

УДК 539.3

М. Слободян, к.ф.-м.н., доц., І. Кузь, к.ф.-м.н., доц., І. Звізло, к.ф.-м.н., доц.
Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна

НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ЗА ЗГИНУ КРУГЛОЇ ПЛАСТИНИ З ТРІЩИНАМИ З УРАХУВАННЯМ СМУГОВОГО КОНТАКТУ ЇХНІХ БЕРЕГІВ

M.S. Slobodian, Ph.D., Assoc. Prof., I.S. Kuz', Ph.D., Assoc. Prof., I.S. Zvizlo, Ph.D.,
Assoc. Prof.

Ivan Franko National University of Lviv, Ukraine

STRESS-STRAIN STATE OF A CIRCULAR PLATE WITH CRACKS UNDER BENDING IN THE ASSUMPTION OF CRACK FACES STRIP CONTACT

The solution of the bending problem for a circular isotropic plate with a system of straight through cracks is constructed. Under the external loading the crack faces are in contact along the entire of their length in the area of constant width at the upper base of plate. The obtained system of singular integral equations is solved by the mechanical quadratures method.

Задачі згину пластин з тріщинами, береги яких гладко контактують по лінії на одній з основ пластини (лінійний контакт) розглянуто у праці [1]. Експериментально підтверджено вплив контакту берегів тріщин на перерозподіл напружено-деформованого стану пластини у праці [2]. Згин пластини з прямолінійною наскрізною тріщиною, береги якої гладко контактують по всій довжині тріщин по області сталої ширини на одній з основ пластини (смуговий контакт), розглянуто у працях [3, 4].

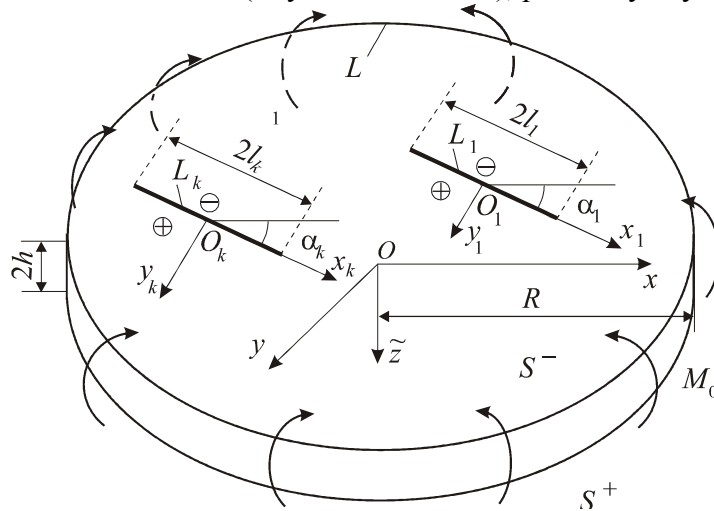


Рис. 1.

Розглянемо круглу ізотропну пластину завтовшки $2h$ із системою M довільно орієнтованих прямолінійних наскрізних тріщин довжиною $2l_k$ ($k = \overline{1, M}$). Розмістимо декартову систему координат $Ox\tilde{z}$ у серединній площині пластини, так що початок координат співпадає з центром пластини, а вісь $O\tilde{z}$ перпендикулярна до неї. Виберемо у площині Oxy полярну систему координат r і θ таким чином, щоб точка O була її полюсом, а Ox – полярною віссю. Нехай (x_{0k}, y_{0k}) координати центрів тріщин у площині Oxy , а α_k – кут нахилу лінії k -тої тріщини до осі Ox ($k = \overline{1, M}$). Введемо декартову систему координат $O_k x_k y_k$ з центром O_k у точці z_{0k} ($z_{0k} = x_{0k} + iy_{0k}$), так

щоб вісь $O_k x_k$ співпадала з лінією k -тої тріщини. Пластина згинається рівномірно розподіленими моментами M_0 , прикладеними до її межі. Позначимо через S^+ область ззовні пластини, через S^- – всередині, через L_k – лінію, де розміщена k -та тріщина, через L – границю пластини (див. рис. 1).

Вважатимемо, що тріщина у недеформованому стані – це наскрізний математичний розріз [1]. Припустимо, що при заданому навантаженні береги тріщин будуть контактувати по області сталої ширини (смуговий контакт) на верхній основі пластини по всій довжині тріщин. Оскільки береги тріщини контактують, то розв’язок задачі будемо шукати у вигляді розв’язків двох взаємопов’язаних задач: задачі згину пластини, використовуючи теорію Кірхгофа-Лява, та плоскої задачі.

На межі пластини будуть такі крайові умови

$$M_r = M_0, P_r = 0, \sigma_{Pr} = 0, \tau_{Pr\theta} = 0, x \in L,$$

де M_r – згинальний момент, σ_{Pr} і $\tau_{Pr\theta}$ – компоненти тензора напружень у полярній системі координат, P_r – узагальнена в сенсі Кірхгофа перерізувальна сила.

Крайові умови гладкого контакту берегів тріщин мають вигляд [4]

$$M_{y_k}^{\pm} = h\beta_k N_k, P^{\pm} = 0, \tau_{Px_k y_k}^{\pm} = 0, \sigma_{Py_k y_k}^{\pm} = -\frac{N_k}{2h}, \frac{\partial[v_{II}]}{\partial x_k} + \lambda_k h \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x_k \partial y_k} \right] = 0,$$

$$\beta_k = 1 - \gamma_k / 3, \lambda_k = 0.5 \left(1 + (1 - \gamma_k)^2 \right), \gamma_k = h_k / h, x_k \in L_k, k = \overline{1, M},$$

де N_k – контактне зусилля між берегами k -тої тріщини; h_k – висота контакту k -ої тріщини; $[f] = f^+ - f^-$, значками “+” і “-” позначені граничні значення функцій при прямування точки площини до k -тої тріщини при $y_k \rightarrow \pm 0$.

З використанням теорії функцій комплексної змінної та комплексних потенціалів, розв’язки плоскої задачі та задачі згину пластини зведено до задач лінійного спряження, на основі яких отримано систему сингулярних інтегральних рівнянь для невідомих похідних від стрибків переміщень на берегах тріщин у плоскій задачі та кутів повороту у задачі згину пластини. Крайові умови на межі пластини задоволено аналітично. Отриману систему сингулярних інтегральних рівнянь розв’язано числово методом механічних квадратур, на основі якого побудовано графіки контактного зусилля між берегами тріщин, коефіцієнтів інтенсивності моментів і зусиль.

Література.

1. Шацький І.П. Згин пластини, ослабленої розрізом з контактуючими берегами / Шацький І.П. – Доп. АН УРСР. Сер. А. Фіз.-мат. та техн. науки. – 1988. – №7. – С. 49-51.
2. Кальтгоф Дж.Ф. Експериментальне підтвердження контакту берегів тріщини при згині пластини / Кальтгоф Дж.Ф., Шацький І.П., Бюргель А. // Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій (вип. 2): В 3-х т.// Під заг. ред. В.В. Панасюка. – Львів: Каменярь, 1999. – Т.1. – с.72-74.
3. Dempsey J.P. Closure of a through crack in a plate under bending / Dempsey J.P., Shekhtman I.I., Sleyuan L.L. // Int. J. of Solids and Struct. – 1998. – 35. – P. 4077–4089.
4. Опанасович В. К. Згин пластини з наскрізною прямолінійною тріщиною з урахуванням ширини області контакту її поверхонь / Опанасович В.К. // Наукові нотатки Луцького технічного університету. – 2007. – Вип. 20 (2). – С. 123–127.