## УДК 621.914 Р.Мачуга Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

# КІНЕМАТИКА ПРОЦЕСУ ВІДРІЗАННЯ ФРЕЗОЮ ТРУБ ІЗ СЕРЕДИНИ

Теоретично досліджено кінематику процесів відрізання труб із середини за схемами попутного і зустрічного фрезерування. Розглянуто порядок обчислення зміни величин кутів контакту деталі з інструментом й інструмента з деталлю, визначення рівнянь траєкторії руху різального леза зуба фрези та обчислення сумарних довжин шляху різання окремим зубом фрези за весь час відрізання, визначення сумарних швидкостей різання.

Відрізати деталі відрізними фрезами на одно- і багатошпиндельних автоматах можна за двома схемами: перша – деталь нерухома ( $V_{\partial} = 0$ ) [1, 2], друга – деталь обертається з певною швидкістю ( $V_{\partial} \neq 0$ ) [3].

Відрізання деталей від нерухомого прутка (труби) на сьогодні детально вивчений процес. Відрізанню фрезами обертових деталей також присвячено ряд робіт. Зокрема, у роботах [3-8] досліджувалися процеси як зустрічного, так і попутного фрезерування деталей відрізними фрезами. Ці дослідження присвячені зовнішньому розрізуванню, а внутрішнього (для труб) ще ніхто не розглядав. Загальновідомо, що для розрізування фрезами обертового прутка (труби) на токарних верстатах необхідно поєднати три простих рухи [9]: обертові рухи деталі та інструмента і його рух подачі. Ці три рухи обов'язкові як для зовнішнього, так і для внутрішнього відрізання.

Кінематичні схеми внутрішнього зустрічного і попутного відрізання обертових деталей фрезами (за аналогією до зовнішнього відрізання [3]) подані на рис. 1. Тут А і Б – обертові рухи фрези і деталі відповідно, а В – поступальний рух фрези (рух врізання). Результатом сумування А, Б і В є складний робочий рух, коли вісі О<sub>A</sub> і О<sub>Б</sub> паралельні, а рух В спрямований вздовж вісі Y.



При розгляді у [3] процесу відрізання циліндричної фрезою деталі, було відзначено, що глибина різання є функцією часу і залежить від частоти обертання деталі *n*<sub>d</sub>, кута повороту деталі від початку обробки α і швидкості подачі V<sub>s</sub>:

 $S_t = V_s t = \frac{V_s \cdot \alpha}{n_o \cdot 2\pi} \,. \tag{1}$ 

Рис. 1. Елементарні рухи при внутрішньому відрізанні обертових деталей фрезами для фрезерування: а) зустрічного; б) попутного

Після першого оберту деталі, тобто при  $\alpha = 2\pi$ ,

глибина різання максимальна і визначається за формулою [3]:

$$S_{t \max} = S_p = \frac{V_s}{n_o},$$

де *S*<sub>*p*</sub> – радіальна подача на оберт деталі.

Контур деталі у процесі обробки відповідає спіралі Архімеда, що розгортається (рис. 2), з постійним кроком  $S_p$ . У часі контур деталі пропорційний збільшенню внутрішнього радіуса труби:

$$r_s = r_1 + S_t = r_1 + \frac{V_s \cdot \alpha}{n_o \cdot 2\pi} = r_1 + S_p \cdot \frac{\alpha}{2\pi}, \qquad (2)$$

### де $S_t$ – глибина різання (1).



1

Рис. 2. Геометричні параметри при відрізанні із середини обертової деталі фрезою

Миттєвий радіус обробки, що відповідає кутові контакту  $\delta$  деталі з інструментом, дорівнює (рис. 2):

$$r_{i} = r_{1} + S_{p} \cdot \left[ k \left( \frac{\alpha}{2\pi} \right) + \frac{\delta}{2\pi} \right], \quad (3)$$

де  $k\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right)$  – ціла частина від

ділення  $\alpha$  на  $2\pi$ .

Кути контакту деталі з інструментом  $\delta$  та інструмента з деталлю  $\varepsilon$  можна визначити з геометричних співвідношень:

$$\delta = \arccos \frac{2r_s R - r_s^2 - r_i^2}{2r_i (r_s - R)}, \quad (4)$$
$$\varepsilon = \arcsin \left(\frac{r_i}{R} \cdot \sin \delta\right), \quad (5)$$

де R – радіус інструмента;  $r_s$ ,  $r_i$  – відповідно внутрішній радіус (2) і миттєвий радіус обробки (3).

Миттєвий радіус обробки  $r_i$  залежить від величини кута контакту деталі з інструментом  $\delta$ , тобто  $r_i = f(\delta)$ . Після підстановки залежності (3) у рівняння для визначення кута  $\delta(4)$  отримано трансцендентне рівняння:



Рис. 3. Залежності кутів контакту  $\delta$ і  $\varepsilon$  від зміни кута повороту деталі  $\alpha$ 

$$\cos(\delta) = \frac{2r_s R - r_s^2 - \left[r_1 + S_p \cdot \left(k\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) + \frac{\delta}{2\pi}\right)\right]^2}{2 \cdot \left[r_1 + S_p \cdot \left(k\left(\frac{\alpha}{2\pi}\right) + \frac{\delta}{2\pi}\right)\right] \cdot \left(r_s - R\right)}$$
(6)

Трансцендентне рівняння (6) не має аналітичного розв'язку, але його можна розв'язати числовими методами [10]. У результаті розрахунку для конкретних умов розрізування (труба – сталь 45,  $\sigma_{e}$ =750 МПа;  $r_{1}$ =75 мм; R=40 мм;  $V_{s}$ =0,4 м/хв;  $n_{o}$ =12,5 об/хв.) отримано залежності  $\delta = f_{1}(\alpha)$  і  $\varepsilon = f_{2}(\alpha)$ . Дані графіки подані на рис. 3.

Важливим моментом при кінематичному аналізі процесів обробки є визначення координат різального леза інструмента. Для визначення траєкторії руху різального леза зуба фрези при попутному різанні необхідно розглянути її відносний рух навколо нерухомої труби. Алгоритм розрахунку траєкторії руху аналогічний застосованому в роботі [3].

Нехай в момент врізання зуба фрези в оброблювану поверхню труби положення вершини різального леза визначає точка  $A_0$  (рис. 4), центр фрези  $O_1$  лежить на вісі х, а початок координат збігається з центром О відносного обертання фрези навколо деталі (центр труби). Положення точки  $A_0$  відносно центра фрези  $O_1$  визначається кутом контакту фрези з деталлю  $\varepsilon$ , а відносно центра деталі O – кутом контакту деталі з фрезою  $\delta$ . Ці рухи визначаються за вищеподаними залежностями (4) і (5). Координати довільного положення зуба фрези, що визначається точкою A, після повороту фрези на кут  $\varphi$  від моменту врізання визначено, як:

$$\begin{aligned} x_A &= x_{0_1'} + \Delta x; \\ y_A &= y_{0_1'} + \Delta y \end{aligned} ,$$
 (7)

де  $x_{0_1}$ , і  $y_{0_1}$  – координати центра фрези.

З трикутника ∆ОО<sub>1</sub>'В знайдено:

$$x_{0_{1}} = OO_{1} \cdot \cos \phi;$$

$$y_{0_{1}} = OO_{1} \cdot \sin \phi$$
(8)

де  $\phi$  – кут повороту деталі (або фрези навколо деталі в її відносному русі), що відповідає поворотові фрези на кут  $\varphi$ ,  $OO_1' = OO_1 + S_p \frac{\phi}{2\pi}$  – відстань між центрами деталі О і фрези O<sub>1</sub>' після повороту фрези на кут  $\varphi$ .

При постійних значеннях кутових швидкостей деталі  $\omega_{\partial} = const$  і фрези  $\omega_{\phi} = const$  справедлива рівність  $\frac{\phi}{\phi} = \frac{\omega_{\partial}}{\omega_{\phi}}$ ,

звідки 
$$\phi = u\varphi$$
, де  $u = \frac{\omega_{\phi}}{\omega_{\phi}}$ .

Величини  $\Delta x$  і  $\Delta y$  можна визначити як відповідні проекції відрізка  $AO_1'$  на

координатні вісі х і у:

$$\Delta x = R \cos \angle AO_1' K = R \cos(\varepsilon - \varphi(1+u));$$
  

$$\Delta y = R \sin \angle AO_1' K = R \sin(\varepsilon - \varphi(1+u));$$
(9)

де  $\angle AO_1'K = \varepsilon - \varphi - \phi = \varepsilon - \varphi - u\varphi = \varepsilon - \varphi(1+u)$  (рис. 4).

Таким чином, підставивши у вираз (7) значення  $x_{0_1}$ ,  $y_{0_1}$ ,  $\Delta x$  і  $\Delta y$  з формул (8) і (9), отримано рівняння траєкторії руху різального леза зуба фрези при попутному різанні:

$$x_{A} = \rho \cos u\varphi + R \cos(\varepsilon - \varphi(1+u));$$
  

$$y_{A} = \rho \sin u\varphi - R \sin(\varepsilon - \varphi(1+u))$$
(10)



Рис. 4. Розрахункова схема для визначення траєкторії руху різального леза зуба фрези при попутному відрізанні із середини де  $\rho = OO_1' = \rho_0 + S_p \frac{u\phi}{2\pi}$ ;  $\rho_0 = OO_1 = r_s - R = r_1 - R + S_p \frac{\alpha}{2\pi}$  – значення міжвісьової відстані між центрами деталі О і фрези O<sub>1</sub> у заданий момент часу, що визначається кутом  $\alpha$  як  $\tau = \frac{\alpha}{\omega_s}$ .

Рівняння траєкторії руху (10) є функцією незалежного змінно-миттєвого положення зуба фрези  $\varphi$  і дозволяє визначати траєкторію при різних співвідношеннях швидкостей обертання труби і фрези  $u = \frac{\omega_o}{\omega_{\phi}}$ , а також залежно від величини подачі  $S_p$ .

Аналогічно можна знайти рівняння траєкторії руху різального леза зуба фрези при зустрічному відрізанні із середини (розрахункова схема подана на рис. 5). Після відповідних обчислень рівняння виглядатимуть так:



Рис. 5. Розрахункова схема для визначення траєкторії руху різального леза зуба фрези при зустрічному відрізанні із середини

$$x_{A} = \rho \cos u\varphi + R \cos(\varphi(1-u));$$
  

$$y_{A} = \rho \sin u\varphi - R \sin(\varphi(1-u))$$
(11)

На рис. 6 подано фрагменти траскторій руху різального леза зуба фрези за один оберт ( $0 \le \phi \le 2\pi$ , при u=5, – за половину оберта) при різних співвідношеннях частот обертання деталі і фрези. Обчислення виконане для тих же умов обробки, що й для кутів контакту.

Проаналізувавши схеми на рис. 6, зроблено висновок, аналогічний до [3]. А саме: траєкторії руху, їх радіуси кривизни суттєво відрізняються як при попутному і зустрічному різанні, так і з збільшенням співвідношення частот обертання деталі і фрези u. Очевидно, що при u=0,1 (рис. 6, а і 6) траєкторію з певним наближенням можна замінити колом радіуса R. Аналогічна

процедура при *и*≥1 недопустима, оскільки це суттєво спотворить траєкторію руху різального леза зуба фрези.

У праці [11] подана математична залежність для визначення інтенсивності зношення  $J_T$ . З неї випливає, що зносостійкість є функцією довжини шляху різання L:  $J_T = f(L)$ , причому залежність є оберненою. Тобто при збільшенні величини шляху різання зменшується зносостійкість і, як наслідок, збільшується інтенсивність зношення. З урахуванням вищесказаного, довжина шляху різання L є вихідним параметром для визначення зношення фрези. Тому необхідно визначити її для попутного фрезерування. Елементарна довжина шляху різання різального леза зуба фрези визначається:

$$dL = \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2} .$$
 (12)

Продиференціювавши залежності (10) по  $d\varphi$  і врахувавши, що  $\rho = f(\varphi)$ , отримано:

$$dx = \left[ S_p \frac{u}{2\pi} \cos u\varphi - \left( \rho_0 + S_p \frac{u}{2\pi} \right) u \sin u\varphi + R(1+u) \sin(\varepsilon - \varphi(1+u)) \right] d\varphi; \\ dy = \left[ S_p \frac{u}{2\pi} \sin u\varphi + \left( \rho_0 + S_p \frac{u}{2\pi} \right) u \cos u\varphi + R(1+u) \cos(\varepsilon - \varphi(1+u)) \right] d\varphi \right].$$
(13)

Підставивши формули (13) у вираз (12), довжина шляху різання дорівнюватиме:

$$dL = \sqrt{\left(S_p \frac{u}{2\pi}\right)^2 + u^2 \left(\rho_0 + S_p \frac{u\varphi}{2\pi}\right)^2 + R^2 \left(1 + u\right)^2 + 2[R(u + u^2) \cdot \left(\rho_0 + S_p \frac{u\varphi}{2\pi}\right) \cos(\varepsilon - \varphi) + RS_p \frac{u(1 + u)}{2\pi} \sin(\varepsilon - \varphi)]} \quad d\varphi$$
(14)



Рис. 6. Фрагменти траєкторій руху різального леза зуба фрези за один оберт при фрезеруванні: а) попутному; б) зустрічному

Прийнявши позначення

$$A = \left(S_{p} \frac{u}{2\pi}\right)^{2}; \quad B = R^{2}(1+u)^{2}; \quad C = u\rho_{0}; \quad D = S_{p} \frac{u^{2}}{2\pi}; \\ E = R\rho_{0}(u+u^{2}); \quad F = RS_{p} \frac{u(u+u^{2})}{2\pi}; \quad G = RS_{p} \frac{u(1+u)}{2\pi} \right\},$$
(15)

вираз (14) виглядатиме так:

$$dL = \sqrt{A + B + (C + D\varphi)^2 + 2[(E + F\varphi)\cos(\varepsilon - \varphi) + G\sin(\varepsilon - \varphi)]} \, d\varphi \,. \tag{16}$$

Повна довжина шляху різання різального леза зуба фрези при зміні кута  $\varphi$  в межах  $0 \le \varphi \le \varepsilon$  дорівнюватиме:

$$L_{p} = \int_{0}^{\varepsilon} \sqrt{A + B + (C + D\varphi)^{2} + 2[(E + F\varphi)\cos(\varepsilon - \varphi) + G\sin(\varepsilon - \varphi)]} \, d\varphi.$$
(17)

Застосувавши аналогічний алгоритм обчислення, рівняння для визначення довжини шляху різання при зустрічному відрізанні із середини виглядатиме так:

$$L_{z} = \int_{0}^{\varepsilon} \sqrt{A + B_{1} + (C + D\varphi)^{2} + 2[(E_{1} + F_{1}\varphi)\cos(\varphi(2u - 1)) + G_{1}\sin(\varphi(2u - 1))]} \, d\varphi \,.$$
(18)

Тут прийнято такі позначення:

$$B_{1} = R^{2}(1-u)^{2}; \quad E_{1} = R\rho_{0}(u-u^{2}); \\ F_{1} = RS_{p} \frac{u(u-u^{2})}{2\pi}; \quad G_{1} = RS_{p} \frac{u(1-u)}{2\pi}; \quad A = B\left(\frac{1-u}{1+u}\right)^{2}; \quad E_{1} = E\frac{1-u}{1+u}; \\ F_{1} = F\frac{1-u}{1+u}; \quad G_{1} = G\frac{1-u}{1+u}; \quad (19)$$

Підставивши значення (19) у вираз (18), отримано:

$$L_{z} = \int_{0}^{\varepsilon} \sqrt{A + \left(\frac{1-u}{1+u}\right)^{2} B + \left(C + D\varphi\right)^{2} + 2\frac{1-u}{1+u} \left[\left(E + F\varphi\right)\cos(\varphi(2u-1)) + G\sin(\varphi(2u-1)) - d\varphi \right]}$$
(20)

Підінтегральні функції у виразах (17) і (20) є трансцендентними виразами, тому відповідні інтеграли не мають аналітичних розв'язків, але їх можна обчислити за допомогою числових методів.

У роботі [3] у розділі 3 подана формула для визначення сумарної довжини різання кожним зубом фрези за весь час відрізання:

$$L_{\Sigma} = \frac{r_{\partial} \cdot L}{2 \cdot S_p \cdot u} \, .$$

Для внутрішнього відрізання ця формула виглядатиме так:

$$L_{\Sigma} = \frac{(r_2 - r_1) \cdot L}{2 \cdot S_p \cdot u} \,. \tag{21}$$

Результати обчислень за формулами (17), (20) і (21) подано у табл. 1.

Для більшої наочності на рис. 7 подано графіки залежностей сумарної довжини різання (при попутному і зустрічному відрізанні) від величини відношення частот обертання деталі та інструмента *u*.

Таблиця 1

Довжини шляхів різання при попутному і зустрічному фрезеруванні, м

Попутне фрезерування			Зустрічне фрезерування		
Відношення частот обертання и			Відношення частот обертання и		
0,1	1	5	0,1	1	5
27,405	7,982	6,668	23,003	3,756	4,266



Рис. 7. Сумарні довжини різання при попутному і зустрічному відрізанні

Аналіз формул (17) і (20) виявив, що із збільшенням и довжина різання зростає. Довжини різання при попутному і зустрічному фрезеруванні для  $u \leq 1$  відрізняються несуттєво (табл 1). При збільшенні u ( $u \ge 1$ ) різниця між ними зростає, але також зростає і довжина холостого перебігу зубів фрези поза зоною різання [3]. Це сприяє її більш ефективному охолодженню. 3 графіків (рис. 7) випливає, що  $L_{\Sigma}$ збільшенні зменшується при и. Причому, при збільшенні и від 0,1 до 1 різко зменшується довжина різання.

Беручи до уваги числові значення з табл. 1, довжина  $L_{\Sigma z}$  майже у 4 рази менша від довжини  $L_{\Sigma p}$ . Враховуючи

сказане, можна зробити висновок, що зносостійкість зубів фрези при u = 5 майже у 4 рази вища, ніж при u = 0,1. Тобто інтенсивність зношення при співвідношенні частот обертання u = 5 зменшиться також майже у 4 рази порівняно із співвідношенням частот обертання u = 0,1.

Швидкість різання є тим параметром процесу технологічної обробки, від точності обчислення якого залежить правильність визначення зусиль різання, потужності процесу різання. Оскільки для розрізування фрезами обертового прутка (труби) на токарних верстатах необхідне поєднання трьох простих рухів (рис. 1), сумарна швидкість різання повинна враховувати швидкості цих рухів. Досі обчислення для визначення сумарної швидкості різання виконувалися для загальновідомих схем різання – відрізання прутків і труб із зовнішнього боку заготовки (наприклад, роботи [12-15]). Але часто при відрізанні труб (особливо великого діаметру) доцільніше



Рис. 8. Визначення сумарної швидкості різання при попутному фрезеруванні

використовувати схему відрізання фрезою із середини. На рис. 8 подана схема попутного фрезерування труб із середини.

У праці [14] при визначенні товщини шару металу, що зрізується відрізання, піл час сумарну швидкість різання обчислюють як геометричну суму швидкості обертового руху фрези  $\omega_{d}R$ i  $V_{s}$ : подачі швидкості руху  $\overline{V_{\Sigma}} = \overline{V_s} + \overline{\omega_{\phi}} R$ . Цю формулу можна застосовувати тоді, коли заготовка (труба) нерухома, тобто  $\omega_{a} = 0$ . Але здебільшого під час відрізання на верстатах деталь також має обертовий рух  $\omega_{a} \neq 0$ , (наприклад,

ОТА і БТА), а тому не можна не враховувати впливу швидкості обертового руху деталі на величину сумарної швидкості різання.

Сумарну швидкість різання можна визначити як геометричну суму двох векторів:

$$\overline{V_{\Sigma}} = \overline{V_{o\delta}} + \overline{V_s}, \qquad (22)$$

де  $\overline{V_{o\delta}} = \overline{\omega_{\phi}}R + \overline{\omega_{\delta}}r_i$  – геометрична сума швидкостей обертових рухів фрези і деталі відповідно (рис. 8);  $\overline{V_s}$  – вектор швидкості руху подачі;  $\omega_{\phi}$ ,  $\omega_{\delta}$  – кутові швидкості фрези і деталі відповідно; R,  $r_i$  – радіус фрези і миттєвий радіус деталі.

Миттєвий радіус деталі  $r_i$  можна визначити за формулою (3). Значення радіусу може змінюватися в межах:  $r_1 \le r_i \le r_2$ . Тут  $r_1$  і  $r_2$  – початковий внутрішній і зовнішній радіуси труби. Згідно з [14] швидкість руху подачі  $V_s = \frac{S_0 \omega_{\phi}}{2\pi}$ ,  $S_0$  – подачі на оберт фрези.

У системі координат XYZ сумарний вектор  $\overline{V_{o\delta}}$  обертових рухів фрези  $\overline{\omega_{\phi}}R$  і деталі  $\overline{\omega_{o}}r_{i}$  дорівнюватиме:

$$\overline{V_{o\delta}} = \overline{i} \cdot \left( \omega_{\phi} R \sin \varepsilon + \omega_{\delta} r_{i} \sin \delta \right) + \overline{k} \cdot \left( \omega_{\phi} R \cos \varepsilon + \omega_{\delta} r_{i} \cos \delta \right).$$
(23)

Довжина вектора  $\overline{V_{o\delta}}$  після виконання відповідних перетворень дорівнює:

$$V_{o\delta} = \sqrt{\omega_{\phi}^2 R^2 + \omega_{\delta}^2 r_i^2 + 2\omega_{\phi} \omega_{\delta} R r_i \cos(\varepsilon - \delta)} .$$
<sup>(24)</sup>

Формула (22) у системі координат ХҮΖ виглядатиме так (рис. 8):

$$\overline{V_{\Sigma}} = \overline{i} \cdot (V_{o\delta} \cos \alpha_1 - V_s) + \overline{k} \cdot V_{o\delta} \sin \alpha_1.$$
(25)

Згідно з побудовою кут між векторами  $\overline{\omega_{\phi}}R$  та  $\overline{\omega_{\phi}}r_i$  дорівнює:  $\angle BA\mathcal{I} = \varepsilon - \delta$ . Тоді із паралелограма АВСД, побудованого на цих векторах, кут  $\angle ABC$  дорівнює:  $\angle ABC = \angle A\mathcal{I}C = \frac{1}{2}(360^\circ - 2 \cdot (\varepsilon - \delta)) = 180^\circ - (\varepsilon - \delta)$ . Із трикутника  $\triangle A\mathcal{I}C$  за теоремою синусів  $\overrightarrow{V_{o\delta}} = \frac{\omega_{\phi}r_i}{2}$  звідки кут ½ дорівнює:

синусів  $\frac{V_{o\delta}}{\sin(180^{\circ} - (\varepsilon - \delta))} = \frac{\omega_{\delta} r_i}{\sin \gamma_1}$ , звідки кут  $\gamma_1$  дорівнює:  $\gamma_1 = \arcsin\left[\frac{\omega_{\delta} r_i}{V_{o\delta}}\sin(\varepsilon - \delta)\right].$ (26)

3 рис. 8 видно, що  $\alpha_1 = \frac{\pi}{2} - \varepsilon + \gamma_1$ . Підставивши замість кута  $\gamma_1$  вираз (26), отримано залежність:

$$\alpha_{1} = \frac{\pi}{2} - \varepsilon + \arcsin\left[\frac{\omega_{o}r_{i}}{V_{o\delta}}\sin(\varepsilon - \delta)\right].$$
(27)

Тоді довжина вектора  $V_{\Sigma}$  дорівнює:

$$V_{\Sigma} = \sqrt{V_{o\delta}^2 + V_s^2 - 2V_{o\delta}V_s \cos\alpha_1} .$$
 (28)

Для визначення сумарної швидкості різання при зустрічному фрезеруванні необхідно виконати обчислення, аналогічні обчисленням для попутного різання. Розрахункова схема подана на рис. 9.

Знехтувавши проміжними формулами і перетвореннями, в даній роботі подано лише основні математичні залежності. Сумарна швидкість різання у векторній формі



Рис. 9. Визначення сумарної швидкості різання при зустрічному фрезеруванні

для зустрічного відрізання аналогічна швидкості при попутному відрізанні (22).

Довжина вектора швидкості обертових рухів  $\overline{|V_{o\hat{o}}|}$  дорівнює:

$$V_{o\delta} = \sqrt{\omega_{\phi}^2 R^2 + \omega_{\delta}^2 r_i^2 - 2\omega_{\phi}\omega_{\phi} R r_i \cos(\varepsilon - \delta)}$$
(29)

Із трикутника  $\triangle ABC$  з теореми синусів кут  $\alpha_1$  дорівнює:

$$\alpha_{1} = \frac{\pi}{2} + \delta - \arcsin\left[\frac{\omega_{\phi}R}{V_{o\delta}}\sin(\varepsilon - \delta)\right].$$
(30)

Довжина вектора сумарної швидкості різання  $\left|\overline{V_{\Sigma}}\right|$  дорівнює:

$$V_{\Sigma} = \sqrt{V_{o\delta}^2 + V_s^2 + 2V_{o\delta}V_s \cos \alpha_1} \ . \ (31)$$

Порівнявши формули (24) з (29) і (28) з (31), можна записати загальні залежності для визначення сумарної швидкості різання і швидкості обертових рухів:

$$V_{\Sigma} = \sqrt{V_{o\delta}^2 + V_s^2 \mp 2V_{o\delta}V_s \cos\alpha_1} , \qquad (32)$$

$$V_{o\delta} = \sqrt{\omega_{\phi}^2 R^2 + \omega_{\delta}^2 r_i^2 \pm 2\omega_{\phi} \omega_{\delta} R r_i \cos(\varepsilon - \delta)}, \qquad (33)$$

де верхні значення знаків відповідають попутному фрезеруванню, а нижні – зустрічному. У формулі (32) кут  $\alpha_1$  – це кут між вектором обертових рухів  $V_{o\delta}$  і віссю координат Х. Для попутного фрезерування кут  $\alpha_1$  можна визначити за формулою (27), а для зустрічного – (30).

На рис. 10 подані графіки залежностей сумарних швидкостей різання (у м/с) від кута повороту деталі (у градусах) для попутного (Vp<sub>i</sub>) і зустрічного (Vz<sub>i</sub>) відрізання.



Графіки побудовано основі на використання процедури лінійного найменших згладжування методом квадратів, що легко реалізовується за допомогою системи символьної математики MathCAD 7.0 PRO [16].

Сумарна швидкість різання при зустрічному відрізанні труб із середини у певних діапазонах значень кута  $\alpha$  трохи вища від сумарної швидкості різання при попутному відрізанні (рис. 10). У діапазоні

### МАШИНОБУДУВАННЯ ТА АВТОМАТИЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА

від  $\alpha \approx 280^{\circ}$  до  $\alpha \approx 620^{\circ}$  вищою є швидкість різання при попутному фрезеруванні.

Відомо, що між продуктивністю обробки і швидкістю різання є пряма залежність, тобто при зростанні швидкості різання відповідно зростає і продуктивність обробки (у даному випадку – відрізання). На основі сказаного вище можна зробити висновок про те, що продуктивність відрізання труб із середини за схемами зустрічного і попутного фрезерування змінюватиметься залежно від кута повороту деталі (труби)  $\alpha$ . Тобто однозначний висновок про вищу продуктивність якогось методу неможливий.

The analytical investigations of kinematics of process sawing of tubes from an inner side by the schemes of passing and opposing milling are executed. The succession of calculation of angles of contact, definition of an equation of a pathway of driving of a cutting blade of a cog of a hob and calculation of a common path of cutting by a separate cog of a hob for all period of a sawing, definition of common cutting speeds is reviewed.

#### Література

- 1. Лорох Роланд. Повышение работоспособности дисковых пил при отрезке круглых заготовок: Дис. ... канд. техн. наук: 05.03.01. К., 1998. 189 с.
- 2. Семенов О.В. Розробка дискових пил з нерівномірним кроком: Дис. ... канд. техн. наук: 05.03.01. К., 1998. 187 с.
- 3. Чикин С.В. Отрезка вращающихся деталей фрезами на прутковых токарных автоматах: Дис. ... канд. техн. наук: 05.03.01. К., 1990. 144 с.
- 4. Федоренко И.Г., Чикин С.В. Отрезка вращающегося прутка фрезами на токарных автоматах // Технология и автоматизация машиностроения: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1986. – № 38. – С. 121-126.
- 5. Лепетюк А.Л., Федоренко И.Г., Чикин С.В. Определение максимальной толщины срезаемого слоя при отрезке вращающихся деталей фрезами // Известия вузов. Машиностроение. 1988. № 3. С. 139-143.
- 6. Чикин С.В., Лепетюк А.Л., Федоренко И.Г. Кинематический анализ процесса попутного фрезоточения // Известия вузов. Машиностроение. 1989. № 11. С. 139-143.
- 7. Чикин С.В. Определение суммарной толщины срезаемого слоя при отрезке деталей фрезоточением // Технология и автоматизация машиностроения: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1991. – № 47. – С. 116-119.
- 8. Федоренко И.Г., Чикин С.В., Лепетюк А.Л. Расчёт режимов резания при отрезке вращающихся деталей фрезами // Технология и автоматизация машиностроения: Респ. межвед. науч.-техн. сб. 1987. № 42. С. 106-111.
- 9. Грановский Г.И. Кинематика резания. М.: Машгиз, 1948. 200 с.
- 10. Демидович Б.П., Марон И.А. Основы вычислительной математики. М.: Наука, 1966. 664 с.
- 11. Грановский Г.И., Грановский В.Г. Резание металлов. М.: Высшая школа, 1985. 304 с.
- 12. Равская Н.С., Родин Р.П., Семёнов А.В., Лорох Р. Определение числа одновременно работающих зубьев при отрезке круглых заготовок // Вестник НТУУ КПИ. 1997. № 32. С. 84-87.
- Лорох Р. Анализ загрузки режущей части фрез при отрезке труб // Вестник НТУУ КПИ. 1997. № 32. С. 58-62.
- 14. Равская Н.С., Родин Р.П., Семёнов А.В. Расчёт толщин среза при фрезеровании дисковыми пилами и фрезами // Технология и автоматизация машиностроения. 1997. № 32. С. 252-256.
- 15. Хмелёва В.С. Толщина среза при работе отрезными фрезами // Вестник НТУУ "КПИ". 1999. № 34. С. 315-319.
- 16. Дьяконов В.П., Абраменкова И.В. MathCAD 7.0 в математике, физике и в Internet. М.: Нолидж, 1999. 352 с.

Одержано 25.04.2001 р.