

УДК: 539.3

І.Ю. Габрусєва, к.т.н., Р.В. Бартошевський

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

## ОЦІНКА МІЦНОСТІ ПОПЕРЕДНЬО НАПРУЖЕНОЇ ПЛИТИ ПРИ ТИСКУ НА НЕЇ ЖОРСТКОГО ШТАМПА

I.Yu. Habrusieva, Ph.D., R.V. Bartoshevskyi

### STRENGTH ESTIMATION OF THE PRELIMINARY STRESSED PLATE PRESSED BY AN INDENTER

Розрахунок на міцність елементів конструкцій та деталей машин є одним із найважливіших етапів їх проектування. Мінімізація похибки розрахунку вимагає врахування максимальної кількості факторів, які впливають на контактну взаємодію тіл, зокрема наявність початкових напружень або деформацій.

Розглянемо задачу про тиск жорсткого параболічного штампа на попередньо напружену плиту товщиною  $h$ , що лежить на абсолютно гладкій жорсткій основі. Штмп тисне на плиту поступально без обертання та тертя із постійною силою  $P$ . Його утворено обертанням навколо спільної осі вітки параболі (із фокальним параметром  $R$ ) та відрізка прямої, яка перпендикулярна до осі параболі. Вісь параболі паралельна до осі обертання, яка співпадає із лінією дії сил  $P$ . Виберемо циліндричну систему координат  $(O, r, \theta, z)$  так, щоб координатна площина  $(O, r, \theta)$  співпадала із серединною площиною плити, а вісь  $Oz$  – із віссю симетрії штампів (рис. 1).

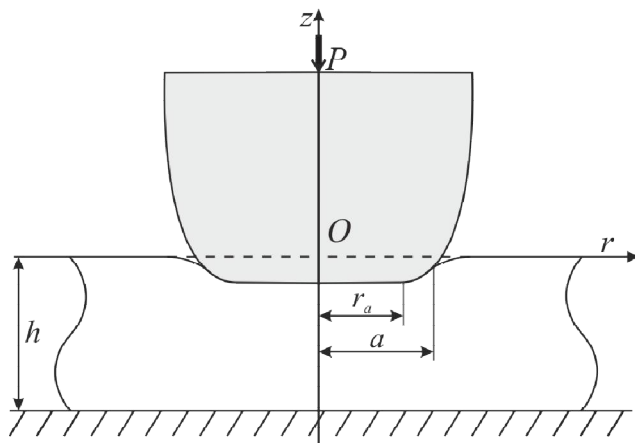


Рис. 1. Схема стиснення плити

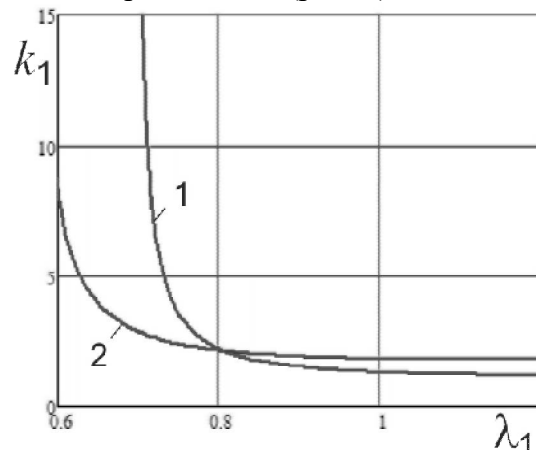


Рис. 2. Залежність  $k_1$  від  $\lambda_1$

Граничні умови поставленої задачі матимуть вигляд

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}(r, 0) &= 0, a \leq r; & \sigma_{rz}(r, -h) &= 0, 0 \leq r < \infty; \\ \sigma_{rz}(r, 0) &= 0, 0 \leq r < \infty; & u_z(r, -h) &= 0, 0 \leq r < \infty, \\ u_z(r, 0) &= \omega(r), 0 \leq r \leq a; \end{aligned}$$

функція  $\omega(r)$  описує форму штампа.

Розв'язання задачі проведено із використанням розробленої методики [1 – 2] у рамках лінеаризованої постановки задачі теорії пружності. Парні інтегральні рівняння, що виникають у результаті задоволення граничних умов, розв'язано за допомогою подання шуканих функцій контактних напружень у вигляді частинної суми ряду за

функціями Бесселя з невідомими коефіцієнтами  $a_n^*$ , для визначення яких будуються скінчена система лінійних алгебричних рівнянь.

Остаточні функції розподілу контактних напружень та вертикальних переміщень точок граничної площини плити мають вигляд

$$\sigma_{zz}(r,0) = -\frac{P}{2\pi} \frac{\sum_{n=1}^N a_n^* J_0\left(\frac{\lambda_n r}{a}\right)}{\sum_{n=1}^N a_n^* K_n}, \quad u_z(r,0) = -\frac{k_1 P}{2\pi} \frac{\sum_{n=1}^N a_n^* \int_0^\infty \Delta(\alpha) \Psi_n(\alpha) J_0(\alpha r) d\alpha}{\sum_{n=1}^N a_n^* K_n},$$

де  $\lambda_n$  – додатні нулі функції Бесселя  $J_0(r)$ , а  $K_n$ ,  $\Psi_n(\alpha)$  та  $\Delta(\alpha)$  – відомі функції.

Коефіцієнт  $k_1$ , який входить до останніх співвідношень, характеризує вплив початкових деформацій та залежить від структури пружного потенціалу попередньо напруженої плити (рис. 2). Зокрема, у випадку потенціалу Бартенєва-Хазановича (нестисливі тіла)

$$k_1 = \frac{2(1+\nu)}{E} \frac{\lambda_1^{\frac{7}{2}}}{3\lambda_1^3 - 1},$$

де  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $E$  – модуль Юнга матеріалу плити,  $\lambda_1$  – параметр лінійного видовження (крива 1). Останнє співвідношення прямує до нескінченості при  $3\lambda_1^3 - 1 = 0$ , тобто при  $\lambda_1 \rightarrow \lambda_{kp} \approx 0.693$ . Значення  $\lambda_{kp}$  відповідає поверхневій нестійкості при рівномірному двовісному стиску. При цьому, як впливає зі одержаних співвідношень, вертикальні переміщення точок граничної площини плити необмежено зростають, а контактні напруження відсутні. Отже, спостерігається такий механічний ефект: при наближенні  $\lambda_1$  до критичного значення  $\lambda_{kp}$  у плиті виникають явища «резонансного характеру», які були раніше виявлені О.М. Гузем у задачах крихкого руйнування матеріалів із початковими напруженнями [3]. Аналогічний ефект спостерігається у тілах із пружним потенціалом гармонічного типу (стисливі тіла), для якого

$$k_1 = \frac{2(1-\nu^2)}{E} \frac{\lambda_1^2}{\lambda_1(2+\nu) - (1+\nu)}.$$

Для різних матеріалів критичні значення  $\lambda_{kp}$  є різними, оскільки залежать від  $\nu$ . Зокрема, при  $\nu = 0.3$  «резонансні» явища спостерігаються при  $\lambda_1 \rightarrow \lambda_{kp} \approx 0.565$  (крива 2).

На основі проведеного числового експерименту можна зробити висновок, що вплив початкових напружень на вертикальні переміщення як для стисливих, так і для нестисливих тіл значно вищий у випадку попередніх деформацій стиску ( $\lambda_1 < 1$ ), ніж у випадку попередніх деформацій розтягу ( $\lambda_1 > 1$ ).

### Література.

1. Habrusiev H., Habrusieva I. Contact interaction of a predeformed plate which lies without friction on rigid base with a parabolic indenter. Scientific Journal of TNTU, vol. 102, pp. 87-95.
2. Habrusiev, H.V., Habrusieva, I.Y. & Shelestovskyi, B.H. Contact Interaction of a Prestrained Thick Plate with Parabolic Punch. J Math Sci 263, 129–137 (2022).
3. Гузь О. М. Контактна взаємодія пружних тіл з початковими напруженнями: Навч. посібник / Гузь О. М., Бабич С. Ю., Рудницький В. Б. – К: Вища школа, 1995. – 304 с.