

ЛІТЕРАТУРА



НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНА

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний
університет імені Івана Пулюя

Кафедра конструювання верстатів,
інструментів та машин

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до виконання практичних робіт №1-4 (Модуль 1)
з курсу «Системи автоматичного керування машин»
(для студентів 4 курсу денної та заочної форм навчання
спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»)

Тернопіль, 2022

Методичні вказівки розроблені у відповідності з навчальними планами спеціальностей: 133 - Галузеве машинобудування

Методичні вказівки розробили:

к.т.н., доцент кафедри ВІ Руслан СКЛЯРОВ

к.т.н., доцент кафедри ВІ Володимир ШАНАЙДА

Відповідальний за випуск: к.т.н., доцент кафедри ВІ Руслан СКЛЯРОВ

Рецензент: ст. викл. каф. автоматизації

технологічних процесів і виробництв _____

Ігор КОЗБУР

Методичні вказівки розглянуті і затверджені на засіданні кафедри конструювання верстатів, інструментів та машин

Протокол № 3 від «30» вересня 2022 р.

завідувач. кафедри ВІ _____

к.т.н., доц. Володимир КОБЕЛЬНИК

Методичні вказівки рекомендовані до друку на засіданні методичної комісії факультету інженерії машин, споруд та технологій

Протокол № 4 від « 23» листопада 2022р.

Голова методичної комісії ФМТ _____ Микола СТАШКІВ

© Скляров Р.А., Шанайда В.В., 2022 рік

Практична робота №1

Тема:	Математичний опис лінійних САК
Мета:	Ознайомитись з особливостями математичного опису лінійних САК
Завдання:	Отримати практичні навички у виведенні формули передавальної функції за заданим диференціальним рівнянням
Обладнання, пристосування, наочне приладдя:	персональний комп'ютер з доступом до мережі Internet; інструкція до проведення практичної роботи, варіанти завдань для самостійної роботи.

1.1. Короткі теоретичні відомості

Математичний опис системи автоматизованого керування (САК) проводять на основі опису всіх входних у неї елементів (рис. 1.1). Першим кроком у складанні моделі окремого елемента САК є виявлення фізичних законів, що визначають поведінку САК. Математичний опис цих законів і є шуканою моделлю. Потім, шляхом виключення проміжних змінних одержують модель САК в цілому.



Рис. 1.1 – Вхідна і вихідна величини системи

Для САК, що має один вхід $x(t)$ і один вихід $y(t)$, математичну модель можна представити у вигляді:

$$F(x(t), x'(t), y(t), y'(t), y^n(t)) \quad (1.1)$$

Для лінійної стаціонарної САК рівняння (1.1) є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням виду:

$$a_0 y^{(n)}(t) + a_1 y^{(n-1)}(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 u^{(m)}(t) + b_1 u^{(m-1)}(t) + \dots + b_m u(t) \quad (1.2)$$

де $u(t)$ й $y(t)$ – відповідно, вхідна і вихідна величини, що змінюються в часі;

a_i, b_j – постійні коефіцієнти, обумовлені параметрами системи;

n – порядок рівняння.

Передаточна функція автоматичної системи – відношення зображень по Лапласу вихідної величини автоматичної системи до вхідної за нульовими початковими умовами.

Передаточну функцію можна отримати безпосередньо по диференціальному рівнянню шляхом формальної заміни оператора диференціювання - комплексної змінної " s ", та функцій часу $x(t)$, $y(t)$ - їх зображеннями $X(s)$, $Y(s)$. Якщо динамічна ланка або автоматична система має декілька входів, то по кожному з них складають передаточну функцію, зважаючи на принцип суперпозиції.

Передаточні функції лінійних динамічних ланок є дробово-раціональними функціями комплексної змінної " s " з постійними коефіцієнтами, залежними від параметрів системи. Для систем, що описуються передаточною функцією з $m \leq n$, є правильною дробово - раціональною функцією " s ".

Багаточлен, що фігурує в знаменнику передаточної функції, називається характеристичним поліномом, а рівняння виду:

$$Q(s) = a_n s^n + a_{n-1} s^{(n-1)} + \dots + a_0 = 0 \quad (1.3)$$

має назву характеристичного рівняння.

Перехід від диференціального рівняння до передаточної функції можна виконати без будь-яких обчислень, лише формальною заміною $\frac{d^n}{dt^n}$ на s^n , а функції $x(t)$ і $y(t)$ – їх зображеннями $X(s)$ і $Y(s)$, тому диференціальне рівняння:

$$T_2^2 \cdot \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \cdot \frac{dy}{dt} + y = k \cdot x \quad (1.4)$$

де x та y - відхилення вхідного впливу й вихідної величини елементарної ланки від стану рівноваги; T_1 та T_2 - – постійні коефіцієнти (постійні часу); k - коефіцієнт підсилення (передачі) елементарної ланки (системи).

прийме вигляд:

$$(T_2^2 \cdot s^2 + T_1 \cdot s + 1) \cdot Y(s) = k \cdot X(s) \quad (1.5)$$

Тоді передаточна функція прийме вигляд:

$$W(s) = \frac{k}{T_2^2 \cdot s^2 + T_1 \cdot s + 1} \quad (1.6)$$

Особливі точки передаточної функції:

Полюсами передаточної функції називають ті значення комплексної змінної " s ", при яких передаточна функція дорівнює нескінченності. Для знаходження полюсів досить знайти корені характеристичного рівняння. Нулями передаточної функції називають ті значення комплексної змінної " s " при яких передаточна функція дорівнює нулю. Для знаходження нулів досить знайти корені багаточлена, розташованого в чисельнику передаточної функції.

1.2. Приклад розв'язку задачі

Умова задачі: вивести формулу передавальної функції за заданим диференціальним рівнянням.

Нехай диференційне рівняння подано виразом:

$$30 \cdot \frac{d^4}{dt^4} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 25 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) - 10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 5 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вх}}(t) + x_{\text{вх}}(t)$$

Для розв'язку задачі необхідно у відповідності із правилами операційного числення перейти від оригіналів до зображень і враховуючі представлення зображення похідної функції при нульових початкових умовах записати задане диференціальне рівняння у вигляді:

$$30 \cdot p^4 \cdot x_{\text{вих}}(p) + 25 \cdot p^2 \cdot x_{\text{вих}}(p) - 10 \cdot p \cdot x_{\text{вих}}(p) = 5 \cdot p \cdot x_{\text{вх}}(p) + x_{\text{вх}}(p)$$

Виносячи за дужки зображення вихідного і вхідного сигналів в лівій та правій частині попереднього рівняння отримаємо:

$$x_{\text{вих}}(p) \cdot (30 \cdot p^4 + 25 \cdot p^2 - 10 \cdot p) = (5 \cdot p + 1) \cdot x_{\text{вх}}(p)$$

Передавальна функція - це відношення зображень вихідного та вхідного сигналів. Виразимо вихідний сигнал через вхідний і розділимо результат на вхідний сигнал.

Отримаємо шукану передавальну функцію як відношення зображення вихідного сигналу до вхідного:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вих}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{30 \cdot p^4 + 25 \cdot p^2 - 10 \cdot p}{5 \cdot p + 1}$$

Приведений вираз є шуканою передавальною функцією.

1.3. Варіанти завдання до практичної роботи №1

№ вар-ту	Диференційне рівняння
1	$4 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 8 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) = 2 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вх}}(t) + 2x_{\text{вх}}(t)$
2	$9 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) + 3 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 3x_{\text{вих}}(t) = 9 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вх}}(t) - 6 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
3	$\frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 7 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 14 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 7x_{\text{вих}}(t) = 7 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вх}}(t) + 21 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
4	$6 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 4 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 4x_{\text{вих}}(t) = -4 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вх}}(t) + 4x_{\text{вх}}(t)$
5	$15 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) - 9 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 12 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 3x_{\text{вих}}(t) = 6 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
6	$4 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 9 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) = 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вх}}(t) + 12 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
7	$22 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) - 33 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 11 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) + 22x_{\text{вих}}(t) = 44 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вх}}(t) + 11x_{\text{вх}}(t)$
8	$2 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 12 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 12x_{\text{вих}}(t) = 2 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вх}}(t) + 4x_{\text{вх}}(t)$
9	$20 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 16 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 12 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 12x_{\text{вих}}(t) = -8 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вх}}(t) + 4x_{\text{вх}}(t)$
10	$15 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) - 9 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 12 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 3x_{\text{вих}}(t) = 6 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
11	$30 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 25 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 10x_{\text{вих}}(t) = 5 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t) + x_{\text{вх}}(t)$

12	$12 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) + 3 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 3x_{\text{вих}}(t) = 9 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вх}}(t) - 6 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
13	$\frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 7 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 14 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 7x_{\text{вих}}(t) = 21 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t) + 14 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
14	$6 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 4 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 4x_{\text{вих}}(t) = 2 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вх}}(t) + 10 \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вх}}(t)$
15	$30 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 15 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 25 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 10 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 10x_{\text{вих}}(t) = x_{\text{вх}}(t)$
16	$3 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 6 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 3 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) - 9 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 12x_{\text{вих}}(t) = 3 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t)$
17	$12 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) + 3 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) + 9x_{\text{вих}}(t) = 9 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вх}}(t) - 3x_{\text{вх}}(t)$
18	$-33 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 22 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) + 11 \frac{d}{dt} x_{\text{вих}}(t) = 22 \frac{d}{dt} x_{\text{вх}}(t) - 11x_{\text{вх}}(t)$
19	$3 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 9 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 3 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вих}}(t) = 6 \frac{d^2}{dt^2} x_{\text{вх}}(t) - 9x_{\text{вх}}(t)$
20	$3 \frac{d^4}{dt^4} x_{\text{вих}}(t) + 8 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вих}}(t) + 0.1x_{\text{вих}}(t) = 10 \frac{d^3}{dt^3} x_{\text{вх}}(t) - x_{\text{вх}}(t)$

Практична робота №2

Тема:	Структурні перетворення лінійних САК
Мета:	Ознайомитись із особливостями перетворення лінійних САК різного типу складності.
Завдання:	Отримати практичні навички у перетворенні лінійних САК з різними типами ланок та зв'язків між ними
Обладнання, пристосування, наочне приладдя:	персональний комп'ютер з графічним редактором будь-якого типу, пакет Microsoft Office, інструкція до проведення практичної роботи, варіанти завдань для самостійної роботи.

2.1.Визначення структурної схеми САК

Структурна схема САК – це умовне графічне зображення системи автоматичного керування, яке служить для її математичного опису. На структурній схемі САК зображають у вигляді з'єднаних між собою динамічних ланок.

Динамічна ланка – це умовно виділена частина системи автоматичного керування, яка виконує найпростіші перетворення сигналів.

Динамічні ланки відповідають певним перетворенням сигналів у системі. Ці перетворення описують як правило засобами математики, а саме передатною функцією динамічної ланки. Зображають динамічні ланки прямокутником, всередині якого записують передатну функцію. В якості динамічних ланок виступають умовно виділені частини системи, в яких здійснюються найбільш прості перетворення сигналів. Динамічні ланки з'єднують між собою стрілками, які відповідають напрямку передачі сигналу від однієї ланки до іншої. Динамічні ланки є ланками направленої дії.

Умовні позначення, прийняті для структурних схем, показані на рис 2.1.

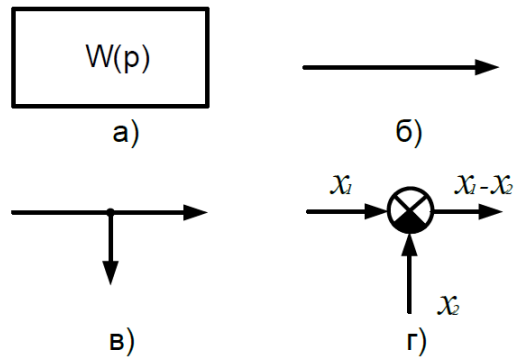


Рис. 2.1 – Умовні позначення для на структурних схем: а) – динамічна ланка; б) – сигнал, що передається від однієї ланки до іншої; в) – розгалуження сигналів; г) – злиття сигналів (суматор)

Ланкою направленої дії - це ланка, яка передає сигнал тільки в одному напрямку з входу на вихід і її властивості не залежать від інших ланок, з якими вона з'єднана.

Ланка направленої дії це певна ідеалізація. Фактично немає таких ланок, щоб на них не впливали інші ланки. У випадках, коли впливом іншої ланки не можна нехтувати, реальну ланку можна подати у вигляді двох ланок направленої дії, з'єднаних зустрічно-паралельно, як це показано на рис. 2.2.

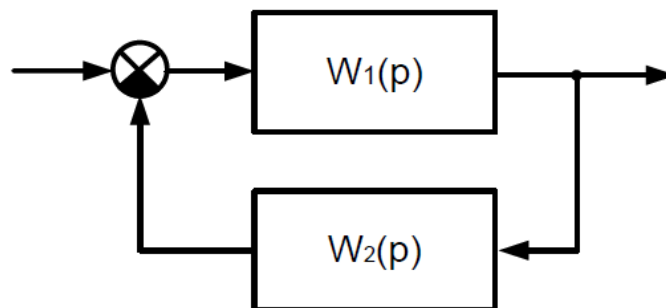


Рис. 2.2 – Заміна однієї реальної ланки двома ланками направленої дії

2.2. Способи з'єднання динамічних ланок та їх передатна функція

Структурна схема відображає типи динамічних ланок, з яких складається система, та способи їх з'єднання. Динамічні ланки можуть бути з'єднаними між собою різними способами. Способів з'єднання динамічних ланок є всього три, а саме: послідовне; паралельне; зустрічно-паралельне (з'єднання зі зворотнім зв'язком).

Послідовне з'єднання динамічних ланок – це з'єднання, в якому вихід першої ланки з'єднано зі входом другої ланки, вихід другої – зі входом третьої і т. ін. Схема з'єднання показана на рис. 2.3.

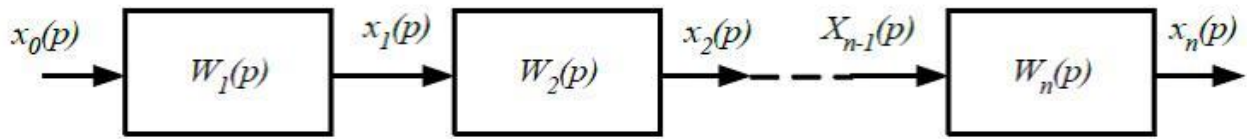


Рис.2.3 – Послідовне з'єднання динамічних ланок

Передатна функція послідовно з'єднаних ланок дорівнює добутку передаточних функцій усіх ланок, з'єднаних в ланцюжок:

$$W_{(p)} = \frac{x_n(p)}{x_0(p)} = \prod_1^n W_i(p) \quad (2.1)$$

Паралельним з'єднанням динамічних ланок називають з'єднання, в якому вхідний сигнал усіх ланок є один і той же, а вихідний сигнал є сумою вихідних сигналів усіх ланок. Схема паралельно з'єднаних ланок показана на рис. 2.4.

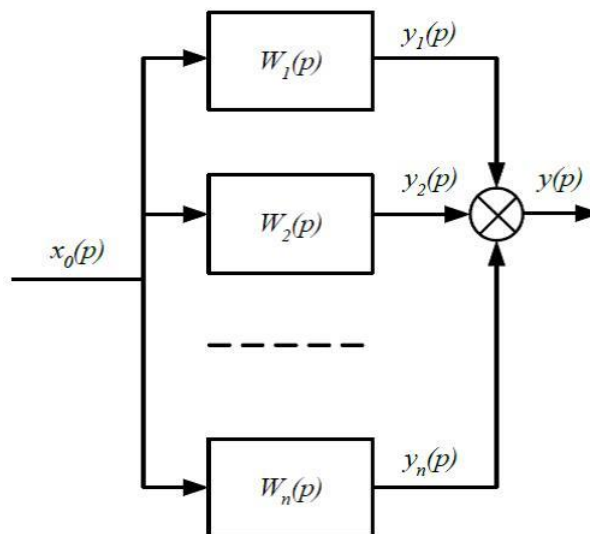


Рис. 2.4 – Паралельне з'єднання динамічних ланок

Паралельно з'єднані ланки можна замінити однією ланкою, передатна функція якої дорівнює сумі передаточних функцій усіх ланок.

$$W_{(p)} = \frac{y_n(p)}{x(p)} = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p) = \sum_1^n W_i(p) \quad (2.2)$$

Зустрічно-паралельне з'єднання (з'єднання зі зворотним зв'язком). Це таке з'єднання, в якому вихід першої ланки з'єднаний з входом другої ланки, а вихід другої ланки з'єднаний зі входом першої ланки. Зустрічно паралельне

з'єднання показане на рис. 2.5. Тут ланка $W_1(p)$ знаходиться на прямому зв'язку, а ланка $W_2(p)$ на зворотному зв'язку.

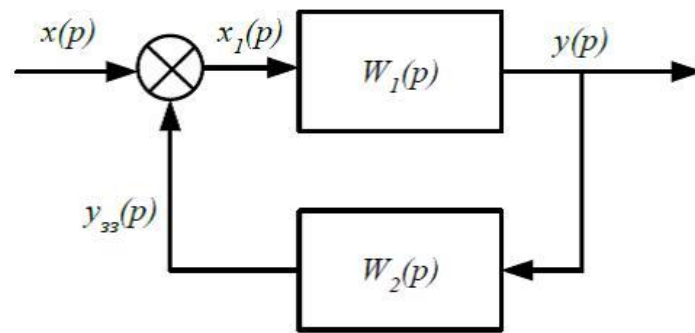


Рис. 2.5 – Зустрічно - паралельне з'єднання ланок

Звідси знайдемо передаточну функцію, яка буде:

$$W_{(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p) \cdot W_2(p)} \quad (2.3)$$

У формулі (2.3) стоїть знак $\mp$, тому що в даному випадку, при додатному зворотному зв'язку, стоїть знак $-$ а в випадку від'ємного зворотного зв'язку знак $+$. Подвійний знак у формулі записано, щоб охопити випадки додатного та від'ємного зворотного зв'язку.

2.3. Правило перетворення структурних схем

Маючи складну САК, під час її аналізу потрібно розрахувати її передаточну функцію. Правила заміни паралельного, послідовного, зустрічно-паралельного з'єднань однією ланкою дозволяють це зробити. Але не у всіх випадках. Розглянемо приклад структурної схеми, показаної на рис. 2.6.

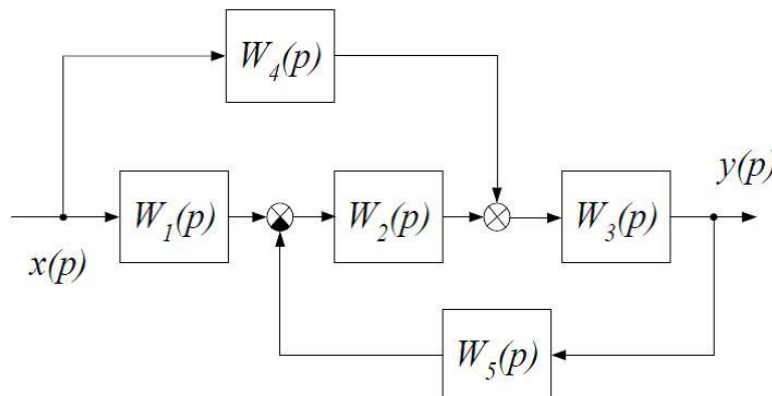


Рис. 2.6 – Приклад структурної схеми САК

Аналізуючи цю схему, переконуємось, що використати правила заміни не можна. Причина тут в тому, що у схемі є зв'язки, які перетинаються. У результаті не можна віднести з'єднання ні до чисто паралельного, ні послідовного. Так, ланки $W_1(p)$ і $W_2(p)$ з'єднані послідовно, але замінити їх однією ланкою не можна, оскільки між ними є суматор, до якого підходить ще один сигнал. Ланка $W_4(p)$ з'єднана паралельно до ланки $W_1(p)$, але їх також не можна замінити однією ланкою.

Для одержання передаточної функції у цьому випадку необхідно перетворити схему таким чином, щоб у ній можна було виділити групи ланок, з'єднані послідовно, паралельно чи зустрічно паралельно. Для цього скористаємось правилами перетворення структурних схем. Загальне правило перетворення структурних схем можна сформулювати таким чином.

У структурних схемах допускається переміщувати вузли й суматори сигналів із входу ланки на її вихід, чи навпаки, додаючи при цьому фіктивні ланки, з тим розрахунком, щоб сигнали реальних ланок залишались незмінними. Розглянемо це правило для різних варіантів перетворення і запишемо правила перетворення для кожного варіанта у вигляді таблиці 2.1.

Позначимо рискою ланку зворотної дії, а саме:

$$\overline{W_{(p)}} = \frac{1}{W_{(p)}} \quad (2.4)$$

Перестановка суматорів або елементів порівняння. Зображення сигналів підлягає адитивному закону і при перестановці доданків сума не міняється.

Перестановка ланок: аналогічно до попереднього випадку. Добуток передаточних функцій при перестановці не змінюється.

Перенесення вузла зі входу ланки на її вихід. При перенесенні вузла зі входу ланки на вихід потрібно додати фіктивну ланку зворотної дії. Оскільки відгалужений сигнал перед ланкою не змінюється нею, а після ланки він змінився, то щоб компенсувати цю зміну, треба на шляху відгалуженого сигналу ввести фіктивну ланку зворотної дії.

Перестановка вузлів. Вузли можна переставляти, оскільки при відгалуженні сигнали у всіх відгалуженнях однакові;

Таблиця 2.1. Правила перетворення структурних схем

№ пп	Дія	Вихідна схема	Еквівалентна схема
1	Перестановка суматорів або елементів порівняння	 $X_5 = X_1 - X_2 + X_3 + X_4$	 $X_5 = X_1 - X_2 + X_3 + X_4$
2	Перестановка ланок		
3	Перенос вузла з виходу на вхід суматора		
4	Перенос вузла з входу на вихід суматора		
5	Перенос вузла з виходу на вхід ланки		
6	Перенос вузла з входу на вихід ланки		
7	Перенос суматора з виходу на вхід ланки		
8	Перенос суматора з входу на вихід ланки		
9	Заміна ланок прямого та зворотного каналів		
10	Перехід до одиничного зворотного зв'язку		

Перенесення вузла з виходу ланки на її вхід. У цьому випадку потрібно додати ланку прямої дії, оскільки відгалужений сигнал на вході ланки не був перетворений цією ланкою як на вихідній схемі.

Перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. У даному разі потрібно долучити фіктивну ланку прямої дії, оскільки у вихідній схемі сума обох сигналів проходить через динамічну ланку.

Перенесення суматора із виходу ланки на її вхід. Це перетворення потребує введення фіктивної ланки зворотної дії, яка б компенсувала перетворення сигналу $x_2(p)$, яке відбувається в динамічній ланці після перенесення суматора.

Заміна ланок прямого і зворотного зв'язку. Дане перетворення здійснюється шляхом заміни ланок ланками зворотної дії. Наведені розрахунки показують еквівалентність обох схем.

Перехід до одиничного зворотного зв'язку. Одиничний зворотній зв'язок - це зв'язок, при якому сигнал з виходу системи подається на її вхід без зміни. Такий перехід доводиться виконувати при визначенні точності системи.

2.4. Приклад розрахунку передаточної функції системи

Розглянемо приклад розрахунку передаточної функції системи, зображеної на рис. 2.6.

Як вже було відзначено попередньо, дана схема має перетин зв'язків і виділити в ній ланки з'єднані послідовно, паралельно чи зустрічно-паралельно неможливо. Виконаємо перетворення схеми за наведеними правилами і обчислимо передаточну функцію.

Перетворення схеми можна виконати, шляхом перенесення суматора. Можливі два шляхи, які приводять до одного і того ж результату: 1- перенесення суматора зі входу ланки $W_2(p)$ на її вихід; 2- перенесення іншого суматора з виходу цієї ланки на вхід. Розглянемо перший випадок, а саме перенесення суматора зі входу ланки на її вихід. Для виконання цього перетворення потрібно, згідно з правилом 6, на шляху сигналу долучити фіктивну ланку прямої дії, тобто ланку $W_2(p)$. На схемі фіктивну ланку позначаємо пунктиром. Еквівалентна схема САК після такого перетворення показана на рис. 2.8.

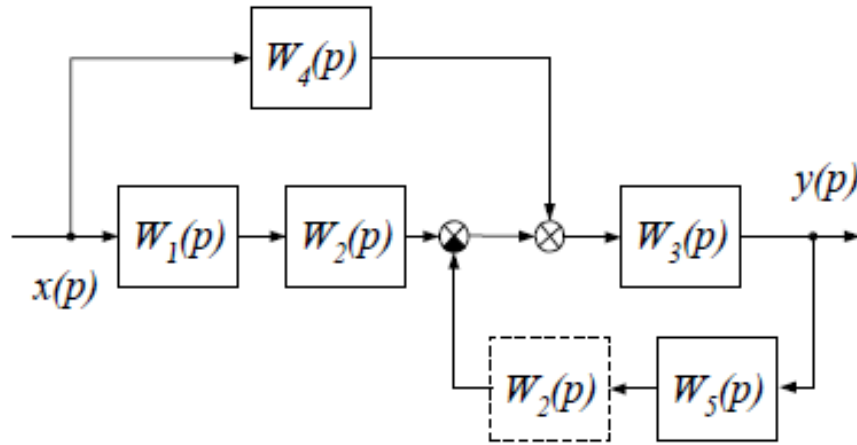


Рис.2.8 – Еквівалентна схема САК після переносу суматора зі входу ланки $W_2(p)$ на її вихід

Наступним кроком перетворення можна переставити суматори місцями, об'єднати ланки $W_1(p)$ і $W_2(p)$, які ввімкнуті послідовно, і ланки $W_5(p)$ і фіктивну ланку $W_2(p)$, які також ввімкнуті послідовно. Еквівалентна схема показана на рис. 2.9.

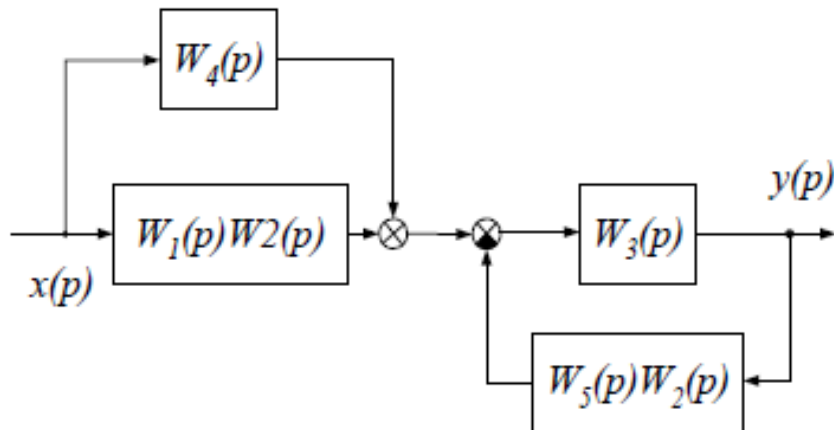


Рис. 2.9 – Еквівалентна схема САК після другого кроку перетворення

Як видно з рис. 2.9, ми одержали структурну схему, в якій послідовно з'єднано дві групи ланок. Перша група – це паралельно з'єднані ланки, друга – ланки з'єднані зустрічно-паралельно. Передатна функція першої групи ланок дорівнює

$$W_6(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) + W_4(p)$$

другої групи

$$W_7(p) = \frac{W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}$$

Структурна схема після цього кроку спрощення має вигляд, показаний на рис. 2.10.

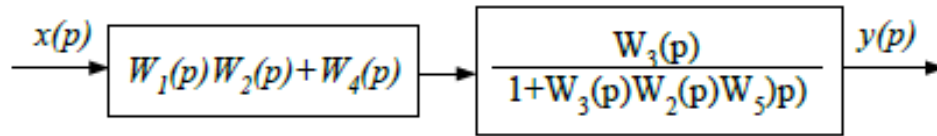


Рис. 2.10 – Еквівалентна схема САК після третього кроку перетворення

Використовуючи прийняті позначення ланок, представимо схему у вигляді, показаному на рис 2.11:



Рис. 2.11 – Еквівалентна схема САК після третього кроку перетворення

Замінивши дві послідовно з'єднані ланки однією, одержуємо передаточну функцію системи в цілому, яка дорівнює:

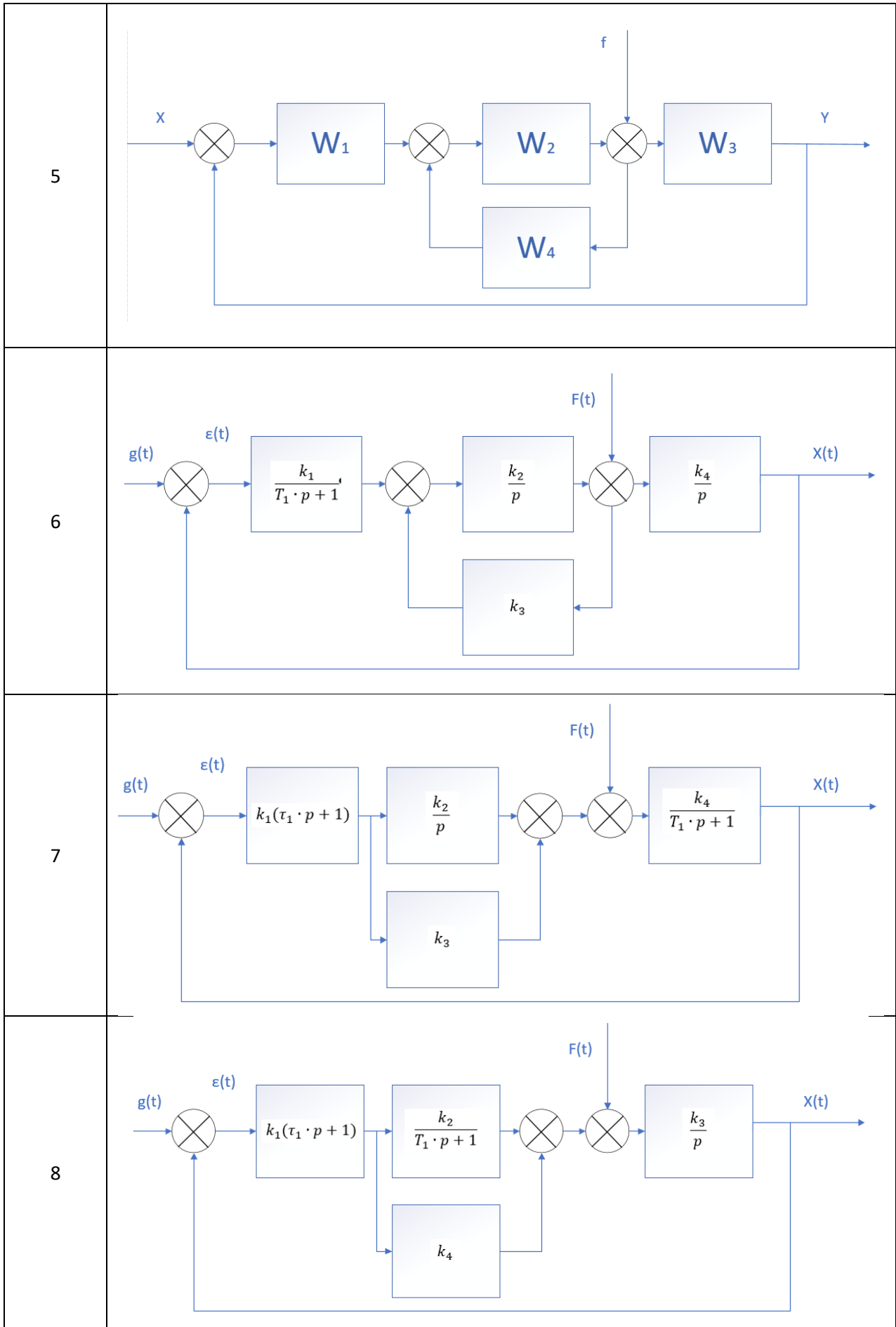
$$W(p) = \frac{(W_1(p) \cdot W_2(p) + W_4(p)) \cdot W_3(p)}{1 + W_2(p) \cdot W_3(p) \cdot W_5(p)}$$

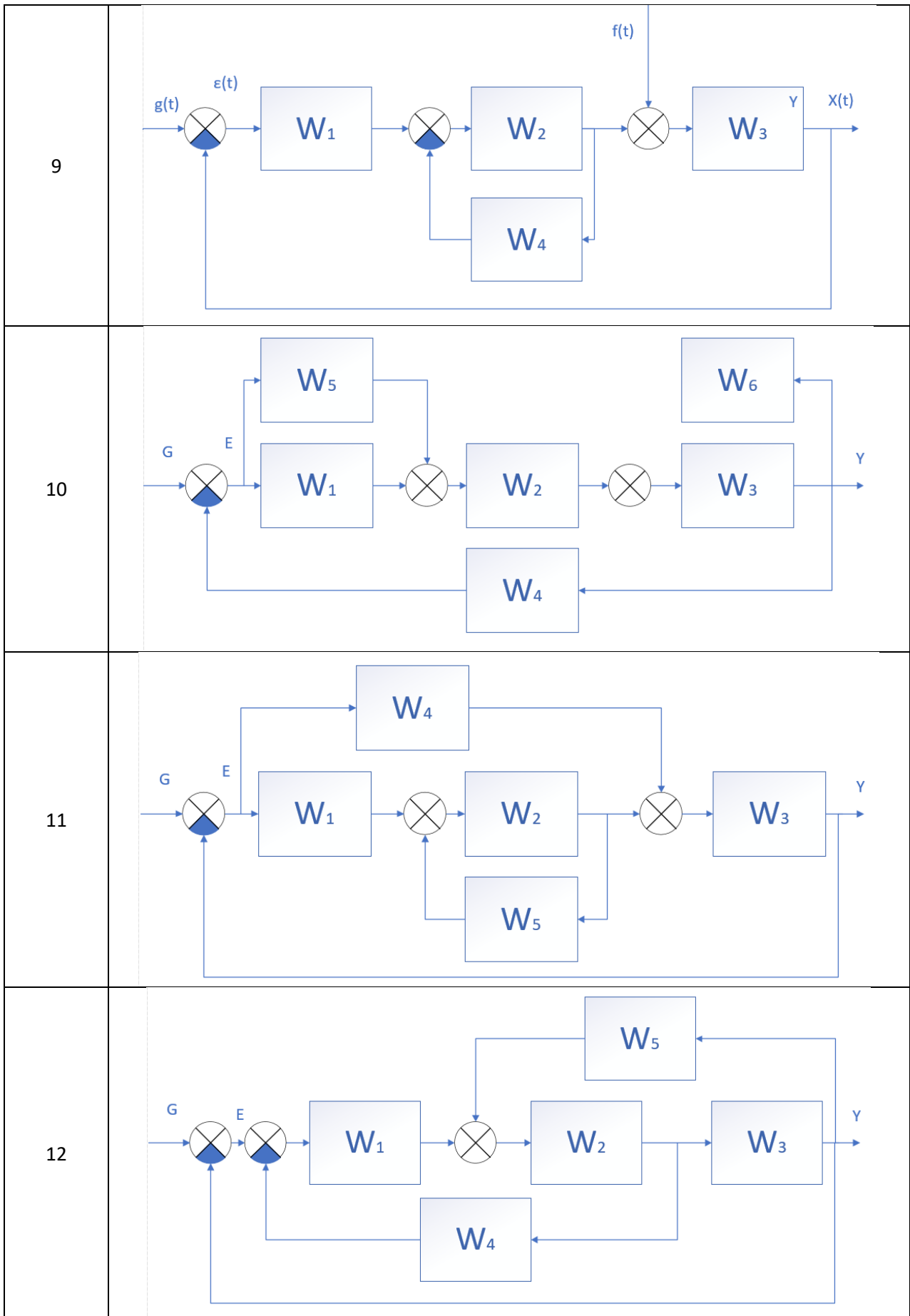
Підставляючи конкретні значення передаточних функцій в одержану формулу, матимемо передаточну функцію системи.

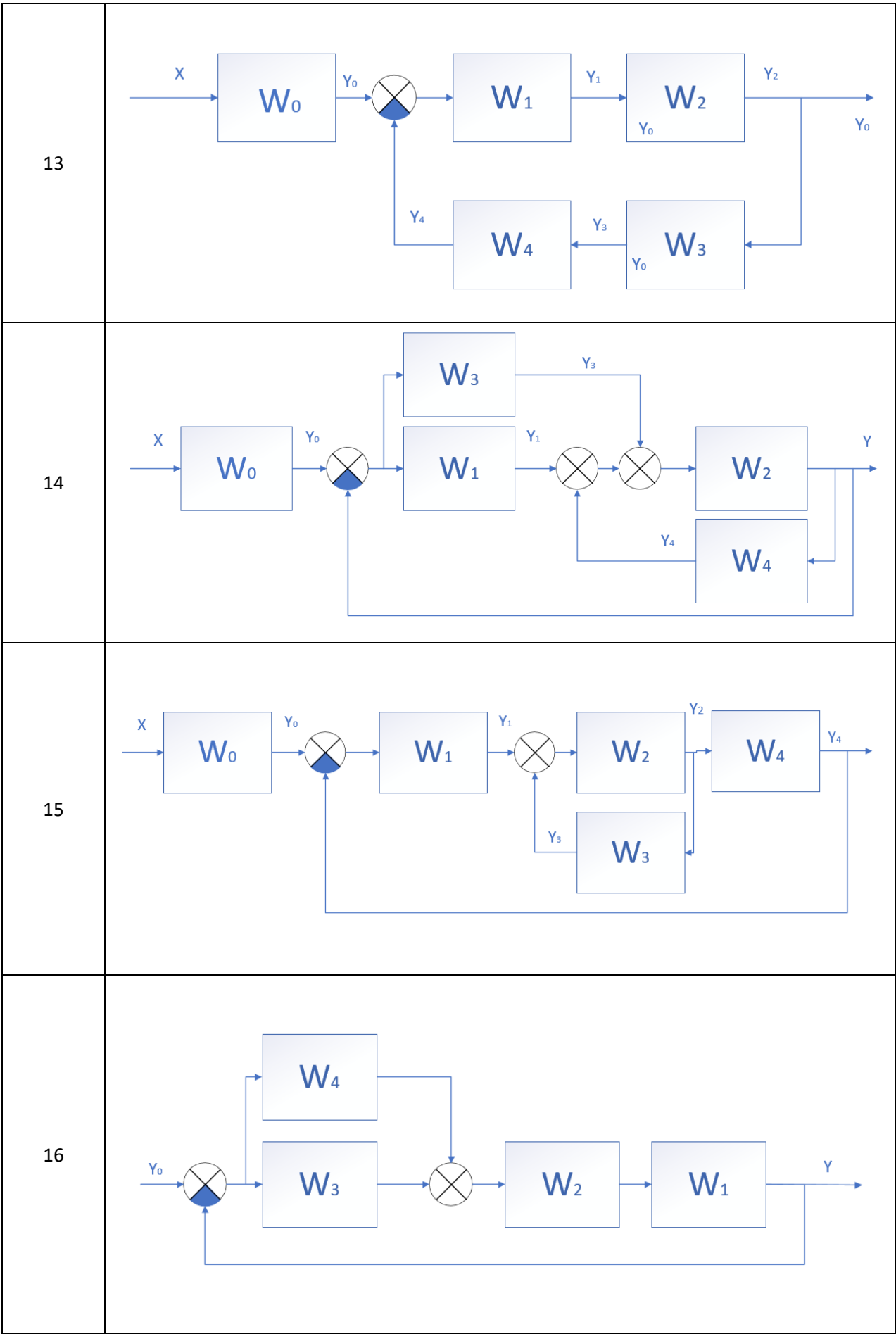
Аналогічно можна обрахувати передаточну функцію будь-якої складної САК. Після отримання передаточної функції подальший аналіз зводиться виключно до вивчення властивостей одержаної передаточної функції.

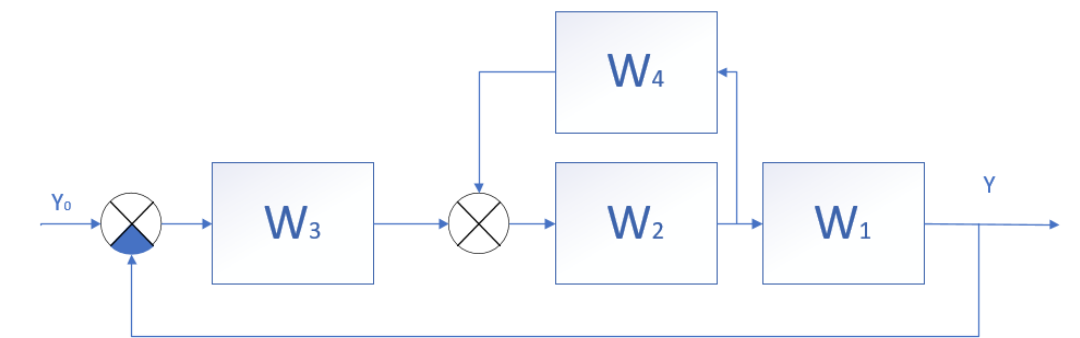
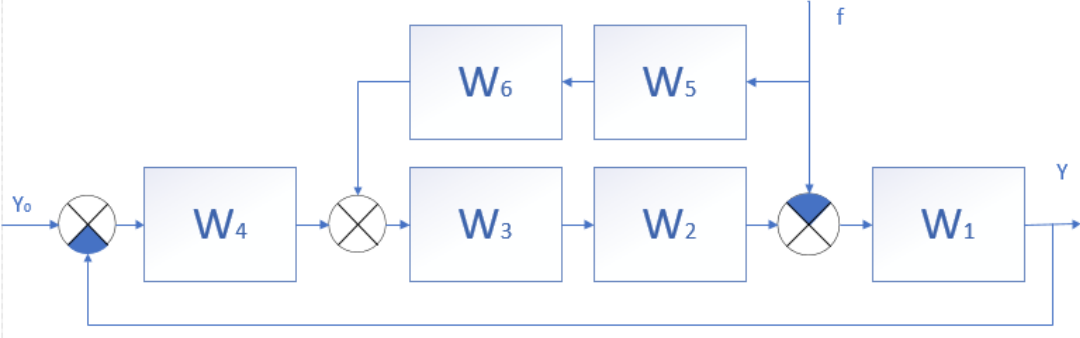
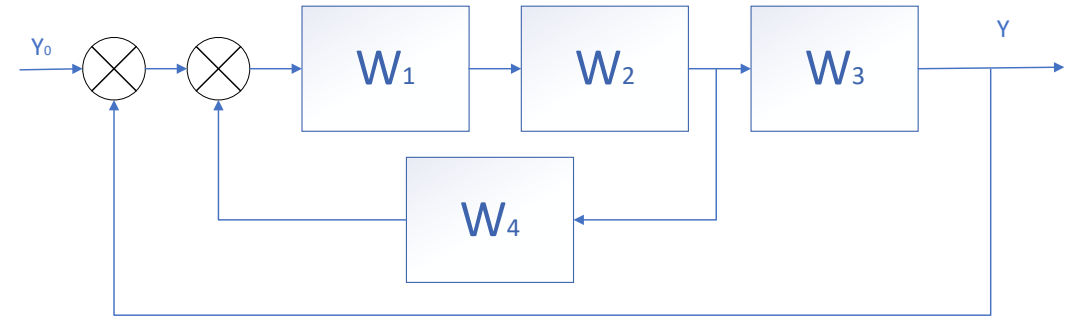
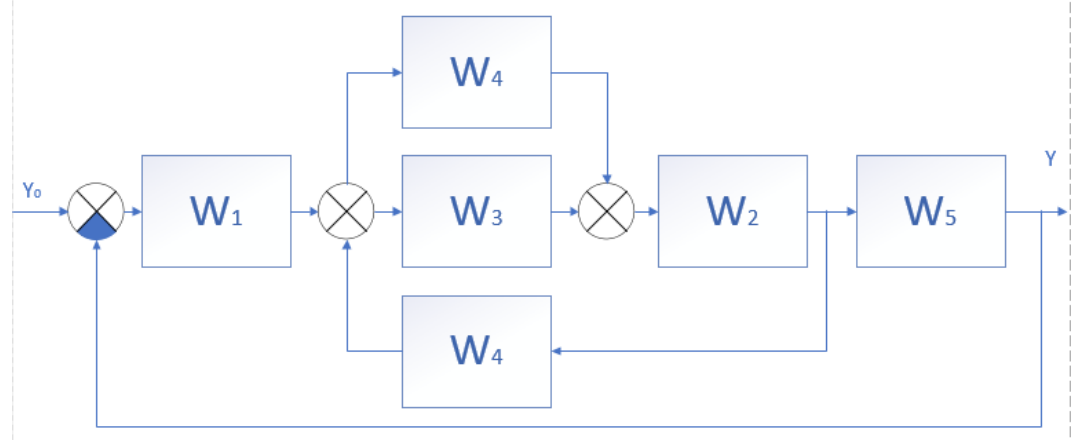
2.5. Варіанти завдання до практичної роботи №2

Варіант завдання	Схема
1	
2	
3	
4	







17	 Block diagram of a control system. The input Y_0 enters a summing junction (circle with an 'X'). The output of this junction goes to block W_3. The output of W_3 enters a second summing junction. The output of this second junction goes to block W_2. The output of W_2 enters a third summing junction. The output of this third junction goes to block W_1. The output of W_1 is the system output Y. There is a feedback path from Y that goes back to the first summing junction. There is also a feedforward path from the output of the third summing junction that goes through block W_4 and then back to the first summing junction.
18	 Block diagram of a control system. The input Y_0 enters a summing junction. The output of this junction goes to block W_4. The output of W_4 enters a second summing junction. The output of this second junction goes to block W_3. The output of W_3 goes to block W_2. The output of W_2 enters a third summing junction. The output of this third junction goes to block W_1. The output of W_1 is the system output Y. There is a feedback path from Y that goes back to the first summing junction. There is also a feedforward path from the output of the third summing junction that goes through block W_6 and back to the first summing junction. Another feedforward path goes from the output of the third summing junction through block W_5 and an external input f to the third summing junction.
19	 Block diagram of a control system. The input Y_0 enters a summing junction. The output of this junction goes to a second summing junction. The output of the second junction goes to block W_1. The output of W_1 goes to block W_2. The output of W_2 goes to block W_3. The output of W_3 is the system output Y. There is a feedback path from Y that goes back to the first summing junction. There is also a feedback path from the output of W_2 that goes through block W_4 and back to the second summing junction.
20	 Block diagram of a control system. The input Y_0 enters a summing junction. The output of this junction goes to block W_1. The output of W_1 enters a second summing junction. The output of this second junction goes to block W_3. The output of W_3 enters a third summing junction. The output of this third junction goes to block W_2. The output of W_2 goes to block W_5. The output of W_5 is the system output Y. There is a feedback path from Y that goes back to the first summing junction. There is also a feedback path from the output of W_2 that goes through block W_4 and back to the second summing junction. There is a feedforward path from the output of the third summing junction that goes through block W_4 and back to the first summing junction.

Практична робота №3

Тема:	Побудова перехідної функції для кола за заданим диференціальним рівнянням
Мета:	Ознайомитись з особливостями побудови перехідної функції за заданим диференціальним рівнянням
Завдання:	Отримати практичні навички у побудові перехідної функції для вказаного диференційного рівняння
Обладнання, пристосування, наочне приладдя:	персональний комп'ютер з доступом до мережі Internet (для використання засобів Wolfram Alpha. Computational Intelligence) або пакетом Microsoft Office чи пакетом Mathcad; інструкція до проведення практичної роботи; варіанти завдань для самостійної роботи.

3.1. Різновиди характеристик САК та їх часові характеристики

Під час аналізу реальних систем керування виникає питання експериментального визначення характеристик системи, характеристик її окремих ланок. Під час експериментального вивчення на систему подають певний сигнал і вимірюють, як вона реагує на нього. Залежно від реакції можна визначити, що являє собою система, які її характеристики. Вивчаючи окремі динамічні ланки, можна визначити тип динамічної ланки та її параметри.

Для експериментального вивчення САК та окремих ланок потрібно, в першу чергу, вибрати випробувальний сигнал, який слід подавати на систему.

Вимоги до сигналу наступні:

- сигнал повинен бути максимально простим в реалізації;
- сигнал повинен бути максимально інформативним, тобто дозволяти визначити максимальну кількість параметрів системи.

В САК та в інших наукових дисциплінах прийнято описувати системи двома різновидами характеристик, а саме:

- часові характеристики,
- частотні характеристики.

Часові характеристики – визначають поведінку системи в часі. На вхід системи подають випробувальний сигнал і вивчають зміну вихідного сигналу протягом певного проміжку часу. Часові характеристики подають у вигляді функцій часу, або у вигляді графіків залежності вихідного сигналу від часу, який пройшов з моменту початку подачі сигналу.

Для вивчення часових характеристик застосовують (їх детально розглядали у відповідній лекції):

- ступінчатий сигнал,
- імпульсний сигнал,
- наростаючий сигнал з постійною швидкістю,
- наростаючий сигнал з постійним прискоренням.

Частотні характеристики – визначають реакцію систем на гармонічні сигнали різних частот. Подають їх у вигляді частотних функцій або графіків залежностей певного параметра від частоти. Частотні характеристики використовують так само часто, як і часові. Подекуди частотні характеристики доповнюють часові.

Для вивчення частотних характеристик використовують такі сигнали:

- гармонічний сигнал сталої частоти,
- гармонічний сигнал зі змінною частотою,
- шумовий сигнал білого чи рожевого шуму.

3.2. Поняття перехідної функції

Перехідна функція – функція, як описує вихідний сигнал системи при ступінчатому сигналі на її вході. Вона є розв’язком диференційного рівняння системи, права частина якого є тета-функція. Позначають перехідну функцію $h(t)$.

Перехідною функцією елемента системи $h(t)$ називається реакція елемента (системи) на одиничну ступінчасту дію. Тобто перехідна функція визначається як процес на виході $h(t) = Y(t)$ за одиничного стрибка на вході $X(t) = 1(t)$. Перехідна функція $h(t)$ визначається як обернене перетворення Лапласа (тобто оригінал) від зображення $\frac{W_p}{p}$, тобто:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W_p}{p} \right\} \quad (3.1)$$

В таблиці 4.1 приведено основні вирази, які використовуються для перетворення Лапласа.

Оригінал $f(t)$	Зображення $F(p) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt$	Оригінал $f(t)$	Зображення $F(p) = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt$
1	$\frac{1}{p}$	$e^{a \cdot t}$	$\frac{1}{p - a}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p^2}{p^2 + \omega^2}$	$sh(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$
$ch(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$	$e^{a \cdot t} \cdot \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p - a)^2 + \omega^2}$
$e^{a \cdot t} \cdot \cos \omega t$	$\frac{p - a}{(p - a)^2 + \omega^2}$	$e^{a \cdot t} \cdot sh(\omega t)$	$\frac{\omega}{(p - a)^2 - \omega^2}$
$e^{a \cdot t} \cdot ch(\omega t)$	$\frac{p - a}{(p - a)^2 - \omega^2}$	t^n n - ціле	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{a \cdot t} \cdot t^n$	$\frac{n!}{(p - a)^{n+1}}$	$t \cdot \sin \omega t$	$\frac{2 \cdot \omega \cdot p}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$t \cdot \cos \omega t$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$	$t \cdot sh(\omega t)$	$\frac{2 \cdot \omega \cdot p}{(p^2 - \omega^2)^2}$
$t \cdot ch(\omega t)$	$\frac{p^2 + \omega^2}{(p^2 - \omega^2)^2}$	$e^{a \cdot t} \cdot \sin \omega t$	$\frac{2 \cdot \omega \cdot (p - a)}{(p - a)^2 + \omega^2}$
$e^{a \cdot t} \cdot \cos \omega t$	$\frac{(p - a)^2 - \omega^2}{(p - a)^2 + \omega^2}$	$\sin (\omega t \pm \varphi)$	$\frac{\omega \cdot \cos \varphi \pm p \cdot \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}$
$\cos (\omega t \pm \varphi)$	$\frac{p \cdot \cos \varphi \mp \omega \cdot \sin \varphi}{p^2 + \omega^2}$		

3.3. Приклад розрахунку перехідної функції для кола за заданим диференціальним рівнянням

Нехай задане диференціальне рівняння:

$$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 100 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 1000 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

Спочатку приведемо рівняння до стандартному виду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, (у випадку коли у початковому рівнянні цей коефіцієнт рівний 0, встановлюємо рівним одиниці коефіцієнт при найменшій похідній вихідного сигналу). Для цього у даному прикладі потрібно праву та ліву частини заданого рівняння поділити на 10.

$$\frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

Переходимо до зображень і враховуючі нульову початкові умови отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$p \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

За даним виразом знаходимо передавальну функцію:

$$W_{(p)} = \frac{100}{p + 10}$$

Перехідна функція отримується при подачі на вхід блока одиничної функції. Вона, як відомо, має зображення $1/p$. З визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює:

$$H_{(p)} = W_{(p)} \cdot \frac{1}{p} = \frac{100}{p + 10} \cdot \frac{1}{p}$$

Дане зображення є правильною дробово-раціональною функцією і відповідний оригінал може бути записаний розкладом функції на елементарні дроби виду

$$\begin{aligned} H_{(p)} &= \frac{10}{p} - \frac{10}{p + 10} \\ -\frac{10}{p + 10} &\rightarrow -10 \cdot e^{-10 \cdot t} \\ \frac{10}{p} &\rightarrow 10 \end{aligned}$$

При заміні табличного зображення відповідним оригіналом отримаємо:

$$H_{(t)} = 10 - 10 \cdot e^{-10 \cdot t}$$

Побудуємо графік перехідної функції. Для цього можна скористатися програмою Excel з пакету Microsoft Office, пакетом MathCad чи онлайн засобами програми [Wolfram|Alpha Computational Intelligence](https://www.wolframalpha.com/).

При використанні останньої ми отримаємо:

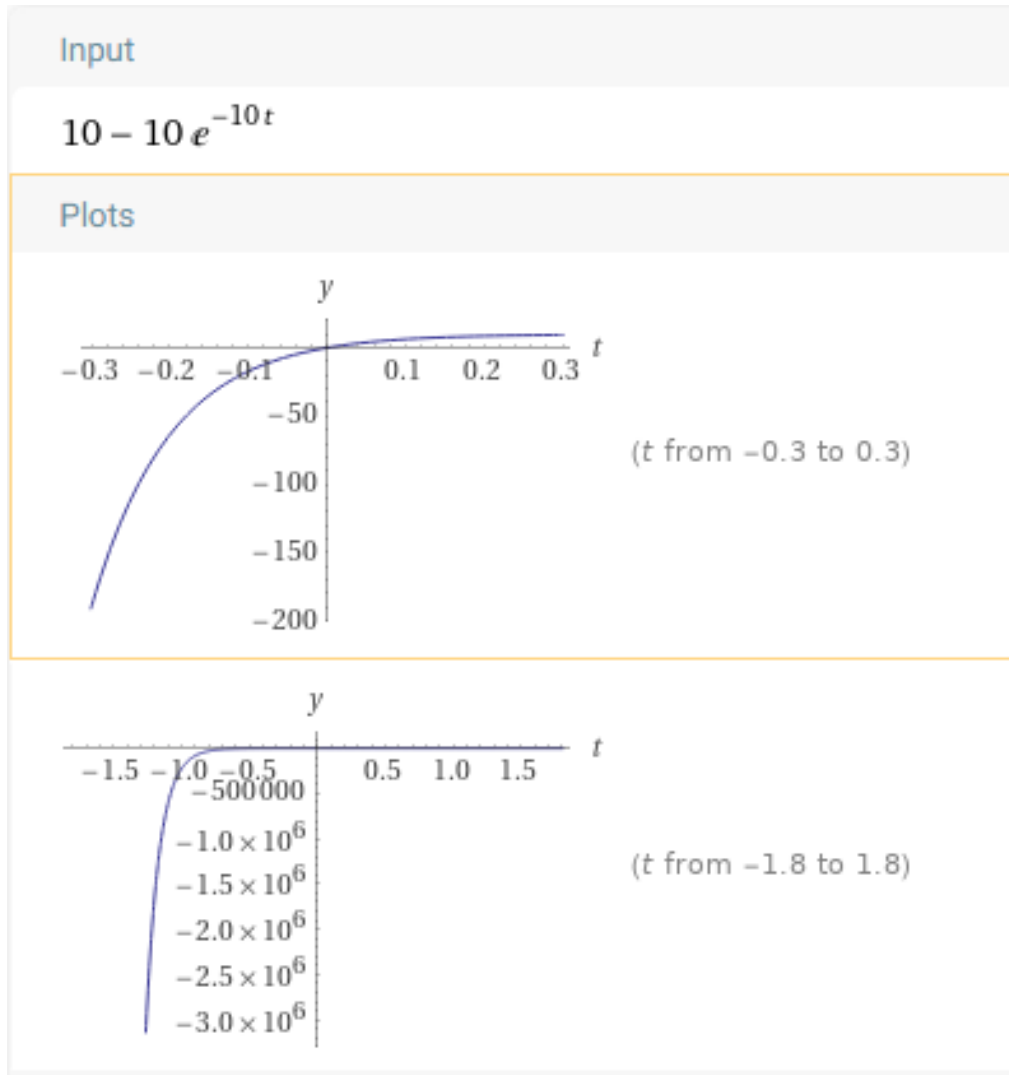


Рис. 3.1. Побудова графіку перехідної функції засобами програми Wolfram|Alpha Computational Intelligence

При побудові графіку за допомогою програми Excel або вручну ми отримаємо:

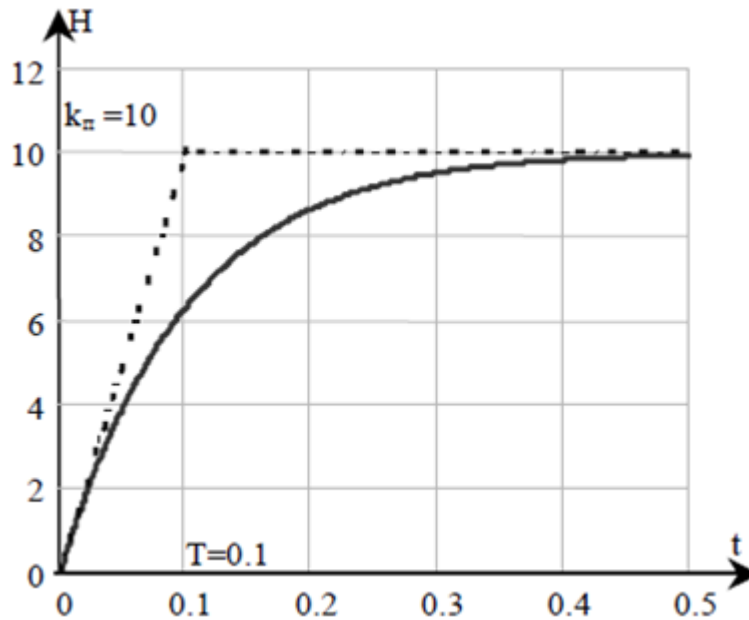


Рис. 3.2. Перехідна функція аперіодичної ланки с $k=10$ та $T=0,1$ с

3.4. Варіанти завдання до практичної роботи №3

№	Рівняння
1	$15 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 30 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
2	$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 10000 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
3	$100 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
4	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 40 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 80 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
5	$80 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 20 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 40 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
6	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 80 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
7	$20 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
8	$15 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 30 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
9	$40 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 80 \cdot x_{\text{вх}}(t)$

10	$45 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 90 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 180 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
11	$30 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 120 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 60 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
12	$30 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 120 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 60 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
13	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 40 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 60 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
14	$25 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 50 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 100 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
15	$50 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 100 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 50 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
16	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 40 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 60 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
17	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 10 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 60 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
18	$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 100 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 1000 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
19	$40 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 20 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 80 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$
20	$45 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) + 90 \cdot x_{\text{ВИХ}}(t) = 180 \cdot x_{\text{ВХ}}(t)$

Практична робота №4

Тема:	Побудова імпульсної перехідної функції для кола за заданим диференціальним рівнянням
Мета:	Ознайомитись з особливостями побудови імпульсної перехідної функції за заданим диференціальним рівнянням
Завдання:	Отримати практичні навички у побудові імпульсної перехідної функції для вказаного диференційного рівняння
Обладнання, пристосування, наочне приладдя:	персональний комп'ютер з доступом до мережі Internet (для використання засобів Wolfram Alpha. Computational Intelligence) або пакетом Microsoft Office чи пакетом Mathcad; інструкція до проведення практичної роботи; варіанти завдань для самостійної роботи.

4.1. Імпульсна перехідна функція, та її основні властивості

Імпульсна перехідна характеристика – графік змін вихідного сигналу системи при умові, що на її вхід подали імпульсний сигнал.

Імпульсний сигнал. Це сигнал у вигляді надзвичайно короткого імпульсу, з безконечною амплітудою. Імпульсний сигнал показано на рис. 4.1, а). Звичайно такий сигнал практично реалізувати неможливо і в якості імпульсного сигналу приймають сигнал досить великої амплітуди та малої тривалості. Такий сигнал показано на рис.4.1, б).

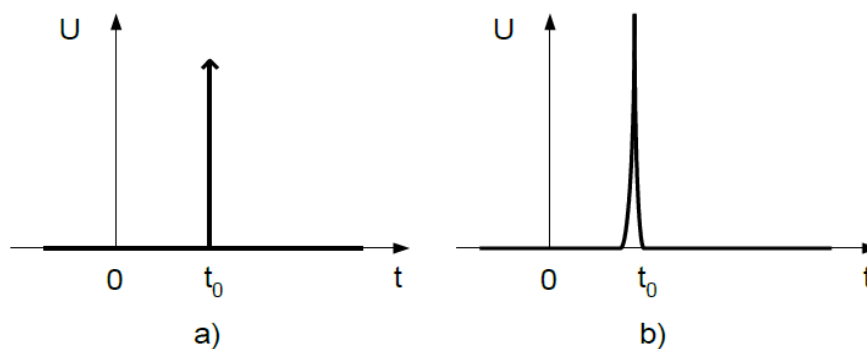


Рис. 4.1 – Імпульсний сигнал: а) – теоретичний вигляд сигналу; б) – реальний імпульсний сигнал

$$U(t) = \delta(t - t_0) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < t_0 \\ \infty, & \text{при } t = t_0 \\ 0, & \text{при } t > t_0 \end{cases} \quad (4.1)$$

У математиці таку функцію також відносять до узагальнених функцій і називають *дельта функцією*.

Властивістю дельта функції є те, що інтеграл з неї дорівнює 1:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t - t_0) dt = 1 \quad (4.2)$$

Це означає, що площа під графіком функції рівна 1. Сигнал може досягати будь-яких великих значень, але площа, яку він обмежує, завжди рівна 1.

Сигнал може досягати будь-яких великих значень, але площа, яку він обмежує, завжди рівна 1. Навпаки, якщо амплітуда сигналу відносно невелика, то він стає більш широким, так що площа не змінюється.

Імпульсна перехідна функція – функція, як описує вихідний сигнал системи при імпульсному сигналі на її вході. Вона є розв’язком диференційного рівняння системи, права частина якого дорівнює імпульсній функції. Подекуди імпульсну перехідну функцію називають *ваговою функцією* і позначають $\omega(t)$.

Зауважимо, що між перехідною та імпульсною перехідною (ваговою) функціями існує співвідношення:

$$\omega(t) = \frac{dh(t)}{dt} \quad (4.3)$$

4.2. Приклад розрахунку імпульсної перехідної функції для кола за заданим диференціальним рівнянням

Нехай задане диференціальне рівняння:

$$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 100 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 1000 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

Спочатку приведемо рівняння до стандартному виду, коли коефіцієнт при вихідному сигналі рівний 1, (у випадку коли у початковому рівнянні цей коефіцієнт рівний 0, встановлюємо рівним одиниці коефіцієнт при найменшій

похідній вихідного сигналу). Для цього у даному прикладі потрібно праву та ліву частини заданого рівняння поділити на 10.

$$\frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

Переходимо до зображень і враховуючі нульову початкові умови отримаємо алгебраїчне рівняння:

$$p \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$$

За даним виразом знаходимо передавальну функцію:

$$W_{(p)} = \frac{100}{p + 10}$$

Імпульсна перехідна (вагова) функція отримується при подачі на вхід блока дельта функції функції. Котра, як відомо, має зображення рівне 1. Із визначення передавальної функції слідує, що зображення перехідної функції дорівнює:

$$x_{\text{вих}}(p) = W_{(p)} = \frac{100}{p + 10}$$

Дане зображення є відразу елементарною функцією, і відповідний оригінал може бути отриманий відразу.

$$x_{\text{вих}}(p) = \frac{100}{p + 10}$$
$$\frac{100}{p + 10} \rightarrow 100 \cdot e^{-10 \cdot t}$$

При заміні табличного зображення відповідним оригіналом отримаємо:

$$\omega(t) = 100 \cdot e^{-10 \cdot t}$$

Побудуємо графік перехідної функції. Для цього можна скористатися програмою Excel з пакету Microsoft Office, пакетом MathCad чи онлайн засобами програми [Wolfram|Alpha Computational Intelligence](https://www.wolframalpha.com/).

При використанні останньої ми отримаємо:

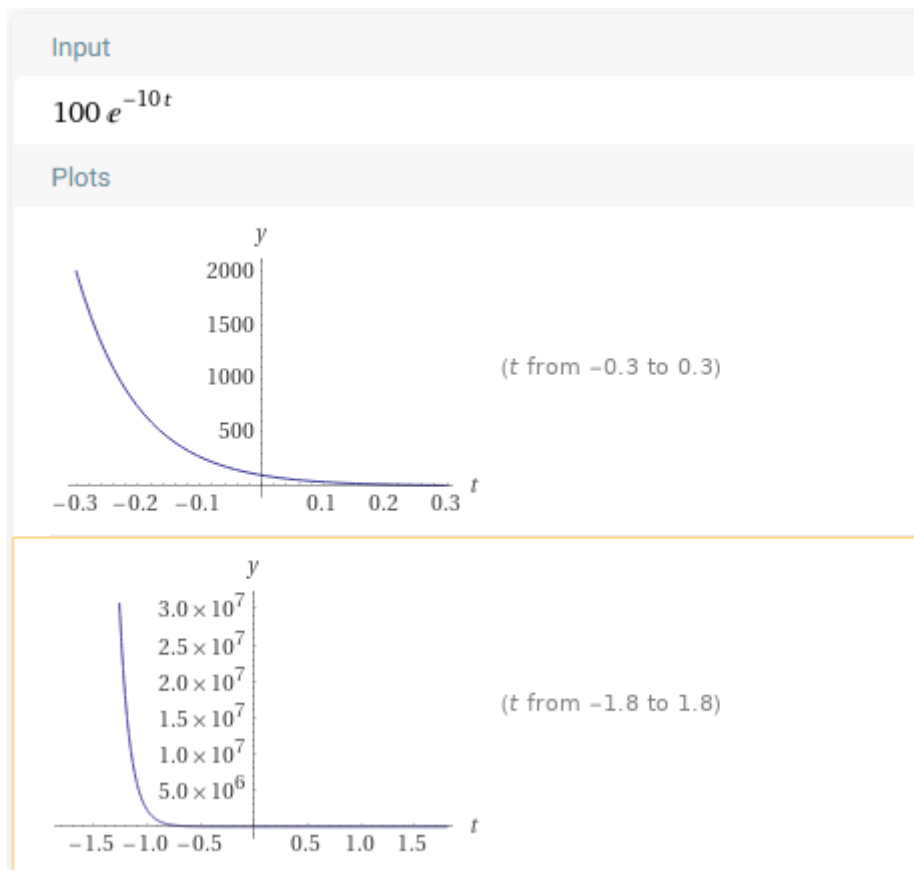


Рис. 4.2. Побудова графіку імпульсної перехідної функції засобами програми Wolfram|Alpha Computational Intelligence

При побудові графіку за допомогою програми Excel або вручну ми отримаємо (рис. 4.3):

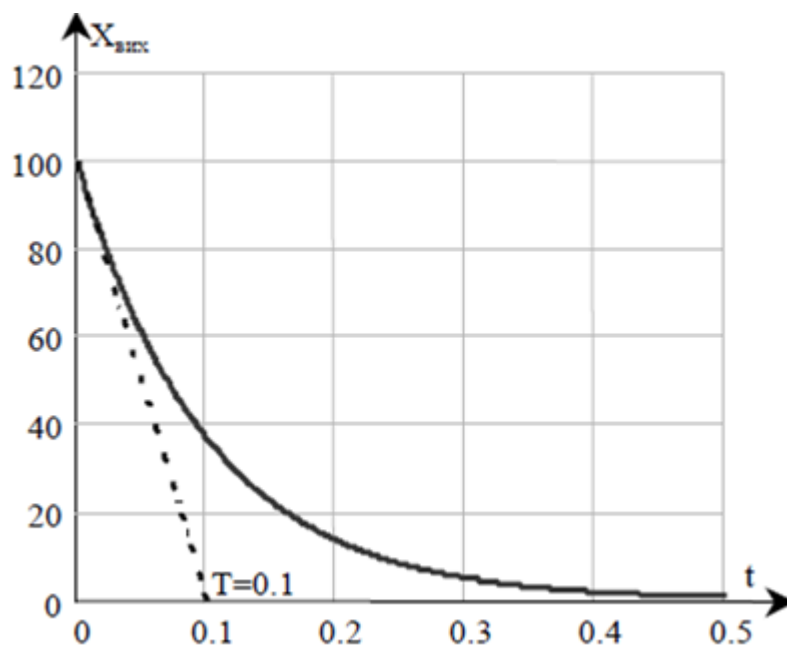


Рис. 4.3. Імпульсна перехідна функція аперіодичної ланки з $k=10$ та $T=0,1$ с

4.3. Варіанти завдання до практичної роботи №3

№	Рівняння
1	$15 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 30 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
2	$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 10000 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
3	$100 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
4	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 40 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 80 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
5	$80 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 20 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 40 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
6	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 80 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
7	$20 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
8	$15 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 30 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
9	$40 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 80 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
10	$45 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 90 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 180 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
11	$30 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 120 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
12	$30 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 120 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вх}}(t)$
13	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 40 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вх}}(t)$
14	$25 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 50 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 100 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вх}}(t)$
15	$50 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 100 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 50 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вх}}(t)$
16	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 40 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$

17	$20 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 10 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 60 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
18	$10 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 100 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 1000 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
19	$40 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 20 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 80 \cdot x_{\text{вх}}(t)$
20	$45 \cdot \frac{d}{dt} \cdot x_{\text{вих}}(t) + 90 \cdot x_{\text{вих}}(t) = 180 \cdot x_{\text{вх}}(t)$

Рекомендована література

1. Попович М. Г. Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник.- К.: Либідь, 2007.- 656 с.
2. Теория автоматического управления и регулирования [Текст] : Учебное пособие для вузов / Зайцев Г. Ф. К. : Вища школа, 1975. - 422 с.
3. Теорія автоматичного керування : Навчальний посібник / Гоголюк П. Ф., Гречин Т. М. Львів : Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2009. - 280 с.
4. Куропаткин П. В. Теория автоматического управления. — М.: Высш. шк, 1973. - 528 с.
5. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т.1 Линейные системы. М.: Физматлит, 2003. - 288с.
6. Клавдиев А. А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.1. Анализ линейных непрерывных систем автоматики, Учебное пособие. – Спб: СЗТУ, 2005. – 74 с.
7. Клавдиев А. А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.2. Моделирование линейных непрерывных систем автоматики, Учебное пособие. – Спб: СЗТУ, 2005. – 75 с.
8. Дистанційний навчальний курс «Системи автоматичного керування машин» ID: 5850.
9. Wolfram|Alpha. Computational Intelligence [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.wolframalpha.com/>.