УДК 681.324
І.Скатков
Севастопольський державний технічний університет

ОПЕРАЦІЙНА МОДЕЛЬ КЕРУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИМИ ПРОЦЕСАМИ У ЛЮДИНО-МАШИННИХ СИСТЕМАХ

Розглянуто питання побудови операційної моделі керування інформаційними процесами у людино-машинних системах. У цьому випадку людино-машинна система подана як динамчна стохастична система, еволюція якої описується на базі керівних змінних, що задають параметри операційного алгоритму керування. Одержано точний розв'язок задачі визначення математичного сподівання часу проходження заявки у багатофазовій системі такого типу без обмежень, пов'язаних з використанням марковських процесів.

Відомі методи оптимізації керування, їх математичний апарат і численні процедури у багатьох задачах керування досить добре розроблені [1,2]. Проте спроби їх використання як математичного апарату для розв'язку задач прийняття рішення в інтегрованих АСУ, людино-машинних системах (ЛМС) виявили, що ці методи малопридатні або взагалі не прийнятні. Це пов'язано з тим, що зовнішні випадкові збурення у даних системах домінують, а їх величини та інтенсивність – досить значні. Крім того, класичні методи оптимального керування, як правило, орієнтовані на керування рухомими об'єктами, тоді як згадані вже системи є організаційними системами, що оперують, у першу чергу, процесами переробки, обміну та нагромадження інформації.

Отже, для задач прийняття рішення в ЛМС потрібно розробляти нові методи, пристосовані передовсім до їх специфіки та змісту.

У даний час визначено два основні напрямки конструювання процедур прийняття рішень при управлінні стохастичними системами. Перший з них в ідейному плані близький до нелінійного програмування. Це стохастичне програмування, в якому розглядаються задачі на умовний екстремум при наявності додаткових обмежень, що враховують стохастичну природу систем [3]. Отриманий цими методами істинний розв'язок розглядають як певний план одноразового застосування. При цьому сама досліджувана система не розглядається в динаміці як керована. Тому методи стохастичного програмування мають істотні обмеження при їх використанні у проблематиці ЛМС. Другий напрям випливає з таких міркувань. Система є динамічною, керованою і стохастичною, тобто основні властивості ЛМС як об'єкта аналізу і керування у рамках даного напряму є суттю задачі, а не обмеженнями методу. Основою другого напряму є теорія керованих випадкових процесів, у даному випадку керованих марковських випадкових процесів, вперше введені Беллманом і виділені Ховардом у спеціальний клас задач динамічного програмування. Ланцюги Маркова, що характеризуються тим, що на час переходів з плинного стану у якийсь інший стан накладають тверді обмеження. У зв'язку з цим такі ланцюги не можуть бути основою для побудови достатньо адекватних моделей. У даному випадку, вимога марківності процесів приводить до необхідності визначення ймовірності перебування у стані i через n етапів за формулою:

$$P = (1 - P_{ii})P_{ii}^{n} \tag{1}$$

Існують випадкові процеси значно загальнішого вигляду, в яких час перебування у станах дозволяє опис, довільними функціями розподілу. Це напівмарківські процеси (НМП) або марківські процеси відновлення (МПВ), які було введено до розгляду П.Леві, Р.Смітом та Л.Токачем.

Теоретичний аппарат і методи НМП достатньо розроблені передовсім завдяки роботам академіка Королюка В.С. та його учнів [4]. Експериментальні дослідження процесів, що перебігають в ЛМС, виявили, що у зв'язку з тим, що час перебування у різних станах, може мати довільний розподіл, НМП є найдоцільнішою основою для побудови математичного опису динаміки ЛМС. За основний показник ефективності процесу функціонування ЛМС оберемо математичне сподівання часу виконання багатоетапного завдання, що в термінології теорії масового обслуговування відповідає проходженню заявки у багатофазній системі.

Вважатимемо, що час виконання задачі на i-ому етапі є випадкова величина η_i з функцією розподілу $F_i(x), 1 \le i \le N-1$.

Послідовне обслуговування характерне тим, що коли на певному етапі час обслуговування заявки перевищує гранично допустиме значення h_k, то обслуговування знову починають з першого етапу. Опишемо процедуру послідовного обслуговування напівмарковським випадковим процесом, заданим на скінченному фазовому просторі E={1,2,…,N-1,N}. З цією метою задамо ймовірності переходів вкладеного ланцюга Маркова ξ_n і час перебування у станах. Рівність ξ-k розумітимемо як факт перебування ЛМС у момент часу з індексом n на етапі з індексом k. Функціонування ЛМС при реалізації дисципліни послідовного обслуговування полягає в наступному:

- на початковий момент часу заявка перебуває на першому етапі обслуговування E_1 протягом певного випадкового часу η_1, після чого переходить на другий етап обслуговування E_2, якщо $\eta_1 < h_k$, або знову повертається на перший етап E_1, якщо $\eta_1 \ge h_k$;
- перехід заявки при обслуговуванні з етапа k на етап (k+1) або на перший етап відбувається з ймовірностями $R_{k,1}$ та $R_{k,}k+1$, причому $R_{k,1} + R_{k,}k+1 \le 1$ для будь-якого k;

- якщо відбувається перехід заявки з етапа k на етап k+1, то завдання на етапі k виконується протягом випадкового часу η_k *з* функцією розподілу $G_{k,k+1}(t)$.

Поведінку ЛМС при послідовній дисципліні обслуговування можна описати двома випадковими послідовностями $\{\xi_k, k\}$ та $\{\eta_k, k\}$ або одною двомірною послідовністю вигляду $\{\xi_k, \eta_k, k\}$. Математичну модель процесу обслуговування у цьому випадку можна задати ймовірнісними характеристиками двомірного напівмарківського процесу $\{\xi_k, \eta_k, k\}$.

Випишемо ймовірності переходів:

$$\begin{cases} P\{\xi_{n+1} = k | \xi_n = k\} = P\{\eta_k \le h_k\} = F_k(h_k); \\ P\{\xi_{n+1} = 1 | \xi_n = k\} = P\{\eta_k > h_k\} = 1 - F_k(h_k) = \overline{F}_k(h_k). \end{cases} \tag{2}$$

Вважатимемо, що $P\{\xi_{n+1} = N | \xi_n = N\} = 1$, а решта перехідних ймовірностей дорівнюють нулеві. Випишемо тепер часи перебування у станах:

$$\begin{cases} \theta_k = \min\{h_k; \eta_k\}, \ k = 1, \ N = 1; \\ \theta_n = 0. \end{cases} \tag{3}$$

При успішному закінченні всіх етапів обслуговування ЛМС виходить у стані θ_N і залишається там як завгодно довго. Впровадимо випадкову величину $S_{k,r} (k \in E, r \overline{\in} E)$ - час перебування напівмарковського процесу в підмножині E з k-м початковим станом при умові, що при виході з E процес потрапляє у r-ий стан. Позначимо $P\{\theta_{k,r} \le x\} = G_{k,r}(x)$ та $t_{k,r} = M\{S_{k,r}\}$. Нехай множина E_o є множиною всіх етапів обслуговування, за винятком останнього.

Згідно з [4], впровадимо $I_{k,r}(\theta_k)$- індикатори умовних переходів при обслуговуванні заявки з етапу k на етап r при умові, що час перебування на k-у етапі дорівнює θ_k. Індикатори умовних переходів є випадковими величинами, що набирають значень 1 або 0 та задовольняють умову $\sum_{r \in E} I_{k,r}(\theta_k) \equiv 1$ для усіх $k \in E$. Тоді для часу S_k перебування у підмножині станів E_o матимемо таке стохастичне співвідношення

$$S_k = \theta_k + \sum_{r \in E_0} I_{k,r}(\theta_k) S_r . \tag{4}$$

Рівність (4) можна розглядати як збіг функцій розподілу випадкових величин у правій і лівій частинах.

Тепер запишемо аналогічне стохастичне співвідношення для величини $S_{k,r}$:

$$S_{k,r} = I_{k,r}(\theta_k)\theta_{k,r} + \sum_{m \in E_0} I_{k,m}(\theta_k)[\theta_{k,m} + S_{m,r}] .$$

Переходячи в останній рівності до математичних сподівань, одержимо таку систему рівнянь:

$$t_{k,r} - \sum_{m \in E_0} P_{k,m} t_{m,r} = \sum_{m \in E_0} P_{k,m} m_{m,r} + P_{k,r} m_{k,r} , \tag{5}$$

де $m_{kr} = M\{\eta_k\}$

при $r = k+1$ і $k = \overline{1, N-1};$ $m_{k,r} = h_k$;

при $r = 1$ і $k = \overline{1, N\text{-}1}$; $m_{N,k} = 0$.

На основі системи (5) при умові $r=N$ одержимо

$$\begin{cases} t_{1,N} - (P_{1,1}t_{1,N} + P_{1,2}t_{2,N}) = P_{1,1}m_{1,1} + P_{1,2}m_{1,2} + P_{1,N}m_{1,N}; \\ t_{2,N} - (P_{2,1}t_{1,N} + P_{2,3}t_{3,N}) = P_{2,1}m_{2,1} + P_{2,3}m_{2,3} + P_{2,N}m_{2,N}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{i,N} - (P_{i,1}t_{1,N} + P_{i,i+1}t_{i+1,N}) = P_{i,1}m_{i,1} + P_{i,i+1}m_{i,i+1} + P_{(i+1),N}m_{(i+1),N}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{N-1,N} - P_{N-1,1}a_{1,N} = P_{N-1,1}m_{N-1,1} + P_{N-1,N}m_{N-1,N}; \end{cases} \tag{6}$$

Розкривши та перетворивши рівняння (6), запишемо таку систему:

$$\begin{cases} t_{1,N}[1-\overline{F}_1(h_1)] - t_{2,N}F_1(h_1) = \overline{F}_1(h_1) + F_2(h_2)M\{\eta_1\}; \\ t_{2,N} - t_{1,N}\overline{F}\,(h_2) - t_{3,N}F_2(h_2) = \overline{F}_2(h_2)h_2 + F_2(h_2)M\{\eta_2\}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{i,N} - t_{i,N}\overline{F}_i(h_i) - t_{i+1,N}F\,(h_i) = \overline{F}_i(h_i)h_i + F_i(h_i)M\{\eta_i\}; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ t_{N-1,N} - t_{1,N}\overline{F}_{N-1}(h_{N-1}) = \overline{F}_{N-1}(h_{N-1})h_{N-1} + F_{N-1}(h_{N-1})M\{\eta_{N-1}\}. \end{cases} \tag{7}$$

визначник якої виглядає так:

$$\Delta_N = \begin{vmatrix} F_1 & -F_1 & \dots & 000 \\ -\overline{F}_2 & 10 & \dots & 000 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -\overline{F}_{N-2} & 0 & \dots & 01-F_{N-2} \\ -\overline{F}_{N-1} & 0 & \dots & 001 \end{vmatrix}. \tag{8}$$

Розкладаючи його на елементи, наприклад, останнього рядка, одержимо:

$$\Delta_N = \prod_{m=1}^{N-2} F_m - \prod_{m=1}^{N-2} F_m F_{N-1} = \prod_{m=1}^{N-1} F_m. \tag{9}$$

Позначимо визначник, необхідний для знаходження $t_{1,N}$, як $\Delta(t_{1,N}) = H_N$. Для виконання з ним аналогічних перетворень, отримаємо:

$$H_N = \sum_{i=1}^{N-2} b_i \prod_{m=1}^{i-1} F_m + b_{N-1}\prod_{m=1}^{N-2} F_m = \sum_{i=1}^{N-1}\prod_{m=1}^{i-1} F_m.$$

Звідки

$$t_{1,N} = \sum_{I=1}^{N-1} (b_i / \prod_{m=i}^{N-1} F_m). \tag{10}$$

Формула (10) є розв’язком поставленої задачі, оскільки визначає оцінку математичного сподівання часу виконання багатоетапного завдання.

Таким чином, розв’язок системи (7) дозволив знайти математичне сподівання величини $S_{1,N}$, тобто $t_{1,N}$ - часу успішного розв’язку задачі в ЛМС.

Як приклад розглянемо конкретний випадок двофазного обслуговування, а саме N=3 для випадку рівномірних розподілів.

Зробивши позначення,

$$\begin{cases} b_1 = \bar{F}_1(h_1)h_1 + F_1(h_1)M\{\eta_1\}; \\ b_2 = \bar{F}_2(h_2)h_2 + F_2(h_2)M\{\eta_2\}, \end{cases} \tag{11}$$

отримаємо:

$$\begin{cases} t_{1,3}[1 - \bar{F}_1(h_1)] - t_{2,3}F_1(h_1) = b_1; \\ -t_{1,3}\bar{F}_2(h_2) - t_{2,3} = -b_2. \end{cases} \tag{12}$$

Вважаючи, що

$$F_i(t) = F_1(t) = F_2(t) = \frac{t - \tau_1^i}{\tau_2^i - \tau_1^i}. \tag{13}$$

одержимо

$$M\{\eta_i\} = \tau_1^i + \xi_i(\tau_2^i - \tau_1^i) = \varphi(\xi_i), \tag{14}$$

де i- номер етапу;

τ_2^i і τ_1^i - його тимчасові межі;

ξ_i - керівні змінні, що задають параметри операційного алгоритму керування при послідовному обслуговуванні.

З урахуванням того, що

$$\bar{F}_i(t) = \frac{\tau_2^i - t}{\tau_2^i - \tau_1^i}. \tag{15}$$

маємо:

$$M\{S_{1,3}\} = t_{1,3} = \frac{\frac{h_1 - \tau_1^1}{\tau_2^1 - \tau_1^1}[\varphi(\xi_1) + \frac{h_2 - \tau_1^2}{\tau_2^2 - \tau_1^2}\varphi(\xi_2) + \frac{\tau_2^2 - h_2}{\tau_2^2 - \tau_1^2}h_2] + \frac{\tau_2^1 - h_2}{\tau_2^1 - \tau_1^1}h_2}{\frac{h_1 - \tau_1^1}{\tau_2^1 - \tau_1^1} \cdot \frac{h_2 - \tau_1^2}{\tau_2^2 - \tau_1^2}}. \tag{16}$$

При фіксованих значеннях h_1 і h_2 величина $M\{S_{1,3}\}$ є функцією керівних змінних ξ_1 і ξ_2, які задають параметри операційного керування при послідовному обслуговуванні. Екстремальний вибір ξ_1 і ξ_2 дозволяє одержати оптимальні параметри алгоритмів операційного керування ЛМС.

The question of building of operational model of information processes in human-machine systems has been reviewed. In this case human-machine system represented by dynamic stochastic system. Evolution of this system describes by manager of stochastic system. Exact task solution of definition of time expectation that required for passing of the application without process limitations has been obtained.

Література

1. Системное проектирование интегрированных производственных комплексов - Под общ. ред. проф. В.М. Пономарева. - Л.: Машиностроение, 1986. –319 с.
2. Штоян Д. Качественные свойства и оценки стохастических моделей/Д. Штоян – М.: Мир, 1979. – 268 с.
3. Методы и модели оптимизации надежности сложных систем/ Волкович В.Л. и др. – Киев: Наукова думка, 1992. – 312 с.
4. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надежности систем. – Киев: Наукова думка, 1982. – 236 с.

Одержано 22.08.2001 р.