

УДК 622.32:691.32:620.193

Й. Лучко<sup>1</sup>, д.т.н., проф., Т. Гембара<sup>2</sup>, к.т.н., доц.

<sup>1</sup>Львівський національний університет природокористування, Україна

<sup>2</sup>Львівський національний університет безпеки життєдіяльності, Україна

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОРОЗІЙНОЇ ТРИВКОСТІ НА СТАДІЇ ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ БЕТОНУ

J. Luchko<sup>1</sup>, Dr., Prof., T. Hembara<sup>2</sup>, Ph.D., Assoc. Prof.

<sup>1</sup>Lviv National Agrarian University, Ukraine,

<sup>2</sup>Lviv State University of Life Safety, Ukraine

### MATHEMATICAL MODELING OF FILTRATION CORROSION RESISTANCE AT THE STAGE OF CONCRETE STRUCTURE FORMATION

**Abstract.** The problem of the durability of concrete and reinforced concrete structures during corrosion of concrete due to the filtration of aqueous solutions is considered. The main values that determine the state of the liquid in concrete, such as density, pressure, filtration speed and the ratio of the total volume of channels or pores located in a certain volume, are considered.  $m$  of a porous medium, to the entire volume of this medium.

Поширеною проблемою довговічності бетонних та залізобетонних конструкцій є корозія бетону першого виду, до якої належать процеси, що виникають при фільтрації через елемент бетонної конструкції води чи водних розчинів [1-4]. Процес корозії обумовлений розчинністю продуктів гідратації портландцементу у воді. Найбільш розчинним компонентом є гідроксид кальцію ( $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ), який присутній у поровій структурі. Тому цей вид корозії отримав назву «корозія вилуговування». Інтенсивність корозії визначається проникністю (щільністю) бетону та мінералогічним складом цементу. Інтенсивність корозії зростає за наявності у фільтруючій воді сульфат іонів, іонів хлору, натрію та калію. Основними величинами, що визначають стан рідини в бетоні, є густина  $\rho$ , тиск  $p$  і швидкість фільтрації, а характеристикою бетону є відношення загального об'єму каналів або пор, що знаходяться в деякому об'ємі пористого середовища, до всього об'єму цього середовища пористість -  $m$ .

При виведенні рівняння фільтрації рідини або газу в пористому середовищі необхідно використати рівняння руху в'язкої рідини Нав'є – Стокса, а також рівняння нерозривності та стану [5,6]. Їх використання обумовлене тим, що на відміну від теплопровідності й дифузії, процес фільтрації визначається густиною  $\rho$ , тиском  $p$  і швидкістю фільтрації  $\vec{v} = (u, v, w)$ . Безпосереднє інтегрування рівнянь Нав'є – Стокса у випадку обтікання нескінченно великого числа частинок (при фільтрації) не можна виконати. Тому застосовують штучний підхід, що базується на використанні рівнянь руху Ейлера:

$$\begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = X_1 + X_2 - \frac{\partial u}{\partial t} - u \frac{\partial u}{\partial x} - v \frac{\partial u}{\partial y} - w \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = Y_1 + Y_2 - \frac{\partial v}{\partial t} - u \frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial y} - w \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = Z_1 + Z_2 - \frac{\partial w}{\partial t} - u \frac{\partial w}{\partial x} - v \frac{\partial w}{\partial y} - w \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases}, \quad (1)$$

де  $(X_1; Y_1; Z_1)$  – вектор масових сил,  $(X_2; Y_2; Z_2)$  – вектор сил опору,  $(u; v; w)$  – вектор швидкості, де  $X_1 = 0, Y_1 = 0, Z_1 = -g$ , де  $g$  – прискорення сили ваги. Знак “-” вибрано відповідно до вибору напрямку осі  $OZ$ .

Сили опору  $(X_2; Y_2; Z_2)$ , що виникають при обтіканні рідиною частинок пористого середовища, визначаються за допомогою закону Дарсі:

$$u = -k \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -k \frac{\partial p}{\partial y}, \quad w = -k \frac{\partial p}{\partial z}. \quad (2)$$

Використовуючи закон Дарсі, отримуємо

$$X_2 = -\frac{u}{k\rho}, \quad Y_2 = -\frac{v}{k\rho}, \quad Z_2 = -\frac{w}{k\rho}. \quad (3)$$

Якщо підставити в рівняння (1) знайдені компоненти сил, то отримуємо

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{u}{k\rho} - \frac{du}{dt}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= -\frac{v}{k\rho} - \frac{dv}{dt}, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= -g - \frac{w}{k\rho} - \frac{dw}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

До цих рівнянь необхідно в систему включити рівняння стану рідини чи газу (вони пов'язують густину  $\rho$  і тиск  $p$ )

$$\rho = f(p) \quad (5)$$

і рівняння нерозривності

$$m \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0. \quad (6)$$

Однак така система рівнянь є занадто ускладненою. Як правило, сили інерції  $\left(\frac{du}{dt}; \frac{dv}{dt}; \frac{dw}{dt}\right)$  досить малі, тому ними можна знехтувати в рівняннях (4). Тоді ця система рівнянь спрощується:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{u}{k}; \quad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{v}{k}; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{w}{k} - \rho g. \quad (7)$$

Звідси отримуємо рівняння фільтрації:

$$u = -k \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v = -k \frac{\partial p}{\partial y}, \quad w = -k \frac{\partial p}{\partial z} - k\rho g. \quad (8)$$

Підставляючи знайдені  $u, v, w$  у рівняння нерозривності й урахувавши рівняння стану, отримаємо розрахункове рівняння фільтрації відносно тиску  $p$ :

$$m \frac{\partial f(p)}{\partial t} - \operatorname{div}(kf(p) \operatorname{grad} p) = \frac{\partial}{\partial z}(kgf(p)). \quad (9)$$

Вважаємо, що рідина нестислива (її густина – стала). Рівняння стану (5) тоді не використовується, а рівняння нерозривності набуває вигляду

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (\operatorname{div} \vec{v} = 0). \quad (10)$$

Якщо ввести функцію напору (п'єзометричного напору, який характеризує питому потенційну енергію потоку в точці або перерізі)

$$p = g\varphi - gz \quad \varphi = z + \frac{p}{g}, \quad (11)$$

то рівняння фільтрації (8) запишуться

$$u = -kg \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = -kg \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = -kg \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (12)$$

Підставляючи (12) у (10), запишемо рівняння для знаходження напору  $\varphi$ :

$$\operatorname{div}(kg \operatorname{grad} \varphi) = 0. \quad (13)$$

Якщо  $g$  і  $k = \text{const}$ , то воно зводиться до рівняння Лапласа:

$$\Delta\varphi = 0. \quad (14)$$

Тут частинки нестисливої рідини рухаються лініями, що ортогональні до поверхонь сталого напору, де  $\varphi(x, y, z) = \text{const}$ . Аналіз фільтрації найпростіше розглянути на прикладі одновимірного рівняння (14) з граничними умовами першого роду  $\varphi(0) = \varphi_1$ ,  $\varphi(l) = \varphi_2$ , тобто для стінки товщиною  $l$ . Знайдена функція  $\varphi$  є лінійною залежністю від координати та граничних умов, що дозволяє оцінити кількісно вплив пористості на фільтрацію. Таким чином ми отримуємо вираз швидкості фільтрації  $u$  з формули (12).

Вільна (хімічно незв'язана) вода утворює в бетоні в початковий період формування його структури систему взаємозалежних капілярів, які на пізнішій стадії твердіння бетону роз'єднуються продуктами гідратації цементу. Додаткова пористість у бетоні утворюється внаслідок залучення повітря, а також деструкції при формуванні початкової структури, що зумовлює порушення суцільності, найчастіше по межі розділу «цементний камінь – зерна заповнювачів». Загальна пористість бетону на щільних заповнювачах, як відношення обсягу пор до обсягу матеріалу (бетону), описується формулою:

$$k = \frac{(B-0,23\alpha C)+(1-\delta)}{10} \quad (15)$$

Тут  $B$  і  $C$  – витрати відповідно води та цементу, у кг на ущільненій бетонній суміші;  $\alpha$  – ступінь гідратації цементу;  $\delta$  – ступінь ущільнення бетонної суміші під час укладання (структурна щільність). Перше доданок в чисельнику дробу описує обсяг пор в цементному камені, а другий – обсяг пор, що утворюються при недоущільненні бетонної суміші, тобто коли  $\delta < 1$ . З формули (15) випливає, що загальна пористість бетону тим вища, чим більша витрата води на кубометр бетону, тобто чим вища потреба у воді бетонної суміші і чим менше  $\delta$ . Загальна пористість бетону зменшується в часі зі збільшенням ступеня гідратації цементу  $\alpha$  і тим інтенсивніше, чим більша витрата цементу на кубометр бетону. Таким чином, ще на стадії формування бетонних елементів конструкцій можна підвищувати їх антикорозійну стійкість, передбачаючи інтенсивність фільтрації.

### Література.

1. Лучко Й. Й. Методи підвищення корозійної стійкості та довговічності бетонних та залізобетонних конструкцій і споруд: [Монографія] / Й. Й. Лучко, І. І. Глагола, Б. Л. Назаревич // НАН України, ФМІ ім. Г. В. Карпенка. Львів: Каменяр, 1999. 229 с. ISBN 5-7745-0761-0.

2. Лучко Й. Й. Методи захисту від корозії залізобетонних конструкцій і споруд: [Монографія] / Й. Й. Лучко, Б. З. Парнета, Б. Л. Назаревич // МОН України, Дніпропетровський нац. ун-т ім. акад. В. Лазаряна. Львів. Каменяр, 2016. 415 с. ISBN 978-966-607-371-3.

3. Лучко Й.Й., Гембара Т.В. Методи визначення навантаження тріщиноутворення для оцінки корозійної тривкості залізобетонних конструкцій //Діагностика,довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій. Вип 6. - Львів: Фіз.-мех. інст. ім. Г.В. Карпенка, 2004.- с. 59-65.

4. Лучко Й.Й., Гембара Т.В. Корозійна тривкість залізобетонних балкових елементів конструкцій за тріщиноутворенням залежно від агресивності середовища // Автомобільні дороги та дорожнє будівництво. Вип 69. –Київ, 2004. –с. 139-143.

5. Дослідження основних рівнянь руху рідини в пористому середовищі / Й.Й.Лучко, Б.З. Парнета, Б.Л. Назаревич // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. — Львів: Каменяр. — 2005. — Вип. 6. — С. 512 — 522.

6. Теоретичні аспекти дослідження корозії залізобетонних конструкцій /Й.Й. Лучко, Б.З. Парнета // Дороги і мости. — К.: ДерждорНДІ. — 2005. — Вип. 3.— С. 25 — 39.