

УДК 537.8, 539.3

О. Король, Б. Береженко, О. Гурик канд. техн. наук, доц.

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

РОЗРАХУНОК ПИТОМОЇ ПОТУЖНОСТІ ТЕПЛОВИХ ДЖЕРЕЛ ПРИ ІНДУКЦІЙНІМ НАГРІВАННІ ЦИЛІНДРИЧНИХ ДЕТАЛЕЙ

O. Korol, B. Berezhenko, O. Guryk Ph.D., Assoc. Prof

CALCULATION OF SPECIFIC POWER OF HEAT SOURCES DURING INDUCTION HEATING OF CYLINDRICAL PARTS

Abstract. The increase of durability and reliability of parts and operating members of machines and mechanisms is one of the most important issues for various sectors of the economy of Ukraine. In order to improve the parts wear resistance during operation, their working surfaces are strengthened by various surfacing methods. Available surfacing processes of worn working cylindrical bodies, induction ones in particular, possess some disadvantages: relatively low productivity, large energy consuming and uneven thickness of the surfacing metal. To improve these characteristics, theoretical foundations of improving welding technology and increasing of its energy efficiency should be developed.

Одним з ефективних способів відновлення експлуатаційних властивостей спрацьованих деталей циліндричної форми в тому числі коліс залізнодорожних вагонів є нарощування спрацьованої робочої поверхні колеса розплавленим металом. Для цього необхідно попередньо підготовлену до нарощування поверхню нагріти до високої температури (близької до температури плавлення основного металу) для того, щоб відбулося надійне з'єднання розплавленого і основного металу. Виходячи з умов забезпечення необхідної точності, а також з економічних міркувань, найбільш сприятливим є індукційний нагрів одночасно всієї робочої поверхні колеса. Для побудови раціональних режимів такого нагрівання потрібно побудувати відповідну математичну модель і на її основі провести необхідні дослідження.

В роботі [1] побудовані математичні моделі індукційного нагріву, електропровідного шару, півпростору, біметалічного шару і нескінченного суцільного і порожнинного циліндрів. Отримані розв'язки відповідних задач методами інтегральних перетворень для випадку, коли струмами заміщення в області електропровідного тіла нехтують. В роботі [2] запропоновано математичну модель і методику чисельного моделювання електромеханічних, теплових і механічних процесів в електропровідних тілах за індукційного нагріву з використанням методу скінчених елементів і методу зважених залишків.

Розроблено математичну модель для визначення питомої потужності теплових джерел, які виникають у результаті індукційного нагріву масивних циліндричних тіл. Такий нагрів використовується в технологічних процесах відновлювання експлуатаційних властивостей коліс залізничного транспорту методом нарощування їхньої робочої поверхні за допомогою заливки рідкого металу в тигель і схоплення його з підготовленою для відновлювання поверхнею.

Розглянемо довгий суцільний циліндр радіуса R_0 , вісь симетрії якого співпадає з віссю z . Циліндр поміщений в коаксіальний з ним індуктор радіуса R_1 і довжиною

$2h$ в такій області магнітна проникливість матеріалу різко падає і стає близькою до магнітної проникливості вакууму. В зв'язку з цим розглянемо випадок, коли можна вважати циліндр двохшаровим.

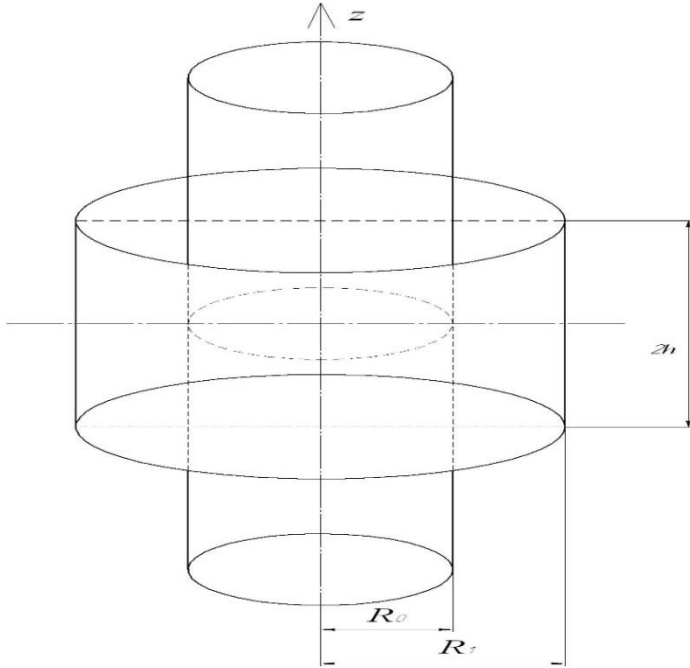


Рисунок 1 Розрахункова схема

В області I ($R_k \leq r \leq R_0$) магнітна проникливість і питома об'ємна провідність μ_1 і σ_1 , а в області II ($0 \leq r \leq R_k$) - відповідно μ_2 і σ_2 . В технічних розрахунках, як правило, приймають $\mu_1 = \mu_0$, а $\mu_2 = \mu$, де μ - значення магнітної проникливості матеріалу до втрати ним феромагнітних властивостей. Значення питомої об'ємної провідності в технічних розрахунках приймають $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Рівняння для визначення комплексної амплітуди напруженостей електричного поля в області вакууму залишається без зміни у

виді, а в областях (I) і (II) циліндра одержимо такі рівняння

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + k_i^2 - \frac{1}{r^2} \right) E^{(i)} = 0, \quad k_i^2 = -i\mu_i\omega\sigma, \quad (1)$$

$i = 1$, якщо $R_k \leq r \leq R_0$, $i = 2$, якщо $0 \leq r \leq R_k$.

Умови обмеженості розв'язку при $r = 0$ і випромінювання на нескінченості залишаються без зміни. Умови спряження електромагнітного поля при $r = R_0$ приймуть вигляд $E^{(1)} = E^{(0)}$,

$$\frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial E^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r} E^{(1)} \right) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial r} + \frac{1}{r} E^{(0)} \right), \quad \text{при } r = R_0. \quad (2)$$

Аналогічні умови спряження повинні виконуватися на границі $r = R_k$

$$E^{(2)} = E^{(1)}, \quad \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{\partial E^{(2)}}{\partial r} + \frac{1}{r} E^{(2)} \right) = \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{\partial E^{(1)}}{\partial r} + \frac{1}{r} E^{(1)} \right), \quad \text{при } r = R_k. \quad (3)$$

Застосовуючи інтегральне перетворення до рівнянь (1) і умов спряження прийдемо до наступної крайової задачі для зображення напруженості електричного поля в області циліндра

$$\left(\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \chi_i^2 - \frac{1}{r^2} \right) \tilde{E}^{(i)}(r, \xi) = 0, \quad \chi_i^2 = k_i^2 - \xi^2, \quad (4)$$

$i = 1$, якщо $R_k \leq r \leq R_0$; $i = 2$, якщо $0 \leq r \leq R_k$, $\tilde{E}^{(2)}(0, \xi)$ - обмежене.

$$\tilde{E}^{(2)} = \tilde{E}^{(1)}, \quad \frac{1}{\mu_2} \left(\frac{d\tilde{E}^{(2)}}{dr} + \frac{1}{r} \tilde{E}^{(2)} \right) = \frac{1}{\mu_1} \left(\frac{d\tilde{E}^{(1)}}{dr} + \frac{1}{r} \tilde{E}^{(1)} \right), \quad \text{при } r = R_k. \quad (5)$$

$$H_1^{(1)}(\chi_0 R_0) \frac{d\tilde{E}^{(1)}}{dr}(\xi, R_0) + \tilde{E}^{(1)}(\xi, R_0) \left[\frac{H_1^{(1)}(\chi_0 R_0)}{R_0} - \frac{\mu_1 \chi_0}{\mu_0} H_0^{(1)}(\chi_0 R_0) \right] = -i \frac{R_1}{R_0} \mu_1 \omega j_0 \tilde{N}(\xi) H_1^{(1)}(\chi_0 R_1),$$

Загальний розв'язок в областях I і II має вигляд

$$\tilde{E}^{(i)}(\xi, r) = C_1^{(i)} J_1(\chi_i r) + C_2^{(i)} Y_1(\chi_i r), \quad i = 1, 2. \quad (6)$$

Враховуючи обмеженість розв'язку при $r = 0$ покладемо $C_2^{(2)} = 0$.

Задовольняючи умови (5) знайдемо $\bar{E}^{(1)}(\xi, r) = \frac{i \frac{R_1}{R_0} \mu_1 \omega j_0 \tilde{N}(\xi) H_1^{(1)}(\chi_0 R_1)}{\bar{\Delta}} [\bar{F}_1 J_1(\chi_1 r) - \bar{F}_2 Y_1(\chi_1 r)],$

$$\bar{E}^{(2)}(\xi, r) = \frac{i \frac{R_1}{R_0} \mu_1 \omega j_0 \tilde{N}(\xi) H_1^{(1)}(\chi_0 R_1)}{\bar{\Delta}} [\bar{F}_1 J_1(\chi_1 R_k) - \bar{F}_2 Y_1(\chi_1 R_k)] \frac{J_1(\chi_2 r)}{J_1(\chi_2 R_k)},$$

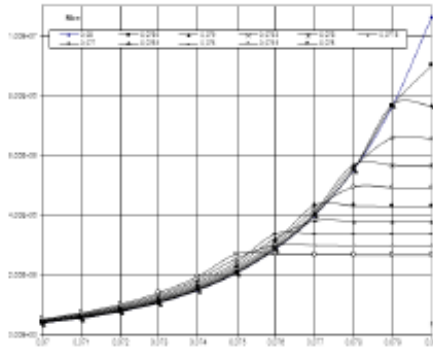


Рисунок 2 Залежність потужності джерел тепла від радіуса циліндра

де позначено $\bar{\Delta} = \bar{M}_1 \bar{F}_2 - \bar{M}_2 \bar{F}_1$,

$$\bar{F}_1 = \chi_2 \mu_1 Y_1(\chi_1 R_k) J_0(\chi_2 R_k) - \chi_1 \mu_2 Y_0(\chi_1 R_k) J_1(\chi_2 R_k)$$

$$\bar{F}_2 = \chi_2 \mu_1 J_1(\chi_1 R_k) J_0(\chi_2 R_k) - \chi_1 \mu_2 J_0(\chi_1 R_k) J_1(\chi_2 R_k),$$

$$\bar{M}_1 = \chi_1 \mu_0 H_1^{(1)}(\chi_0 R_0) Y_0(\chi_1 R_0) - \chi_0 \mu_1 H_0^{(1)}(\chi_0 R_0) Y_1(\chi_1 R_0)$$

$$\bar{M}_2 = \chi_1 \mu_0 H_1^{(1)}(\chi_0 R_0) J_0(\chi_1 R_0) - \chi_0 \mu_1 H_0^{(1)}(\chi_0 R_0) J_1(\chi_1 R_0)$$

Напруженість електричного поля в області циліндра отримуємо згідно з формулою. Якщо індуктор безмежної довжини, то напруженість електричного поля в області циліндра прийме вигляд

$$E^{(1)}(r) = \frac{i \frac{R_1}{R_0} \mu_1 \omega j_0 H_1^{(1)}(k_0 R_1)}{\Delta} [F_1 J_1(k_1 r) - F_2 Y_1(k_1 r)], \quad E^{(2)}(r) = \frac{i \frac{R_1}{R_0} \mu_1 \omega j_0 H_1^{(1)}(k_0 R_1)}{\Delta} [F_1 J_1(k_1 R_k) - F_2 Y_1(k_1 R_k)] \frac{J_1(k_2 r)}{J_1(k_2 R_k)},$$

$$\Delta = M_1 F_2 - M_2 F_1.$$

Питому потужність джерел тепловиділення обчислюємо, як і в попередньому випадку, за формулою $Q(r) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2} E^{(1)}(r) \bar{E}^{(1)}(r), & R_k \leq r \leq R_0, \\ \frac{\sigma}{2} E^{(2)}(r) \bar{E}^{(2)}(r), & 0 \leq r \leq R_k. \end{cases} \quad (7)$

На рисунку 2 наведено графіки залежності питомої потужності джерел тепла, піднесеної до квадрата густини струму в індукторі, від радіуса циліндра для різних значень R_k . За допомогою розробленої математичної моделі проведено дослідження залежності питомої потужності теплових джерел від частоти і сили струму в індукторі та тривалості нагрівання.

Література.

1. Пидстрыгач Я.С. Термоупругость электропроводных тел. [Текст] / Я.С. Пидстрыгач, Я.Й. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская // – К.: Наукова думка, 1977. – 247 с.
2. Гачкевич О.Р. Математичне моделювання процесу індукційного нагрівання електропровідних тіл. [Текст] / О.Р. Гачкевич, Б.Д. Дробенко // Вісник Львівського університету – №8 – 2004, – С. 97 – 111.