

УДК 620.178, 620.179

Є. Онищенко, к.т.н., ст. досл. О. Деркач, к.т.н., ст. досл. В. Матвєєв, д.ф.-м.н., проф., академік НАН України

Інститут проблем міцності імені Г.С. Писаренка НАН України, Україна

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВИМУШЕНИХ ЗГИННИХ КОЛИВАНЬ КОМПОЗИТНОГО СТРИЖНЯ З ПОПЕРЕЧНОЮ ТРІЩИНОЮ

Ye. Onyshchenko, Ph.D., Senior Researcher, O. Derkach, Ph.D., Senior Researcher  
V. Matveev, Dr.Sci., Prof., Academician of the NAS of Ukraine

G.S. Pisarenko Institute for Problems of Strength of the NAS of Ukraine, Ukraine

## INVESTIGATION OF THE FORCED FLEXURAL VIBRATIONS OF THE COMPOSITE BEAM WITH A TRANSVERSE CRACK

**Abstract.** Analytical and numerical methods for determining vibrodiagnostic parameters of the presence of closing transverse crack in a carbon fibre reinforced composite beam are presented. The results of calculation investigations aimed at the determination of the influence of a transverse breathing crack on the natural frequency of vibrations and the dominant harmonics amplitudes ratio at the main, super- and subharmonic resonances of composite cantilever beam flexural vibrations are presented.

Розробка простих і надійних методів неруйнівного контролю пошкодження конструктивних елементів виготовлених з композитних матеріалів є задачею багатьох досліджень. Це обумовлено як розширенням області використання композитних матеріалів у відповідальних конструктивних елементах сучасної техніки, так і складністю даної задачі, порівняно з однорідними матеріалами. Найбільш перспективною, внаслідок невисокої собівартості і простоти у використанні, є вібраційна діагностика пошкоджень, яка базується на встановленні взаємозв'язку між параметрами пошкодження і зміною характеристик коливань конструктивних елементів. Однак у більшості робіт розглядається вплив пошкодження на модальні характеристики, які, як показують дослідження, є мало чутливими до незначних пошкоджень. Крім того критерій їх наявності формується на основі даних модального аналізу непошкодженого конструктивного елемента, які для реальних об'єктів завжди характеризуються розкидом, обумовленим допуском на виготовлення конструктивного елемента. Тому мета роботи полягає у розробці методики розрахунку вібродіагностичних показників наявності тріщини в композитному стрижні за характеристиками нелінійних вимушених коливань, обумовлених почерговим відкриттям-закриттям тріщини. У якості вібродіагностичних показників наявності тріщини в стрижні у представленій роботі розглядаються: відносна зміна власної частоти його згинних коливань  $\Delta\omega = 1 - \omega_T / \omega_0$ , де  $\omega_0$ ,  $\omega_T$  – власна частота коливань непошкодженого і стрижня з тріщиною, відповідно; та відношення амплітуд домінуючих гармонік другої до першої:  $\bar{A}_{2/1} = A_2 / A_1$  при основному та супергармонічному резонансі порядку 1/2 і першої до другої:  $\bar{A}_{1/2} = A_1 / A_2$  при субгармонічному резонансі 2-го порядку.

Для визначення зазначених вібродіагностичних показників наявності тріщини в ортотропному стрижні, виготовленого з односпрямованого композитного матеріалу, було застосовано аналітичну методику розрахунку, яка раніше була успішно застосована до однорідних стрижнів [1]. В даному випадку стрижень з тріщиною розглядається як система із зосередженими параметрами. Методика аналітичного

розрахунку полягає у визначенні вібродіагностичних показників наявності тріщини через енергетичну характеристику пошкодження і розсіювання енергії коливальної системи. Енергетична характеристика пошкодження визначається як відношення можливої зміни потенційної енергії деформації стрижня при відкритті тріщини, яка представлена її функціональною залежністю від квадрату коефіцієнта інтенсивності напружень (КІН), до потенційної енергії деформації стрижня при його вимушених згинних коливаннях на резонансній частоті коливань. Оскільки розглядається композиційний матеріал поставлена задача ускладнюється. Так, для отримання КІН було визначено комплексні корені характеристичного рівняння 4-го порядку. Коефіцієнти цього рівняння обчислено за компонентами тензора жорсткості, які залежать від параметрів композитного матеріалу, а саме: об'ємної частки волокон  $v_f$  і кута їх вкладання  $\theta$  (кута армування).

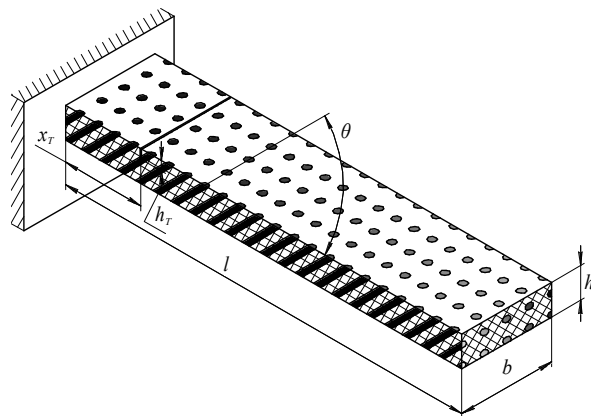


Рис. 1. Ескіз консольного стрижня з поперечною тріщиною, виготовленого з односпрямованого композитного матеріалу.

матеріалу. Закриття тріщини моделювалося шляхом присвоювання нульового значення енергетичної характеристики пошкоджуваності при відповідному напівциклі коливань балки. Одержану таким чином систему нелінійних рівнянь розв'язано методом Ньюмарка- $\beta$ . Визначення спектру амплітуд коливань виконувалося за допомогою алгоритму швидкого перетворення Фур'є. Синтез стрижневої СЕ моделі виконано за стандартною процедурою методу скінченних елементів. Оцінка її точності проведена шляхом порівняння основної частоти коливань непошкодженого стрижня з її точним значенням.

Для проведення розрахунків розглядається консольний стрижень розмірами  $b \times h \times l = 20 \times 4 \times 400$  мм, виготовлений з композиту, який складається з м'якої ізотропної епоксидної матриці ( $m$ ) та жорстких односпрямованих вуглецевих волокон ( $f$ ) при їх об'ємній концентрації  $v_f = 0,5$ , з такими механічними властивостями: модуль пружності  $E_m = 2,756$  ГПа та  $E_f = 275,6$  ГПа; коефіцієнт Пуассона  $\mu_m = 0,33$ ,  $\mu_f = 0,2$ ; модуль зсуву  $G_m = 1,036$  ГПа,  $G_f = 114,8$  ГПа; густина  $\rho_m = 1600$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_f = 1800$  кг/м<sup>3</sup>.

На рис. 2 представлені залежності вібродіагностичних показників наявності тріщини при основному, супер- і субгармонічному резонансах від відносної глибини тріщини  $\gamma = h_T/h$ , при її місці знаходженні в перерізі  $x_T = 0,1l$  від защемлення, для різних кутів  $\theta$ . Як видно з представлених графіків, результати аналітичного та чисельного розрахунків добре узгоджуються між собою. Кут армування суттєво впливає на згинну жорсткість і як наслідок на вібродіагностичні показники наявності пошкодження. Так, при  $\theta = 0^\circ$ , виявити тріщину можливо використовуючи лише зміну власної частоти коливань, адже навіть при невеликих глибинах пошкодження

Для підтвердження достовірності результатів аналітичного розрахунку вібродіагностичних показників наявності тріщини в композитному стрижні (рис. 1), поставлена задача була вирішена методом скінченних елементів. Для цього була побудована його стрижнева скінченноелементна (СЕ) модель. Матрицю жорсткості скінченного елемента з тріщиною отримано з використанням енергетичної характеристики пошкоджуваності, яка враховує наявність тріщини заданих параметрів. Коефіцієнти матриці жорсткості при цьому залежать від параметрів композитної структури

фіксується значна зміна резонансної частоти коливань стрижня. Набагато складніше виявити тріщину в стрижнях з кутами армування  $\theta = 45^\circ$  та  $90^\circ$ . Тоді ефективнішим є використання відношення амплітуд домінуючих гармонік при нелінійних супер- і субгармонічному резонансах.

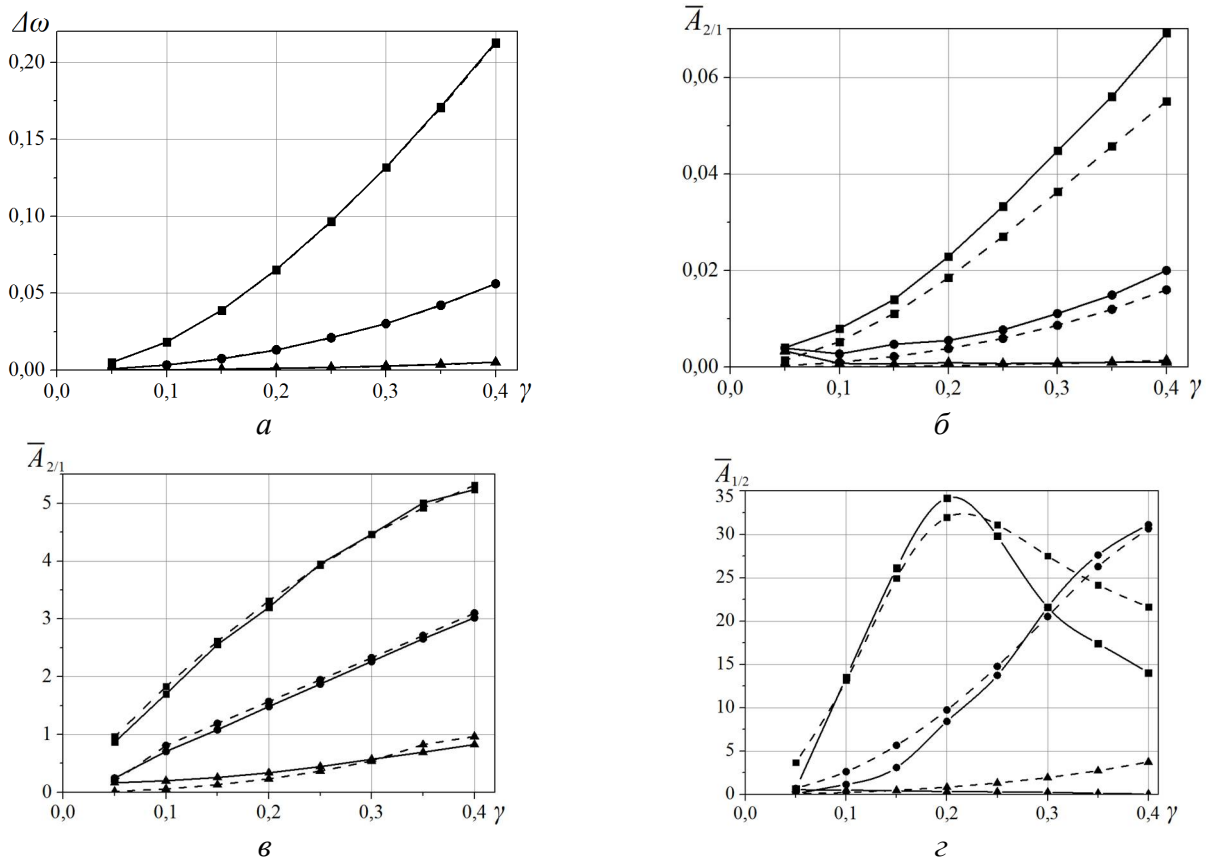


Рис. 2. Залежності відносної зміни власної частоти коливань  $\Delta\omega$  (а) та відношення амплітуд домінуючих гармонік при основному (б), супер- (в) і субгармонічному (г) резонансах від відносної глибини тріщини  $\gamma$ , а  $\theta = 0^\circ$  (■),  $45^\circ$  (●) та  $90^\circ$  (▲).

В роботі представлені аналітична та чисельна методики визначення вібродіагностичних показників наявності поперечної тріщини в стрижні композитної структури при основному, супер- та субгармонічному резонансах згинної форми коливань. На прикладі консольного стрижня з тріщиною були отримані залежності вібродіагностичних показників від глибини тріщини для різних параметрів структури композитного матеріалу.

#### Література.

1. Matveev V.V., Onishchenko E.A. Vibrodiagnostic parameters of the presence of a semielliptic breathing crack in circular bars under super- and subharmonic resonances. *Strength of Materials*. 2016. Vol. 48, No. 2. P. 195-207.