 крайового ефекту, отримаємо просту залежність

$$K_I^0 = 1,1215 K_I^{e0} = 1,1215 \sqrt{\phi^4 \sqrt{\sin^2 \varphi + \phi^2 \cos^2 \varphi}} / E(k). \quad (3)$$

Згідно з ним виразом для точки А ( $\psi = \varphi = \pi/2$ )

$$K_I^0 = 1,1215 \sqrt{\phi} / E(k). \quad (4)$$

Зіставлення значень  $K_I^0$ , отриманих для точки А згадуваних виразів, числових даних таблиць 9.17, 9.18 [13] та даних з рис. 6.42 [12] для ізотропного матеріалу свідчить про найкраще узгодження запропонованого виразу (4) з даними числових розрахунків рис. 6.42 [12]. Загалом відносна різниця розв'язку (4) від (3.94) [2], (8.23) [15], (а) [13] та (П.104) [5] дорівнює: для  $\phi = 1$  - 5,8%, 7,5%, 7,7% і 10,6%;  $\phi = 0,5$  - 2,6%; 3,6%, 4,6% і 5,3%;  $\phi = 0,2$  - 0,9%, 1,1%, 2,3% і 4,4%;  $\phi = 0,1$  - 0,6%, 0,4%, 1,1% і 3,1% відповідно. При зменшенні відносної глибини тріщини ( $\phi \rightarrow 0$ ) відносна різниця між усіма даними швидко зменшується і якщо  $\phi \leq 0,025$ , то різниця між усіма даними (за винятком (П.104) [5]) є в межах 0,1%. До переваг залежності (4) належить те, що вона є монотонна, ненабагато відрізняється від відомих і дає значення КІН не менші від відомих у літературі, тобто її використання (у порівнянні з відомими гарантує запас міцності).

КІН  $K_I, K_{II}, K_{III}$  для ізольованої прямолінійної тріщини в анізотропному матеріалі за плоскої та антиплоскої постановки (так само, як і для ізотропного матеріалу) не залежать від пружних властивостей середовища. Оскільки розв'язок (2) для плоскої еліптичної в плані тріщини за однорідного поля напружень теж не залежить від пружних властивостей матеріалу, а розв'язок для поверхневої півеліптичної тріщини в ізотропному півпросторі залежить від коефіцієнту Пуассона незначно, то можна вважати, що така особливість щодо КІН збережеться і у випадку анізотропного матеріалу, або не буде істотною. Тобто застосовуватимемо вирази (2) – (9) і у випадку анізотропного матеріалу.

З урахуванням залежності (4) для визначення граничного значення параметра зовнішнього навантаження  $q = q_*$  у плиті з поверхневою півеліптичною тріщиною на основі (1) отримаємо таке визначальне рівняння

$$\begin{aligned} \max_{\phi} \left\{ \frac{K_I}{K_{Ic}} \right\} &= \max_{\phi} \left\{ \frac{1,1215 K_I^e}{K_{Ic}} \right\} = \\ &= \max_{\phi} \left\{ \frac{1,1215 \sqrt{\pi b} \sigma_{nn}(q_*, a_i) \sqrt[4]{\sin^2 \phi + (b/a)^2 \cos^2 \phi}}{E(k) K_{Ic}} \right\} = 1. \end{aligned} \quad (5)$$

Для ізотропного матеріалу  $K_{Ic} = \text{const}$  і через те, що максимум  $K_I^e$  досягається у точці А, з формули (5) отримують

$$1,1215 \sqrt{\pi b} \sigma_{nn}(q_*, a_i) / E(k) = K_{Ic}. \quad (6)$$

Тріщиновитримність у анізотропному матеріалі характеризуватимемо критичними значеннями КІН  $K_{Ic} = K_{Ic,nl}$  у зразках з плоским (нормаль  $\vec{n}$ ) надрізом із прямолінійним фронтом  $\vec{l}$  під час їх руйнування за умов нормального відриву. Для криволінійного фронту вектор  $\vec{l}$  є дотичним до нього у розглядуваній точці початку руйнування. Напрямок руху фронту тріщини визначається третім, перпендикулярним до двох попередніх, напрямом  $\vec{N}$  (хоча можна сподіватися, що у анізотропному матеріалі розтріскування площини тріщини не обов'язково відбувається у напрямі нормалі до фронту). Використане позначення індексів споріднене індексації, застосованій у записі компонент тензорів напружень та деформацій.

Рис. 7.10 праці [9] містить дані про вплив орієнтації зразків з тріщинами шести основних типів (при трьох основних способах розташування площини тріщини) з циліндричного бандажу на значення  $J_{Ic}, K_{Ic}$  сталі 18Mn-18Cr, у якої коефіцієнт деформаційної ортотропії перебував у межах від 1,12 до 1,77. Зафіксований там доволі малий вплив на тріщиновитримність зміни орієнтації  $\vec{l}$  фронту тріщини у її площині

( $K_{Ic,TR} = 400$ ,  $K_{Ic,TA} = 385$ ;  $K_{Ic,AT} = K_{Ic,AR} = 375$ ;  $K_{Ic,RA} = 310$ ,  $K_{Ic,RT} = 300$ , де  $A$  - осьовий,  $R$  - радіальний,  $T$  - тангенціальний напрямки; розмірність  $[K_{Ic}] = \text{МПа}\sqrt{\text{м}}$ ) близький до меж точності дослідних даних і тому за відсутності надійної інформації його можна не брати до відома, обмежуючись значенням  $K_{Ic} = K_{Ic,n} \square K_{Ic,\psi\theta}$ . Зазначимо, що  $K_{Ic,ij} \neq K_{Ic,ji}$  ( $i \neq j$ ;  $i, j \square A, R, T$ ), а вирази  $K_{Ic,ii}$  позбавлені сенсу.

У трансверсально-ізотропному матеріалі існують два основні способи орієнтації тріщини. При її розташуванні у площині ізотропії трансропного матеріалу ( $\vec{n} \square z$ ) тріщиновитримність від орієнтації  $\vec{l}$  фронту не повинна залежати:  $K_{Ic} = K_{Ic,zl} = K_{Ic,z} = \text{const}$ . У випадку ж перпендикулярності площини тріщини до площини ізотропії ( $\vec{n} \square xOy$ ) довільний вибір орієнтації першої стосовно осей  $Ox$  та  $Oy$  не змінює впливу властивостей матеріалу. Тому  $K_{Ic,xl} = K_{Ic,yl} = K_{Ic,\theta l} = \text{const}$  і в ролі характерних значень  $\vec{l}$  при  $\vec{n} \square \vec{\theta}$  можна взяти вісь  $\vec{r}$  (фронт тріщини у точці  $A$  на рис. 1 – тріщина просувається углиб плити) та вісь  $z$  (фронт тріщини у точці  $B$  на рис. 1 – тріщина просувається уздовж поверхні плити). Таким чином, для трансропного матеріалу важливо дослідити три характерні типи зразків з тріщинами для вимірювання  $K_{Ic,z}$ ,  $K_{Ic,\theta r}$  та  $K_{Ic,\theta z}$ . Якщо знехтувати різницею між двома останніми величинами, то достатньо знати певне середнє значення  $K_{Ic,\theta}$

У загальному випадку тріщини, перпендикулярної до поверхні плити у формулі (5) слід використовувати  $K_{Ic} = K_{Ic,\theta l}$ . Формула (6) залишається в силі за зміни  $K_{Ic} = K_{Ic,\theta l}$  уздовж фронту тріщини, якщо 1) обмежитися відповідним середнім значенням  $K_{Ic,\theta}$ ; 2) можна стверджувати, що максимум пошкодженості досягається у точці  $A$ . Останнє буде, якщо тріщиновитримність  $K_{Ic}$  у  $A$  сягає мінімуму  $\min\{K_{Ic,\theta l}\} = K_{Ic,\theta r}$ , або з наближенням до  $A$  величина  $K_{Ic,\theta l}$  зростає повільніше від КІН  $K_I^c$  (для матеріалів зі слабою анізотропією).

**2. Гранична рівновага вільно опертої плити під дією рівномірного нормального навантаження.** Розглянемо згин вільно опертої на краї трансверсально-ізотропної плити під дією рівномірно розподіленого навантаження на верхній частині плити ( $\sigma_{zz}(-h) = -q_z^- = -q$ ,  $\sigma_{zz}(h) = q_z^+ = 0$ ). Таке навантаження зумовлює осесиметричний характер задачі ( $U_\theta \equiv 0$ ) та незалежність розв'язку від кута  $\theta$ . На основі результатів праць [10, 11] після інтегрування відповідних базових систем рівнянь з урахуванням умови вільного опирання краю плити знайдемо вирази для нормальних напружень

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}(r, z) &= \frac{3qz}{32h^3} \left[ (3+\nu)(a^2 - r^2) + m \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \right], \\ \sigma_{\theta\theta}(r, z) &= \frac{3qz}{32h^3} \left[ (3+\nu)a^2 - (1+3\nu)r^2 + m \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \right], \\ \sigma_{zz}(r, z) = \sigma_{zz}(z) &= -\frac{q}{4} \left[ 2 - 3\frac{z}{h} + \frac{z^3}{h^3} \right], \quad m = \frac{4}{1-\nu} \left[ \frac{2(1+\nu)G}{G'} - \nu(3+\nu) \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

З огляду на те, що у центрі плити  $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{nn}$ , для розташованої там перпендикулярно до поверхні плити малої тріщини нормальні напруження визначатимуться формулою

$$\sigma_{mn}(0, z) = \sigma_{rr}(0, z) = \sigma_{\theta\theta}(0, z) = \frac{3qz}{32h^3} \left[ (3+\nu)a^2 + m \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \right]. \quad (8)$$

Підставляючи (8) у рівняння (6), для визначення критичного значення  $q = q_0^*$  параметра зовнішнього навантаження та відповідного зведеного (безрозмірного) критичного параметра навантаження  $q_0^0$ , коли у центрі поверхні розтягнутої зони плити є мала мілка півеліптична тріщина, отримаємо такі вирази

$$q_0^* = q_0^0 f_k(a, b) K_{Ic, \theta r}, \quad f_k(a, b) = \frac{E(k)}{\sqrt{\pi b}}, \quad q_0^0 = \frac{8}{9} \left\{ \frac{3z}{32h^3} \left[ (3+\nu)a^2 + m \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (9)$$

Замість координати  $z$  береться  $h$  чи  $-h$ , залежно від того, де є зона поздовжнього розтягу.

Згідно з (9) зведений параметр міцності  $q_0^0$  означений залежністю

$$q_0^0 \equiv q_0^* \sqrt{\pi b} / (E(k) K_{Ic, \theta r}). \quad (10)$$

Для кожного фіксованого значення  $a$  доповнювальна коригувальна функція  $f_k(a, b)$  зі збільшенням відношення  $b/a$  швидко зменшується. При використанні для обчислення КІН апроксимації (8) в ролі доповнювальної коригувальної функції слід взяти

$$f_k(a, b) = \frac{1,1215(1+b^2/a^2)E(k)}{(1,12+b^2/a^2)\sqrt{\pi b}}.$$

Якщо всередині плити, скажімо на її осі, є тріщина, форму якої можна наближено вважати еліптичною з півосями  $a \geq b$ , то якщо її площина перпендикулярна до поверхонь плити, для визначення граничного навантаження теж можна скористатися залежністю (9), знехтувавши множником  $8/9$  у виразі для  $q_0^0$  та взявши в ролі координати  $z$  ту точку фронту тріщини, де нормальні напруження  $\sigma_{mn}$  найбільші:

$$q_0^0 = \left\{ \frac{3z}{32h^3} \left[ (3+\nu)a^2 + m \left( \frac{z^2}{3} - \frac{h^2}{5} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (11)$$

Таке наближення завжди піде у запас міцності за довільної орієнтації тріщини у її площині.

Рис. 2 відображає залежність (11) для семи матеріалів: 1. алюміній вальцьований (ізотропний); 2. ЛУ-1; 3. К-1; 4. ВМС-1; 5. склопластик 27-63с (1:1); 6. ЕТФ; 7. AS4/Гастіх 556.

Розглянемо загальніший випадок, коли перпендикулярна до поверхні поверхнева чи внутрішня тріщина розташована у довільній точці  $M(r, z)$ . Тоді при орієнтації її площини у радіальному напрямі у фігурні дужки формул (9), (10) слід підставити отриманий на основі (7) вираз для  $\sigma_{\theta\theta}(r, z)/q$ . Відповідну залежність від радіальної

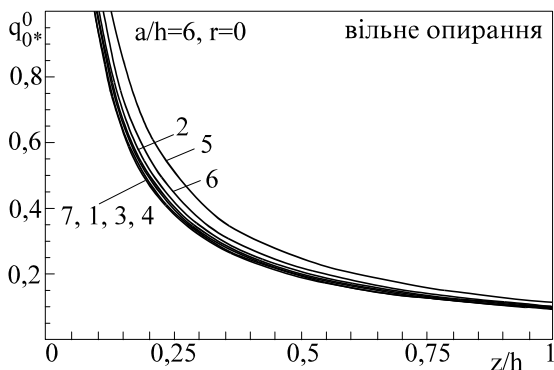


Рис. 2. Залежність безрозмірної міцності  $q_0^0$  від відносної глибини залягання  $z/h$  внутрішньої вертикальної тріщини

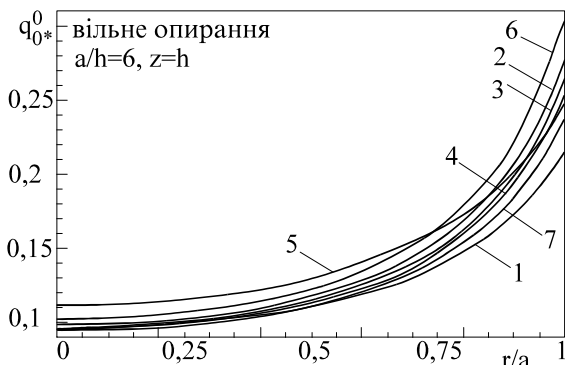


Рис. 3. Залежність безрозмірної міцності  $q_0^0$  від безрозмірної відстані  $r/a$  внутрішньої вертикальної тріщини від осі плити

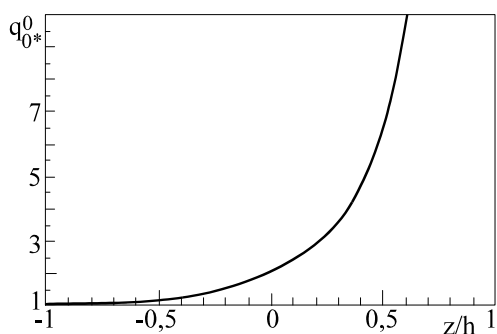


Рис. 4. Залежність безрозмірної міцності  $q_0^0$  від відносної глибини залягання  $z/h$  внутрішньої горизонтальної тріщини

площині ізотропії, паралельній  $xOy$ , коли  $\sigma_{nn} \square \sigma_{zz}$  на основі виразу (1), (2) та (7) для  $\sigma_{zz}(r, z)$  з урахуванням сталості тріщиновитримності  $K_{Ic} = K_{Ic,z}$  критерій початку руйнування набуває вигляду

$$\frac{\sqrt{\pi b} q \left[ 2 - 3z/h + z^3/h^3 \right]}{4E(k) K_{Ic,z}} = -1. \quad (12)$$

При такому навантаженні руйнування не буде, бо напруження  $\sigma_{zz}(r, z) < 0$ . Якщо ж змінити знак зовнішнього навантаження, вважаючи  $q_z^- = -q$ , то з (12) граничне значення  $q = q_0^0$  параметра зовнішнього навантаження та відповідного зведеного критичного навантаження  $q_0^0$  дорівнює

$$q_0^0 = q_0^0 E(k) K_{Ic,z} / \sqrt{\pi b}, \quad q_0^0 = 4 \left\{ \left[ -2 + 3z/h - z^3/h^3 \right] \right\}^{-1}. \quad (13)$$

На вертикальній осі симетрії тріщини функція  $q_0^0$ , яка загалом не залежить від властивостей матеріалу плити, має вигляд (рис. 4)

$$q_0^0 = 4 \left[ -2 + 3z/h - z^3/h^3 \right]^{-1}. \quad (14)$$

З віддаленням площини тріщини від навантаженої поверхні міцність плити зростає.

На основі геометричних параметрів  $a, b$  тріщини та тріщиновитримності матеріалу  $K_{Ic,\theta r}, K_{Ic,r\theta}, K_{Ic,z}$  з використанням обчислених за виразами (9), (11) або (13) чи (14) значень зведеного критичного навантаження  $q_0^0$  знаходиться конкретне значення граничного навантаження  $q_0^0$ .

Навіть якщо параметри тріщиновитримності невідомі, то за побудованими залежностями можна оцінити відносну небезпеку геометрично подібних конфігурацій тріщин. Скажімо, граничне навантаження трансропної плити з плоскою еліптичною тріщиною у площині ізотропії на відносній глибині  $z/h = 0,75; 0,5; -0,5; -0,75$  відповідно у 11,64; 3,2; 0,59 і 0,52 рази більше від граничного навантаження, спричиненого такою ж тріщиною у серединній площині ( $z = 0$ ).

*A method for strength analysis of transverse isotropic plate with surface or inner crack is proposed. It is based on new simple approximate formula for stress intensity factors, and specified calculation of stress and deformed state in transverse isotropic plates that takes in account transversal shear, normal stresses and deformations. The fracture starts when the damage ratio near crack front in its move direction arrive at a critical value.*

**Література**

1. Панасюк В.В. Механика квазихрупкого разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1991. – 416 с.
2. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З. Основы механики разрушения материалов. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
3. Бережницкий Л.Т., Делявский М.В., Панасюк В.В. Изгиб тонких пластин с дефектами типа трещин. – К.: Наук. думка, 1979. – 400 с.
4. Ярема С.Я., Крестин З.С. Распределение напряжений у вершины трещины в анизотропной пластине // Физ.-хим. механика материалов. – 1969, – Т. 5, – №6. – С. 714–719.
5. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. - М.: Наука, 1974. – 640 с.
6. Серенсен С.В., Зайцев Г.П. Несущая способность тонкостенных конструкций из армированных пластиков с дефектами. – К.: Наук. думка, 1982. – 296 с.
7. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Критерій руйнування анізотропних пластин // Вісник Тернопільського державного технічного університету, 2000. Т. 5. – № 3. - С. 12 - 19.
8. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Руйнування пластин з великою мірою анізотропії // Машинознавство, 2000. - № 11. – С. 3 – 8.
9. Балицький О.І. Сучасні матеріали для потужних турбогенераторів. – Львів: НАН України.Фіз.-мех. ін-т ім. Г.В.Карпенка, 1999. – 284 с.
10. Божидарник В.В. Двовимірні задачі теорії пружності й термопружності структурно-неоднорідних тіл. Львів: Світ, 1998. 352 с.
11. Bozhydarnyk V. On the problem of bending of trasversally isotropic plates // Engineering transactions, 2000, **48**, No 1. P. 61 – 71.
12. Саврук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – К.: Наук. думка, 1988. – 620 с.
13. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: В 2-х томах. / Под ред. Ю.Мураками. – М.: Мир, 1990. – 1016 с.
14. Newman J.C., Raju I.S. An empirical stress intensity factor equation for the surface crack // Int. J. Fract. Mech. – 1981. – **15**, No 1/2. – P. 185 – 192.
15. Андрейкив А.Е., Дарчук А.И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наук. думка, 1992. – 184 с.

*Одержано 06.08.2001 р.*