

УДК 621.798.38

О.Оришака, канд. техн. наук; В.Гончаров, канд. фіз-мат. наук;

Г.Кравцова, А.Артюхов

Кіровоградський державний технічний університет

ПРОЦЕС ВЗАЄМОДІЇ З СИПКИМ МАТЕРІАЛОМ У ПОСТАЧАЛЬНОМУ ПРИСТРОЇ ГРАВІТАЦІЙНО-РОТОРНОГО ТИПУ

Виконано теоретичний аналіз взаємодії ротора з сипким матеріалом, що надходить у нього з матеріалопроводу постачального пристрою. Отримано залежності для визначення вихідних параметрів потоку матеріалу після взаємодії з ротором: швидкості і напрямку руху.

Умовні позначення

R, Z і ω - радіус і кількість лопаток ротора, частота його обертання;

φ_0 - кут, що визначає місце надходження матеріалу до ротора;

f - коефіцієнт тертя сипкого матеріалу з лопаткою;

ρ_0, ρ - густина сипкого матеріалу і в розрідженому стані;

α_0 - кут, під яким матеріал надходить до ротора;

r - радіус центру ваги пласта;

$F_{Ц}, P, F_K, F_T, N$ - сили відцентрова, ваги, Кориоліса, тертя, реакції лопатки.

Постачальний пристрій гравітаційно-роторного типу (рис.1) забезпечує високу продуктивність при низьких витратах енергії, високу точність дозування маси у місткості [1].

Аналіз взаємодії ротора з сипким матеріалом дозволяє визначити оптимальні параметри постачального пристрою.

Аналіз виконується при заданих швидкості V_0 і напрямі руху α_0 матеріалу при його надходженні до ротора, а також місця його надходження φ_0 .

При сходженні з матеріалопроводу потік матеріалу масою M розподіляється на дві частини – верхню масою m_v і нижню масою m_n .

Нижня частина потрапляє до ротора і взаємодіє з ним, верхня ж частина безпосередньо контакту з ротором не має – вона взаємодіє тільки з нижньою частиною потоку, що виходить з ротора (рис. 2).

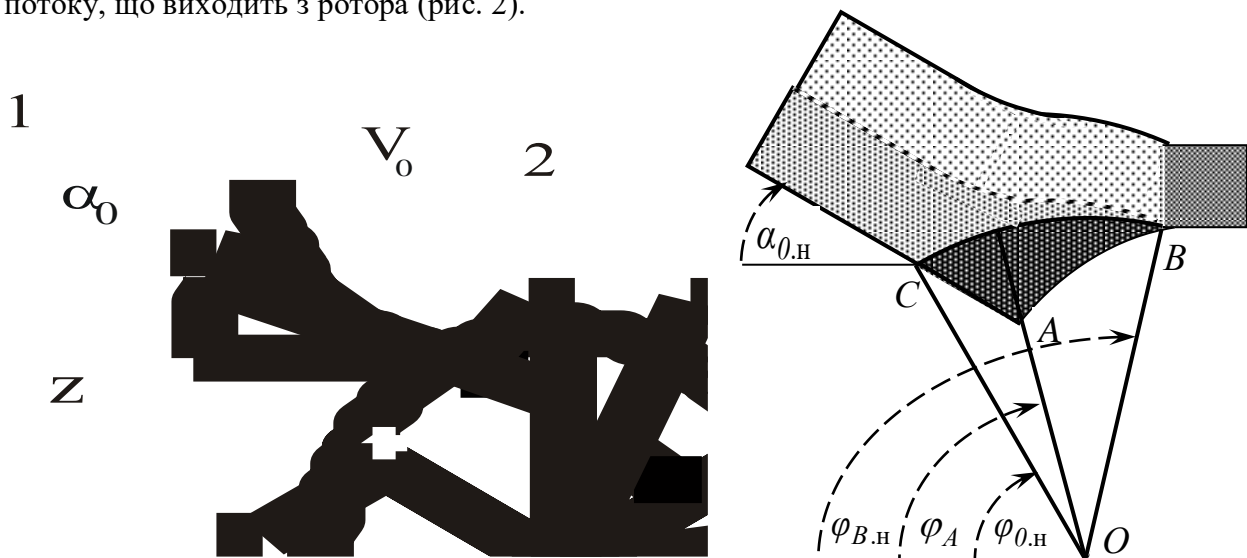


Рис.1. Схема пристрою:

Рис. 2.

1) металопровід; 2) ротор; 3) лопать ротора.

Процес взаємодії “нижньої” частини потоку з ротором можна розподілити на три послідовні етапи:

- 1) потрапляння матеріалу до ротора до взаємодії з лопаткою;
- 2) “удар” лопатки по матеріалу;
- 3) рух матеріалу на лопатці.

Розглянемо кожен з цих етапів.

1. Визначення маси матеріалу, що взаємодіє з однією лопаткою ротора

Для визначення маси матеріалу $m_{н.н}$, що потрапляє до ротора, зробимо такі припущення:

а) матеріал, рухаючись із швидкістю $V_{0н}$, перебуває у розрідженому стані і в роторі при ударі лопаток по матеріалу стискається у K разів до густини стану спокою ρ_0 ;

б) завантаження матеріалу в роторі відбувається у секторі $[\varphi_{0н}, \varphi_{B.н}]$;

в) лінія AB – границі матеріалу, що потрапив до ротора, описує рівняння :

$$r(\varphi) = r_{A.н} \left(\frac{R}{r_{A.н}} \right)^{\frac{\varphi - \varphi_A}{\varphi_{B.н} - \varphi_{A.н}}} \quad (1)$$

Алгоритм знаходження кута $\varphi_{B.н}$ розглянемо у подальших викладках.

Масу m знайдемо за формулою:

$$m = b \cdot S \cdot \rho_n, \quad (2)$$

де b – ширина ротора, S – площа заштрихованої фігури на рис. 2.

Не приводячи математичних викладок для визначення площі S , запишемо остаточний вираз для визначення маси m .

$$m_{н.н} = \frac{bR^2 \rho_0}{2K} \left[\varphi_{B.н} - \varphi_{0н} - c_{Vн} \sin(\varphi_{0н} - \alpha_{0н}) + \frac{1 - c_n^2}{2 \ln c_n} (\varphi_{B.н} - \varphi_{A.н}) \right], \quad (3)$$

де $c_n = \sqrt{1 + c_{Vн}^2 - 2c_{Vн} \cos(\varphi_{0н} - \alpha_{0н})}$

$$c_{Vн} = \frac{V_0 60}{z \cdot n \cdot R}$$

2. Удар лопатки по матеріалу

Для вивчення процесу удару лопатки по матеріалу, що має форму криволінійного трикутника ABC (див. рис. 2), з'ясуємо спочатку, як пропливає даний процес для

матеріалу, з формою “полярного” прямокутника (див. рис. 3). Поділимо вказану область на n рівних частин (пластів) радіальними прямими з кутом $\Delta\varphi$ між ними.

$$\Delta\varphi = \frac{\varphi_{B.н} - \varphi_C}{n} \quad (4)$$

І розглянемо удар загалом як n послідовних малих ударів по кожному з пластів.

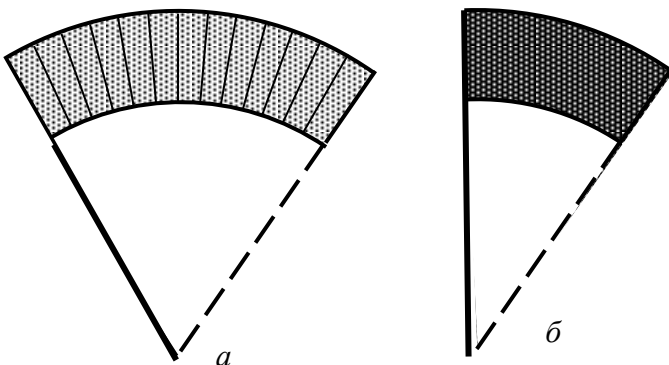


Рис. 3

Процес удару проаналізуємо на основі закону збереження імпульсу. При ударі лопатки на матеріал відбувається зміна швидкості матеріалу в напрямі руху лопатки. Для першого пласта маємо:

$$\bar{V}_l^{(1)} \Delta m^{(1)} - \bar{V}_0^{(1)} \Delta m^{(1)} = \bar{F}_{уд}^{(1)} \Delta t_{уд}^{(1)}, \quad (5)$$

де $\Delta m^{(1)} = \frac{m_{н.н}}{n}$ – маса пласта; $\bar{V}_0^{(1)} = \bar{V}_{0н}$ і $\bar{V}_l^{(1)}$ – швидкість пласта відповідно

до і після удару, $\bar{F}_{уд}^{(1)}$ – сила удару, $\Delta t_{уд}^{(1)}$ – час удару.

У проекції на вісь OY декартової системи координат OXY рівність (5) дає (вісь OX спрямована вздовж лопатки до центру лопатки):

$$[\omega r - V_0 \sin(\phi_0 - \alpha_0)] \Delta m^{(1)} = F_{уд}^{(1)} \Delta t_{уд}^{(1)}, \quad (6)$$

тобто сила удару $F_{уд}$ дорівнює :

$$F_{уд}^{(1)} = [\omega r - V_{0н} \sin(\phi_{0н} - \alpha_{0н})] \frac{\Delta m^{(1)}}{\Delta t_{уд}^{(1)}}, \quad (7)$$

де r – радіус центру ваги пласта.

При ударі лопатки по пласту виникає сила реакції лопатки:

$$\bar{N}_{уд}^{(1)} = -\bar{F}_{уд}^{(1)},$$

що спонукає силу тертя

$$\bar{F}_{тр}^{(1)} = f \cdot \bar{N}_{уд}^{(1)}.$$

Тому також змінюється радіальна швидкість потоку матеріалу. Із закону збереження імпульса маємо

$$\bar{V}_l^{(1)} \Delta m^{(1)} - \bar{V}_0^{(1)} \Delta m^{(1)} = \bar{F}_{тр}^{(1)} \Delta t_{уд}^{(1)}$$

або в проекції на вісь OX декартової системи координат OXY

$$[V_{lx}^{(1)} - V_{0н} \cos(\phi_{0н} - \alpha_{0н})] \Delta m^{(1)} = -F_{уд}^{(1)} f \Delta t_{уд}^{(1)}. \quad (8)$$

Підставимо (7) в (8) і отримаємо з останнього $V_{lx}^{(1)}$:

$$V_{lx}^{(1)} = V_{0н} [\cos(\phi_{0н} - \alpha_{0н}) + f \sin(\phi_{0н} - \alpha_{0н})] - f \omega \cdot r \quad (9)$$

Оскільки у діапазонах зміни параметрів $V_{0н}, \phi_{0н}, \alpha_{0н}, f, \omega, r$ нашої задачі права частина рівності (9) завжди від'ємна, то після удару

$$V_{lx}^{(1)} = 0, \quad (10)$$

тобто матеріал першого пласта фактично “прилипає” до лопатки, причому з надлишком сили, що гальмує доцентровий рух матеріалу вздовж лопатки.

Удар по другому пласту аналогічний першому. Але тепер по другому пласту вдарає не лопатка, а перший пласт, тому в попередніх викладках за коефіцієнт тертя потрібно брати f_v – коефіцієнт внутрішнього тертя матеріалу. Оскільки $f_v \geq f$, то, очевидно, що другий пласт прилипне до першого.

З'ясуємо, як поводить перший пласт при ударі по другому, тобто залишиться він нерухомим на лопатці чи почне рухатись. При ударі на перший пласт діють сили: $\bar{P}^{(1)}$ – сила ваги, $\bar{F}_ц^{(1)}$ – відцентрова сила, сила тертя $\bar{F}_{тр}^{(1)}$ й сила удару $\bar{F}_{уд}^{(1)}$. Вважатимемо, що при ударі сила, з якою перший пласт тисне на лопатку, дорівнює

силі, з якою перший пласт ударає по другому. Отже, на перший пласт діє рівнодійна сила $\bar{F}^{(1)}$:

$$\bar{F}^{(1)} = \bar{P}^{(1)} + \bar{F}_{\text{ц}}^{(1)} + \bar{F}_{\text{тр}}^{(1)} + \bar{F}_{\text{уд}}^{(1)}$$

або в проекції на вісь системи OXY

$$F_y^{(1)} = -\Delta m^{(1)} g \sin \varphi_{0\text{H}} - F_{\text{уд}}^{(1)}, \quad (11)$$

$$F_x^{(1)} = \Delta m^{(1)} g \cos \varphi_{0\text{H}} - \Delta m^{(1)} \omega^2 r + (\Delta m^{(1)} g \sin \varphi_{0\text{H}} + F_{\text{уд}}^{(1)}) f. \quad (12)$$

Підставивши (7) у (12), отримаємо:

$$F_x^{(1)} = \Delta m^{(1)} \left\{ g(\cos \varphi_{0\text{H}} + f \sin \varphi_{0\text{H}}) + \frac{f\omega \cdot r - V_{0\text{H}} f \sin(\varphi_{0\text{H}} - \alpha_{0\text{H}})}{\Delta t_{\text{уд}}^{(1)}} - \omega^2 r \right\}. \quad (13)$$

Знайдемо час удару $\Delta t_{\text{уд}}^{(1)}$, тобто час, за який пласт шириною $\Delta\varphi$ стиснеться у K разів. З (5) маємо

$$\Delta t_{\text{уд}}^{(1)} = \frac{\varphi_{B\text{H}} - \varphi_C}{\omega \cdot n} \cdot \frac{K - 1}{K} \quad (14)$$

Підставимо (14) у (13) і спростимо отриманий вираз

$$F_x^{(1)} = \Delta m^{(1)} \omega^2 r \left\{ \frac{nfK}{(\varphi_{B\text{H}} - \varphi_C)(K - 1)} \left[1 - \frac{V_{0\text{H}}}{\omega \cdot r} \cdot \sin(\varphi_{0\text{H}} - \alpha_{0\text{H}}) \right] + \frac{g}{\omega^2 r} (\cos \varphi_{0\text{H}} + f \sin \varphi_{0\text{H}}) - 1 \right\}. \quad (15)$$

Вираз у фігурних дужках у нашій задачі завжди додатний, а це означає, що перший пласт нерухомий при ударі по другому пласту.

Аналогічні викладки можна зробити для всіх наступних пластів.

Отже матеріал не буде рухатися на лопатці до моменту закінчення удару.

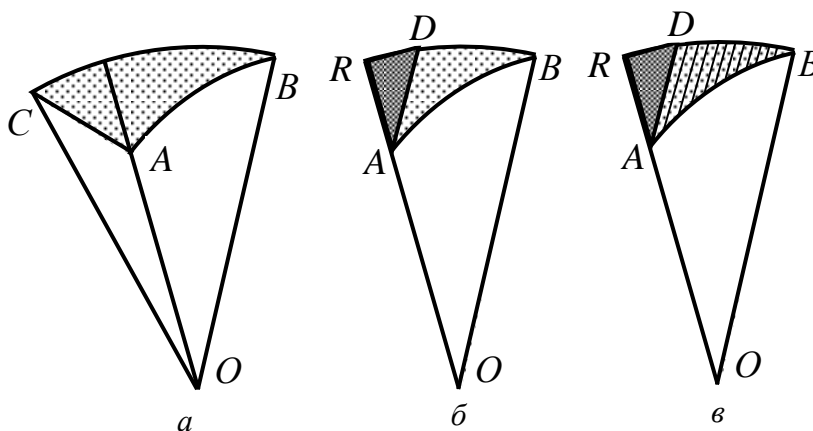


Рис. 4

Повернемося до області на рис. 2.

Процес удару поділимо на дві частини. Перша частина – це удар при переміщенні лопатки з положення C до положення A , а друга – від положення A до моменту закінчення удару.

З проведеного аналізу удару на

полярному прямокутнику впливає, що в момент проходження лопаткою положення A матеріал, що прилип до лопатки, набере форми криволінійного трикутника ARD , поданого на рис. 4 б. Кутівий вимір точки D можна знайти з рівності

$$\varphi_D - \varphi_A = \frac{(\varphi_D - \varphi_A) + (\varphi_A - \varphi_C)}{K}, \quad (16)$$

На другому етапі удар можна подати, як удар отриманого трикутника на пластах, паралельних стороні AD (див. рис. 4б), а не лопатці, як було досі.

Якщо проводити аналіз, аналогічний на полярному прямокутнику, то основна відмінність полягає у тому, що маса пласта, на якому виконується удар, поступово зменшуватиметься. У цьому випадку

$$F_x^{(l)} = \omega^2 r \left\{ \Delta m^{(i)} \frac{nfK}{(\varphi_{B.H} - \varphi_C)(K - I)} \left[1 - \frac{V_{0H}}{\omega \cdot r} \sin(\varphi_{0H} + (i - 1)\Delta\varphi - \alpha_{0H}) \right] + m_{i-1} \left[\frac{g}{\omega^2 r} (\cos(\varphi_{0H} + \varphi^{(i)}) + f \sin(\varphi_{0H} + \varphi^{(i)})) - 1 \right] \right\}, \quad (17)$$

де $\Delta m^{(i)}$ і m_{i-1} визначаються аналогічно m_H у (3):

$$\Delta m^{(i)} = \frac{bR^2 \rho_0 \Delta\varphi}{4K \ln c_H} \begin{pmatrix} 2^{\frac{\varphi_{B.H} - \varphi^{(i-1)}}{\varphi_{B.H} - \varphi_{A.H}}} & 2^{\frac{\varphi_{B.H} - \varphi^{(i)}}{\varphi_{B.H} - \varphi_{A.H}}} \\ c_H & -c_H^2 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

$$m_{i-1} = \frac{bR^2 \rho_0}{2K} \left[\varphi^{(i-1)} - \varphi_{0H} - \frac{V_{0H} \Delta t}{R} \sin(\varphi_{0H} - \alpha_{0H}) + \frac{\varphi_{B.H} - \varphi_A}{2 \ln c_H} \begin{pmatrix} 2^{\frac{\varphi_{B.H} - \varphi^{(i-1)}}{\varphi_{B.H} - \varphi_{A.H}}} \\ c_H & -c_H^2 \end{pmatrix} \right], \quad (19)$$

$$\varphi^{(i-1)} = \varphi_{B.H} - (i - 1)\Delta\varphi.$$

Починаючи з певного i -го пласта, вираз у фігурних дужках рівності (3.1.40) стане меншим від нуля, тобто матеріал почне рухатися вздовж лопатки. Для знаходження i потрібно розв'язати рівняння

$$F_x^{(i)} = 0. \quad (20)$$

3. Вихід матеріалу з ротора

Впровадимо такі припущення:

а) матеріал нагромаджується в роторі до моменту закінчення удару, тобто до моменту, коли ударна хвиля докотиться до точки B ;

б) на момент закінчення удару матеріал набере форми, показаної на рис. 5, і рівняння кривої MB виглядатиме так :

$$r(\varphi) = r_{A.H} \cdot \left(\frac{R}{r_{A.H}} \right)^{\frac{\varphi - \varphi_H^*}{\varphi_{B.H} - \varphi_H^*}}; \quad (21)$$

в) матеріал виходить із ротора зразу після закінчення удару.

Спочатку визначимо кут φ_H^* . Після удару масу (2)

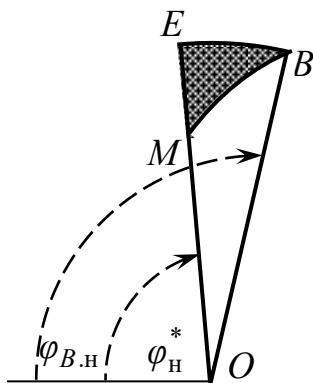


Рис. 5

матеріалу в роторі можна подати також так :

$$m = S_H^* b \rho_0, \quad (22)$$

де S_H^* – площа криволінійного трикутника MEB .

Площа S_H^* визначається аналогічно визначенню площі S .

$$S_H^* = \frac{R^2}{2} (\phi_{B.H} - \phi_H^*) \left[1 + \frac{1}{2 \ln c_H} (1 - c_H^2) \right]. \quad (23)$$

Таким чином, для знаходження ϕ_H^* отримано рівняння

$$\frac{R^2}{2} (\phi_{B.H} - \phi_H^*) \left[1 + \frac{1}{2 \ln c_H} (1 - c_H^2) \right] - \frac{S_H}{K} = 0. \quad (24)$$

Отже,

$$\phi_H^* = \phi_{B.H} - \frac{2S_H}{R^2 K} \cdot \frac{2 \ln c_H}{1 + 2 \ln c_H - c_H^2}. \quad (25)$$

Замінімо рівнодійну силу, з якою матеріал, що потрапив до ротора, діє на верхню частину матеріалу, силою, з якою діє на даний матеріальна точка, що має масу й центр ваги, що дорівнюють масі й центру ваги нижньої частини матеріалу.

Для знаходження кінематичних параметрів (V, α) вказаної матеріальної точки при виході з ротора знайдемо її координати $r_{ц.н.}$, $\phi_{ц.н.}$, тобто центр ваги нижньої частини матеріалу. Маємо

$$r_{ц.н.} = \frac{I_{r.H}}{m_{H.H}}, \quad \phi_{ц.н.} = \frac{I_{\phi.H}}{m_{H.H}}, \quad (26)$$

де $I_{r.H}$ і $I_{\phi.H}$ відповідні статичні моменти матеріалу відносно центра ротора:

$$I_{r.H} = \rho_0 b \int_{\phi_H^*}^{\phi_{B.H}} d\phi \int_r^R r^2 dr = \frac{R^3 \rho_0 b}{3} (\phi_{B.H} - \phi_H^*) \left[1 + \frac{1 - c_H^3}{3 \ln c_H} \right], \quad (27)$$

$$I_{\phi.H} = \rho_0 b \int_{\phi_H^*}^{\phi_{B.H}} \phi \left(\int_r^R r dr \right) d\phi = \frac{R^2 \rho_0 b}{4} (\phi_{B.H} - \phi_H^*) \left\{ \phi_{B.H} + \phi_H^* + \frac{1}{\ln c_H} \times \right. \\ \left. \times \left[\phi_{B.H} - c_H^2 \phi_H^* + \frac{\phi_{B.H} - \phi_H^*}{2 \ln c_H} (1 - c_H^2) \right] \right\}. \quad (28)$$

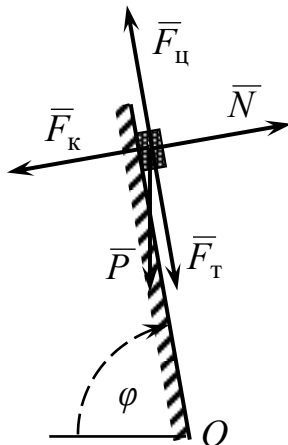


Рис. 6

Тепер опишемо рух матеріальної точки масою $m_{H.H}$, що має початкову швидкість v_0

$$v_0 = 0, \quad (29)$$

і початкове положення ($r_{ц.н.}$, $\phi_{ц.н.}$). Дана точка рухається під дією сили \bar{F} :

$$\bar{F} = \bar{F}_c + \bar{P} + \bar{F}_k + \bar{F}_t, \quad (30)$$

де (див. рис. 6)

$F_c = m_{H.H} \omega^2 r$ – відцентрова сила, спрямована від центру ротора паралельно до лопатки ;

$P = Mg$ – сила ваги матеріалу, спрямована до центру ротора і утворює з лопаткою кут $\pi/2 - \varphi$;

$F_k = 2m_{н.н} \omega v$ – сила Кориоліса, яка у зв'язку з відцентровим рухом точки спрямована перпендикулярно до лопатки і притискає до неї матеріал;

$F_T = f \cdot N$ – сила тертя, спрямована проти руху матеріалу, тобто до центру ротора;

$N = F_k + P \cos \varphi$ – сила реакції лопатки.

Отже, на основі рівності (3.1.54) рівняння руху матеріальної точки у проекції на вісь OX виглядає так:

$$m_{н.н} \frac{d^2 x}{dt^2} = m_{н.н} \omega^2 x - Mg \sin \varphi - f(2\omega v m_{н.н} + Mg \cos \varphi), \quad (31)$$

де x – положення точки відносно центру ротора.

Розв'язавши рівняння (31), одержимо:

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta} e^{(-f - \sqrt{1+f^2})\varphi} + \frac{\Delta_2}{\Delta} e^{(-f + \sqrt{1+f^2})\varphi} + \frac{c_{ц.н}}{2(f^2 + 1)} [(f^2 - 1)\sin \varphi - 2f \cos \varphi]. \quad (32)$$

де

$$\Delta = 2\sqrt{1+f^2} e^{-2f\varphi_{ц.н}} \quad (33)$$

$$\Delta_1 = e^{(-f + \sqrt{1+f^2})\varphi_{ц.н}} \left\{ \frac{c_{ц.н}}{2\sqrt{1+f^2}} \left[(2f - \sqrt{1+f^2}) \cos \varphi_{ц.н} + (f\sqrt{1+f^2} - f^2 + 1) \sin \varphi_{ц.н} \right] + (-f + \sqrt{1+f^2}) r_{ц.н} \right\}, \quad (34)$$

$$\Delta_2 = e^{(-f - \sqrt{1+f^2})\varphi_{ц.н}} \left\{ \frac{c_{ц.н}}{2\sqrt{1+f^2}} \left[(2f + \sqrt{1+f^2}) \cos \varphi_{ц.н} + (f\sqrt{1+f^2} + f^2 - 1) \sin \varphi_{ц.н} \right] + (f + \sqrt{1+f^2}) r_{ц.н} \right\}. \quad (35)$$

Швидкість $V_{н.н}$ матеріалу при $\varphi = \varphi_H$ визначається виразом

$$V_{н.н} = \sqrt{V_{r.н}^2 + (\omega R)^2}, \quad (36)$$

де $V_{r.н}$ – значення похідної при $\varphi = \varphi_H$ від функції (3.1.66), яка задає закон руху центру ваги

$$V_{r.н} = \frac{\Delta_1}{\Delta} (-f - \sqrt{1+f^2}) e^{(-f - \sqrt{1+f^2})\varphi_H} + \frac{\Delta_2}{\Delta} (-f + \sqrt{1+f^2}) e^{(-f + \sqrt{1+f^2})\varphi_H} - \frac{c_{ц.н}}{2(f^2 + 1)} [(1 - f^2) \cos \varphi_H - 2f \sin \varphi_H]. \quad (37)$$

Вектор швидкості $\vec{V}_{н.н}$ утворює з горизонтальною віссю кут

$$\alpha_{н.н} = \frac{\pi}{2} - \phi_n + \operatorname{arctg} \frac{V_{r.н}}{\omega R}, \quad (38)$$

Таким чином, одержано аналітичні залежності для визначення вихідних параметрів потоку: швидкості і напрямку руху.

As a result of the analysis of movement of a flow of a free-flowing material in a rotor of the having device are received of analytical dependences for definition of target parameters of a flow of a material after interaction with a rotor: speed and direction of movement.

Література

1. Оришака О.В., Кравцова Г.В., Артюхов А.М. Моделі основних напрямків розширення технологічних можливостей машини гравітаційного типу для завантаження сипких матеріалів // Збірник наукових праць Кіровоградського інституту сільськогосподарського машинобудування. 1998.-Випуск 4.- С.91-95.

Одержано 10.07.2001 р.