УДК 539.3
Л.І. Цимбалюк, к. ф.-м. н., доц.
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Україна

ТРИВИМІРНИЙ РОЗПОДІЛ ЗВАРЮВАЛЬНИХ ЗАЛИШКОВИХ НАПРУЖЕНЬ У ПЛАСТИНІ З КРУГОВИМ ШВОМ

L.I. Tsymbaliuk, Ph.D, Assoc. Prof.

THREE-DIMENSIONAL DISTRIBUTION OF WELDED RESIDUAL STRESSES IN A PLATE WITH A CIRCULAR SEAM

With use of a meth of conditional plastic deformations and direct method of integration of the equations axisymmetric of a task for a flat sphere the expressions for meaning of residual stresses in a plate with circular seams are received. In case of symmetric distribution of plastic deformations rather median of a surface of a plate the numerical analysis of a task is carried out. Is shown, what even in rather thin the volumetric effects take place and the stresses are essentially redistributed on thickness of a plate.

При виготовленні зварних елементів конструкцій, зокрема, при вварюванні різного роду фланців, штуцерів, латок використовуються кругові шви. Характерною особливістю таких швів є те, що поперечні укорочення не можуть бути компенсовані простим переміщенням, як у випадку поздовжніх швів, і викликані ними напруження та деформації часто домінують над всіма іншими видами напружень та деформацій. Враховуючи, що ці напруження можуть істотно вплинути на міцність і тримкість зварних елементів конструкцій та споруд, необхідне удосконалення методів їх визначення.

Розглянемо безмежну пластину з ввареним диском циліндричної форми, яку будемо моделювати плоским шаром завтовшки $2h$, що знаходиться під дією поля умовних осесиметричних пластичних деформацій e_{ij}^0 [1,2]. Віднесемо шар до циліндричної системи кординат r, φ, Z і введемо безрозмірні координати $\rho = r/h$ і $z = Z/h$. Якщо поле e_{ij}^0 описати функціями: $e_{rr}^0 = e_{rr}^0(\rho, z)$, $e_{\varphi\varphi}^0 = e_{\varphi\varphi}^0(\rho, z)$, $e_{zz}^0 = e_{zz}^0(\rho, z)$, $e_{rz}^0 = 0$, то ключові рівняння, аналогічно як це зображено в [3] для осесиметричної задачі термопружності, у цьому випадку запишимо у вигляді

$$\nabla^2 \sigma = f \,, \tag{1}$$

$$\nabla^2 \sigma_{zz} = \frac{1}{1+\mu}\left\{ \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho}(\sigma + \sigma_{\varphi\varphi}^0) \right] + f_1 \right\}, \tag{2}$$

тут $\sigma = \sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi} + \sigma_{zz}$, де σ_{rr} - радіальні, $\sigma_{\varphi\varphi}$ - колові, σ_{zz} - осьові напруження;

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

$$f = \frac{1}{1-\mu}\left\{ f_1 + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\rho \frac{\partial}{\partial \rho}(\sigma_{\varphi\varphi}^0 + \sigma_{zz}^0) \right] + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(\sigma_{rr}^0 + \sigma_{\varphi\varphi}^0 \right) \right\},$$

$$f_1 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\sigma_{\varphi\varphi}^0 - \sigma_{rr}^0), \; \sigma_{ij}^0 = E e_{ij}^0,$$

E - модуль Юнга, μ - коефіцієнт Пуассона.

Дотичні σ_{rz} і нормальні σ_{rr}, $\sigma_{\varphi\varphi}$ напруження обчислюються через σ і σ_{zz} за формулами

$$\sigma_{zz} = -\frac{1}{\rho}\int_0^\rho \zeta \frac{\partial \sigma_{zz}(\zeta, z)}{\partial z} d\zeta,$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho \zeta \left[\sigma(\zeta, z) - \sigma_{zz}(\zeta, z) + \zeta \frac{\partial \sigma_{rz}(\zeta, z)}{\partial z}\right] d\zeta, \qquad (3)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \sigma - \sigma_{rr} - \sigma_{zz}.$$

Для незавантаженої на поверхнях $z = \pm 1$ пластини повинні задовольнятись крайові умови

$$\sigma_{zz} = \sigma_{rz} = 0. \qquad (4)$$

При цьому крайову умову для дотичних напружень σ_{rz} за допомогою рівняння рівноваги можна замінити на крайову умову від нормальних напружень [3]:

$$\frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} = 0, \quad z = \pm 1.$$

Поле умовних пластичних деформацій e_{ij}^0, зумовлене накладанням стикового кругового шва, можна розділити на дві складові [4]. Перша e_{ij}^p, як і при зварюванні прямолінійним швом, зумовлена пластичними деформаціями шва і біляшовної зони. Друга складова e_{ij}^T зумовлена розігрівом всього диску теплом зварювальної дуги.

Розглянемо випадок, коли деформації e_{ij}^0 симетричні відносно серединної поверхні шару і апроксимуємо їх виразами

$$e_{ij}^0(\rho, z) = \left[e_{ij}^p(\rho) + e_{ij}^T(\rho)\right](1 - mz^2). \qquad (5)$$

Результати проведених досліджень по визначенню залишкових напружень при вварюванні у пластину кругового диску [4] показують, що деформації $e_{ij}^T(\rho)$ можна подати у вигляді

$$e_{ij}^T(\rho) = -E_T^* \frac{\rho^2}{\rho_0^2} \exp\left[-c^2(\rho - \rho_0)^2\right],$$

$$e_{\varphi\varphi}^T(\rho) = e_{zz}^T(\rho) = e_{rr}^T(\rho), \qquad (6)$$

де $\rho_0 = r_0 / h$, r_0 - радіус вввареного диска; c – коефіцієнт, що характеризує степінь зосередженості деформації $e_{ij}^T(\rho)$ біля країв шва (c = 0,6 … 1,5 і залежить від коефіцієнтів теплопровідності і лінійного розширення матеріалів, що зварюються); E_T^* – числовий параметр.

При описанні пластичних деформацій $e_{ij}^p(\rho)$ будемо враховувати, що поперечні відносно лінії шва деформації укорочення значно перевищують поздовжні [1, 5]. Для матеріалів, які широко використовуються у зварних конструкціях, узагальнення експериментальних даних різних авторів обгрунтовує залежності

$$e_{rr}^p(\rho) = -E_p^* \varphi(\rho), \quad e_{\varphi\varphi}^p(\rho) = k e_{rr}^p(\rho), \quad e_{zz}^p(\rho) = -(e_{rr}^p(\rho) + e_{\varphi\varphi}^p(\rho)), \qquad (7)$$

$$\varphi(\rho) = \begin{cases} 1 - a\dfrac{(\rho - \rho_0)^2}{b^2} - (1 - a)\dfrac{(\rho - \rho_0)^4}{b^4}, & |\rho - \rho_0| \le b, \\ 0, \quad 0 \le \rho < \rho_0 - b, & \rho > \rho_0 + b. \end{cases} \qquad (8)$$

тут $b = b_0 / h$, b_0 – півширина зони пластичних деформацій; E_p^*, a, k – числові параметри

Для спрощення подальших обчислень функцію (8) можна подати також у вигляді

$$\varphi(\rho) = \exp\left[-a\frac{(\rho-\rho_0)^2}{b^2} - (1-a)\frac{(\rho-\rho_0)^4}{b^4} \right], \quad 0 \le a \le 1 \tag{9}$$

Для знаходження розв’язку рівнянь (1), (2) застосовуємо до них інтегральне перетворення Ганкеля [6]. Тоді, позначивши всі величини для зображень з рисками зверху, у просторі зображень отримаємо

$$\overline{\nabla}^2 \overline{\sigma} = \overline{f}\,, \tag{10}$$

$$(1+\mu)\overline{\nabla}^2 \overline{\sigma}_{zz} = -s^2(\overline{\sigma} + \overline{\sigma}^0_{\varphi\varphi}) + \overline{f}_1\,, \tag{11}$$

$$\overline{\sigma}_{zz}\big|_{z=\pm1} = 0\,, \qquad \frac{d\overline{\sigma}_{zz}}{dz}\Big|_{z=\pm1} = 0\,. \tag{12}$$

Тут $\overline{\nabla}^2 = d^2/dz^2 - s^2$, s – параметр інтегрального перетворення Ганкеля.

Використавши запропонований в [3] спосіб побудови розв’язків системи рівнянь задачі термопружності, отримано вирази для ключових функцій $\overline{\sigma}$ і $\overline{\sigma}_{zz}$, що задовольняють рівняння (10), (11) і граничні умови (12). На основі знайдених розв’язків та формул (3) для визначення залишкових напружень в шарі, отримано вирази:

$$\sigma(\rho,z) = \int_0^\infty s\overline{\sigma}(s,z)J_0(s,\rho)ds\,, \quad \sigma_{zz}(\rho,z) = \int_0^\infty s\overline{\sigma}_{zz}(s,z)J_0(s,\rho)ds\,,$$

$$\sigma_{rr}(\rho,z) = \int_0^\infty \left\{ \left[\overline{\sigma}(s,z) - \overline{\sigma}_{zz}(s,z)\right]\frac{J_1(s\rho)}{\rho} + \frac{\partial^2 \overline{\sigma}_{zz}(s,z)}{\partial z^2}\frac{J_2(s\rho)}{s} \right\} ds\,, \tag{13}$$

$$\sigma_{rz}(\rho,z) = -\int_0^\infty \frac{\partial \overline{\sigma}_{zz}(s,z)}{\partial z} J_1(s\rho)ds\,,$$

де $J_n(x)$, $n = 0,1,2,...$ - функції Бесселя першого роду.

Для залишкових деформацій, що описується виразами (5) – (7), (9) за допомогою вищенаведених співвідношень і формул виконано числовий аналіз розподілу залишкових напружень у пластині завтовшки $h = 10$ мм з круговим швом радіусом $r_0 = 5$ мм. Числовий аналіз проведено для значення коефіцієнта Пуассона $\mu = 0,3$ і параметрів $b = 0,5$; $r_0 = 5$; $k = 0,1$; $k_1 = 0,4$ $(k_1 = E_T^* / E_p^*)$; $c = 0,6$ при різних значеннях параметра m та побудовано графіки для залишкових напружень.

Отримані результати досліджень показують, що в околі шва має місце об’ємний характер розподілу напружень, а перепад залишкових деформацій по товщині шару може суттєво вплинути на величину напружень та їх перерозподіл у цьому ж напрямку.

Література

1. Сварные строительные конструкции. В 3-х т. / Под общей ред. Л.М. Лобанова. – К.: Наук. думка, 1993. – Т. 1: Основы проектирования конструкций / Л.М. Лобанов, В.И. Махненко, В.И. Труфляков и др. – 416 с.
2. Подстригач Я.С., Осадчук В.А., Марголин А.М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций. – К.: Наук. думка, 1991. – 296 с.
3. Вігак В.М. Прямий метод інтегрування рівнянь плоских задач пружності й термопружності // Доп. НАН України. – 1998. - №12. – С. 62 – 67.
4. Недосека А.Я. Основы расчета и диагностики сварных конструкций. – К.: Из-тво ИНДПРОМ. 1998. – 640 с.
5. Винокуров В.А., Григоряну А.Г. Теория сварочных деформаций и напряжений. – М.: Машиностроение, 1984. – 280 с.
6. Снеддон И. Преобразования Фурье. – М.: Изд – во иностр. лит., 1955. – 667 с.