МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

**Тернопільський державний технічний університет
імені Івана Пулюя**

Кафедра графічного моделювання

Практичні
рекомендації для
розв'язування задач
з нарисної геометрії

"Визначальні об'єкти нарисної геометрії"

Тернопіль 2000

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

Практичні рекомендації для роз'вязування задач з нарисної геометрії

"Визначальні об'єкти нарисної геометрії"

Тернопіль - 2000

Тернопільський державний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра графічного моделювання

Упорядники: доц.,к.т.н. Милик М.П., доц.,к.х.н.Ковбашин В.І.,
доц.,к.т.н. Балабан С.М., ст.викл. Рассказов Ю.С.,
асистенти: Маркович М.Й., Данильченко С.М.,
Пік А.І., Зубченко О.І.

Рецензенти: к.т.н., доц. кафедри технології та обладнання
зварювальних виробництв Шпак Р.І.,
к.т.н., доц. кафедри технології машинобудування
Пилипець М.І.

Відповідальний за випуск асистент Маркович М.Й.

Дані практичні рекомендації призначені для студентів університету всіх форм навчання.

Практичні рекомендації розглянуті і затверджені на засіданні кафедри, протокол №9 від 14.03.1999р.

Практичні рекомендації рекомендовані до друку методичною комісією університету , протокол №7 від 27.03.1999р.

В останній час нарисну геометрію характеризують як математичну дисципліну, що вивчає теорію методів графічного моделювання просторових об'єктів, а комплексне креслення розглядають як графічну модель простору. Креслення - важливий засіб для одержання та запам'ятовування графічної інформації. В ньому велика місткість поєднується з високою швидкістю пошуку та виробу потрібних відомостей. Креслення використовується людиною для фіксації, перевірки та уточнення своїх ідей. І в цій якості комплексне креслення завжди зберігатиме своє фундаментальне значення.

Основні поняття нарисної геометрії

Нарисна геометрія вивчає методи зображення просторових фігур на площині.

Зображуючи будь-яке тіло, можна переслідувати подвійну мету. Можна прагнути наочності зображення, тобто вимагати, щоб плоский рисунок предмета справляв на око людини враження, по можливості однакове з тим, яке справляє на око сам предмет. Цю задачу часто дуже успішно вирішують художники і фотографи. Але можна також вимагати, щоб плоске зображення дозволяло (шляхом низки більш-менш простих побудов) розпізнати форму та розміри всіх частин предмета, тобто щоб зображення повністю визначало геометричні властивості предмета. Саме таких зображень потребує техніка, оскільки технічне креслення має дати можливість виготовити зображений предмет.

Зображення, яке повністю визначає геометричне тіло (оригінал), можна назвати геометрично рівноцінним, або адекватним, оригіналу. Саме такими зображеннями (моделями), геометрично рівноцінними оригіналу, займається нарисна геометрія. Наочність зображення при цьому відсувається на другий палан. Добре, якщо зображення адекватне оригіналу, та до того ще й наочне. Однак, якщо воно не наочне, але геометрично рівноцінне оригіналу,- це вже не погано.

Зображення (комплексне креслення) просторової фігури має давати можливість для геометричного вивчення самої просторової фігури. І ця можливість реалізується завдяки проекційному методу нарисної геометрії. Таким чином, нарисна геометрія - це не лише практична дисципліна, що навчає будувати плоскі зображення просторових фігур, геометрично рівноцінні оригіналам, але й особлива галузь геометрії, що займається вивченням просторових форм за їх плоскими зображеннями на комплексних кресленнях.

Геометричною фігурою називається будь-яка множина точок. Ця множина може складатися з однієї точки, декількох точок, з безмежного числа точок.

Поняття "множина" - одне з найважливіших понять математики. Воно вводиться аксіоматично і не може бути визначене через які-небудь елементарні поняття.

Описово термін "множина" можна пояснити як сукупність, об'єднання деяких об'єктів довільної природи - елементів множини.

Хоч множини можуть складатися з елементів довільної природи, кожна конкретна множина являє собою об'єднання елементів за якими-небудь загальними для них властивостями (ознаками). Ці загальні властивості елементів множини містяться в самій назві (завданні) кожної множини. Так, наприклад, у множині цілих чисел всі елементи - цілі числа, і ця властивість є загальною для всіх елементів. Можна говорити про множину трикутників, множину кіл і т. ін.

Множина називається нескінченною, скінченною або пустою, якщо вона містить у собі відповідно нескінченне число, скінченне число або нуль елементів.

У сучасній геометрії сукупність однорідних об'єктів називається геометричним простором. Прийнято вважати, що геометричний простір може складатися із множини точок, ліній або поверхонь. Оскільки лінії або поверхні складаються із точок, геометричний простір можна вважати фігурою.

Геометричний простір наділяється різноманітними властивостями залежно від тих властивостей реальних об'єктів, які ми бажаємо визначити. Зокрема, йому можна надати властивостей, що описуються системою аксіом Евкліда-Гільберта. Тоді ми одержимо так званий евклідів простір.

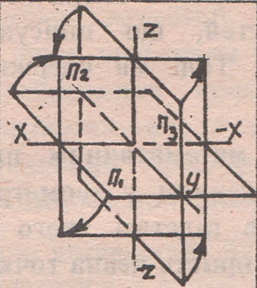
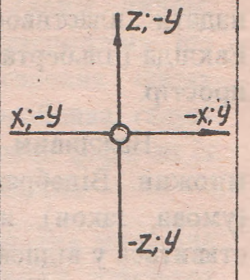
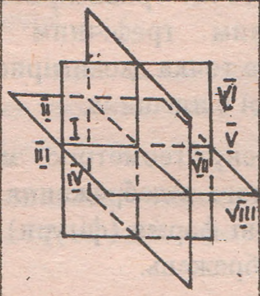
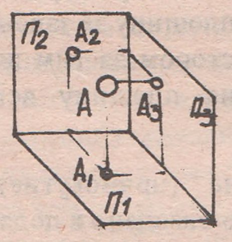
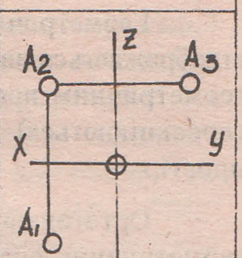
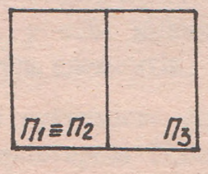
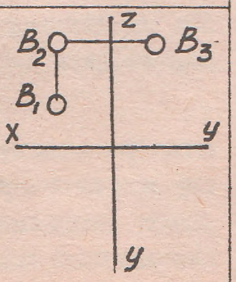
Важливим математичним поняттям є відображення множин. Відображенням у геометрії називається правило (умова, закон), на підставі якого кожній точці фігури Ф ставиться у відповідність певна точка фігури Ф". В нарисній геометрії кожній точці тривимірного простору (тривимірної фігури) за певним графічним правилом ставиться у відповідність певна точка двовимірного простору (двовимірної фігури), носієм якої є площина.

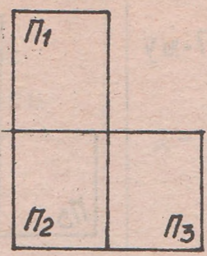
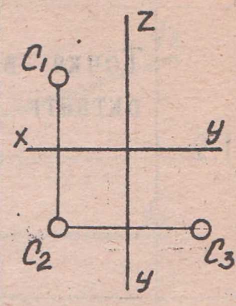
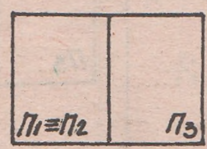
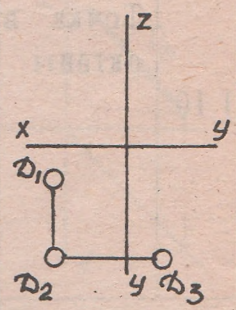
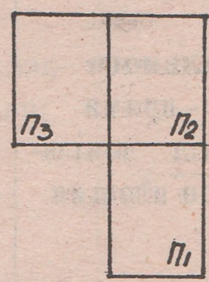
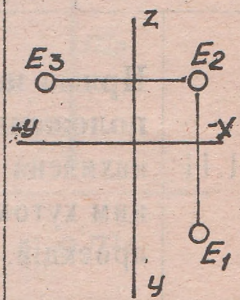
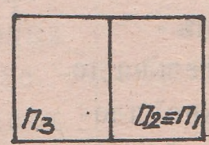
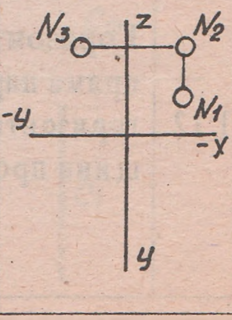
Тому нарисну геометрію можна ще визначити як геометрію графічного відображення простору, геометрію, що визначає просторові форми (фігури) та відношення між ними за допомогою відображень.

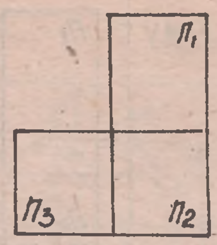
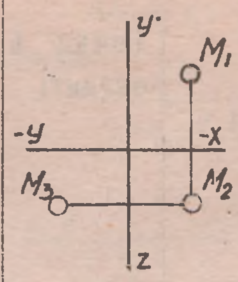
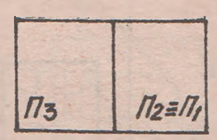
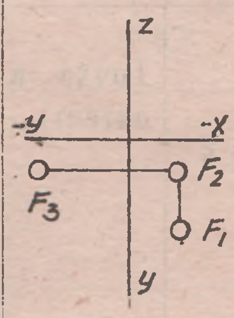
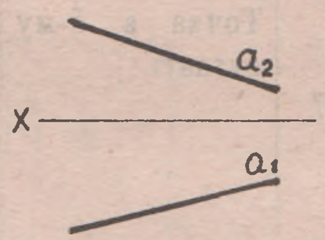
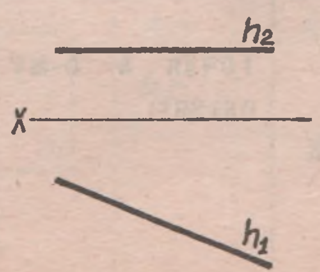
Геометричний простір як точкова множина відображається на площину за законом проекціювання. Разом з геометричним простором за тим же законом відображаються (проекціюються) на площину всі фігури, занурені у цей простір.

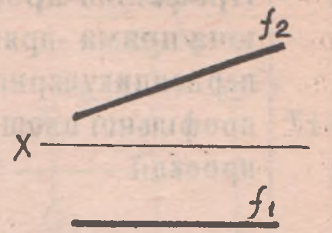
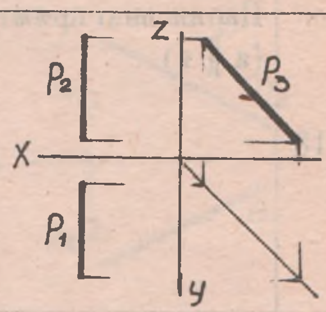
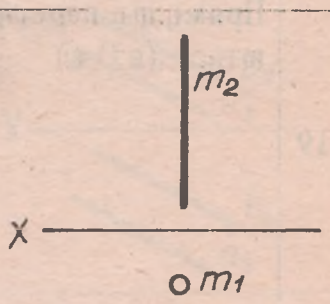
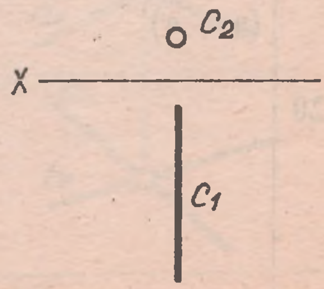
Ортогональне (прямокутне) відображення основних геометричних фігур наведено в додатку 1.

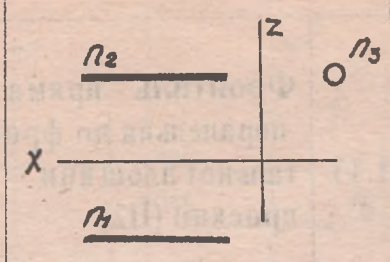
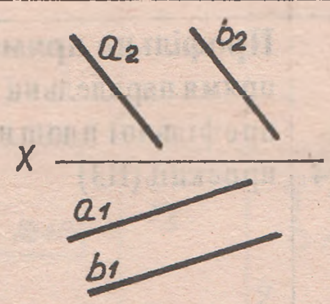
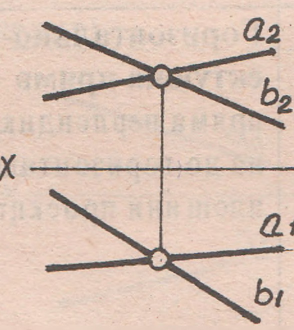
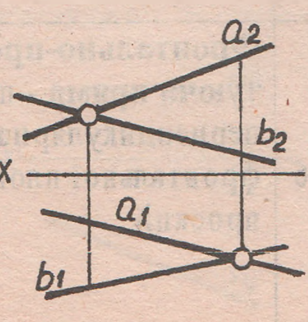
Додаток 1

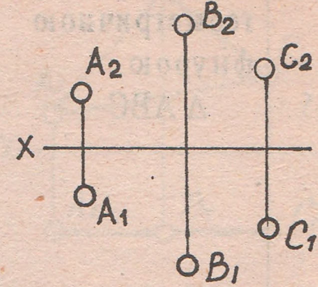
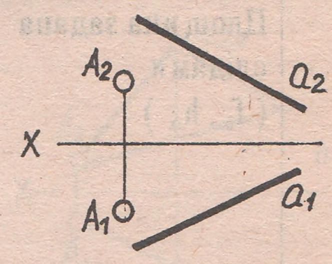
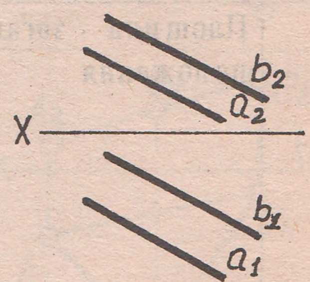
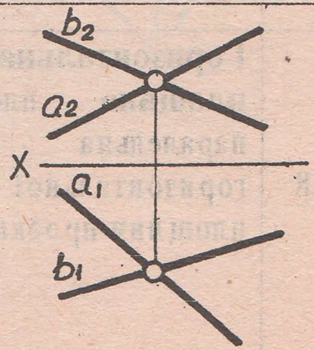
	Зміст	Креслення	
1.1	**Схема суміщення площин П1, П2, П3 в одну площину**		
1.2	**Поділ простору на октанти**		
1.3	**Точка в 1-му октанті**		
1.4	**Точка в 2-му октанті**		

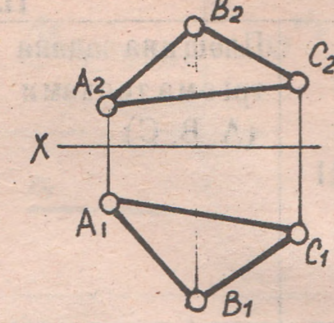
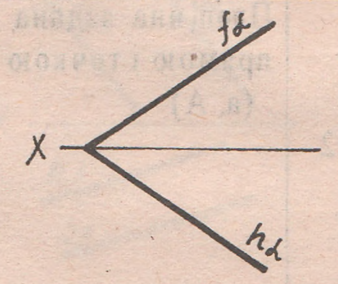
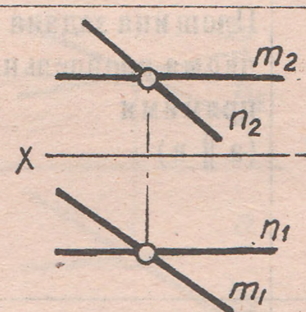
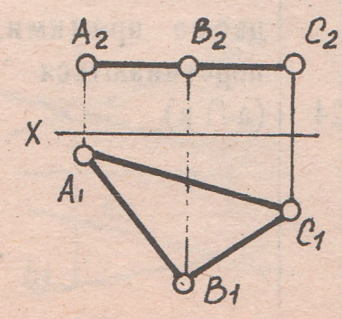
<table>
<tr><td>1.5</td><td>Точка в 3-му октанті</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>Точка в 4-му октанті</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>Точка в 5-му октанті</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>Точка в 6-му октанті</td><td></td><td></td></tr>
</table>

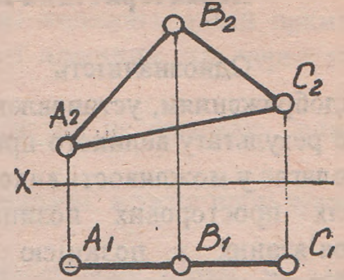
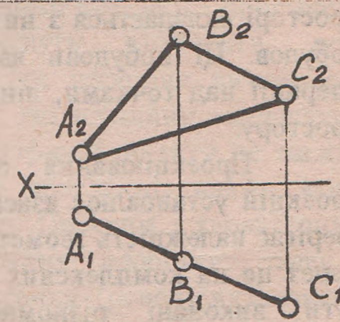
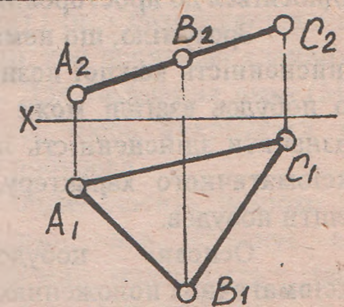
1.9	Точка в 7-му октанті		
1.10	Точка в 8-му октанті		
Проекції відрізка прямої			
1.11	**Пряма загального положення** - пряма нахилена під довільним кутом до площин проекцій.		
1.12	**Горизонталь** - пряма паралельна до горизонтальної площини проекції (П1)		

1.13	**Фронталь** - пряма паралельна до фронтальної площини проекцій (П2)	
1.14	**Профільна пряма** - пряма паралельна до профільної площини проекцій (П3)	
1.15	**Горизонтально-проектуюча пряма** - пряма перпендикулярна до горизонтальної площини проекції	
1.16	**Фронтально-проектуюча пряма** - пряма перпендикулярна до фронтальної площини проекції	

1.17	**Профільно-проектуюча пряма** -пряма перпендикулярна до профільної площини проекції	
1.18	Паралельні прямі (а ‖ в)	
1.19	Прямі, що перетинаються (а ∩ в)	
1.20	Мимобіжні прямі (а — в)	

Площини		
1.21	Площина задана трьома точками (A, B, C)	
1.22	Площина задана прямою і точкою (а, А)	
1.23	Площина задана двома паралельними прямими (а ∥ в)	
1.24	Площина задана двома прямими, що перетинаються (а ∩ в)	

1.25	Площина задана геометричною фігурою ΔABC	
1.26	Площина задана слідами (f_{α}, h_{α})	
1.27	Площина загального положення	
1.28	**Горизонтальна площина** - площина паралельна до горизонтальної площини проекції	

1.29	**Фронтальна площина** - площина паралельна до фронтальної площини проекції	
1.30	**Горизонтально-проектуюча площина** - перпендикулярна до горизонтальної площини проекції	
1.31	**Фронтально-проектуюча площина** - перпендикулярна до фронтальної площини проекції	

Характеристика позиційних задач

Однозначність між простором та його відображенням, установлена проекціюванням, приводить нас до результату великого практичного значення. Результат цей полягає у можливості виконання на комплексному кресленні всіх просторових позиційних побудов, тобто побудов, пов'язаних з позицією - розташуванням геометричних об'єктів у просторі.

Будь-яка позиційна побудова в тривимірному просторі складається з низки послідовно виконаних базових побудов. Ці побудови являють собою певні геометричні операції над точками, лініями та поверхнями тривимірного простору.

Проекціювання об'єктів простору на площину проекцій установлює взаємно однозначну відповідність, що зберігає належність геометричних елементів один до одного. Через це на комплексних кресленнях (див. Дод. 2) можуть бути виконані різноманітні позиційні операції, які відносяться до просторових об'єктів.

Зрозуміло, що немає необхідності показувати окремо здійсненність кожної позиційної побудови. Це і неможливо, бо побудов взагалі може бути нескінченно багато. Досить визначити здійсненність лише основних, первісних побудов аксіоматичного характеру, з яких виходить здійсненність решти побудов.

Основні побудови мають базуватися на аксіоматичних положеннях. Покажемо деякі з них:

- Які б не були дві точки, можна побудувати не більше однієї прямої, що їм належить;
- можна побудувати три точки, що не належать одній прямій;

- для кожної трійки точок, що не належать одній прямій, можна побудувати не більше однієї площини, що через них проходить;
- можна побудувати чотири точки, що не належать одній площині;
- двома точками, що належать площині, можна побу-дувати пряму, що належить цій площині;
- якщо дві площини мають одну спільну точку, то вони мають ще одну спільну точку.

Прямі, площини та інші образи вихідного простору в різноманітних сполученнях можуть визначати нові геометричні об'єкти. Так, пряма та площина визначають точку, в якій вони перетинаються, дві площини визначають спільну пряму і т. ін. Ці нові геометричні об'єкти не завжди явно присутні на комплексному кресленні, навіть якщо елементи, що їх визначають задані. Простим і характерним прикладом є комплексне креслення площини, заданої, наприклад, трьома точками. Три точки (репер) визначають множину інших точок, розташованих у тій же площині. Але ці інші точки - пари (M1, M2), (N1, N2) і ін. - безпосередньо не виявлені на комплексному кресленні, хоч початкові елементи (A1, A2), (B1, B2), (C1, C2) -задані. Для виявлення пари (M1, M2) та інших аналогічних об'єктів треба виконувати на комплексному кресленні позиційні побудови.

Взагалі, коло позиційних задач досить широке та різноманітне. Але загальним ядром, що об'єднує всі позиційні задачі, є тези про взаємну належність (або неналежність) геометричних просторових фігур і про визначення (або неможливість визначення) спільних елементів, що належать різним фігурам.

До задач 1-ої групи (належність) можна віднести:

1.1 Визначення належності точки до лінії ($M \subset a$);

1.2. Визначення належності точки до поверхні ($M \subset \alpha$);

1.3. Визначення належності лінії до поверхні ($a \subset \alpha$).

Задачі 2-ої групи (перетин) також можна розбити на три види:

2.1. Визначення перетину лінії з лінією ($a \cap в$);

2.2. Визначення перетину лінії з поверхнею ($a \cap \beta$);

2.3. Визначення перетину поверхні з поверхнею ($\beta \cap \alpha$).

З точки зору єдності принципу, покладеного в основу вирішення позиційних задач, їх зручніше не поділяти на дві групи, а вважати, що вся різноманітність позиційних задач може бути зведена до вирішення задач 1-ї групи - задач на належність. У справедливості такого твердження легко переконатися, перефразувавши умови задач на перетин, що входять у 2-у групу. Дійсно:

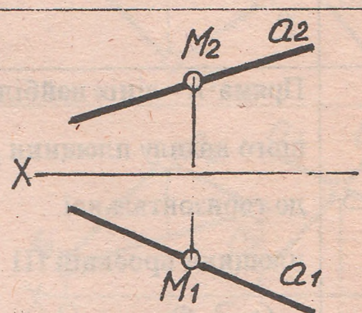
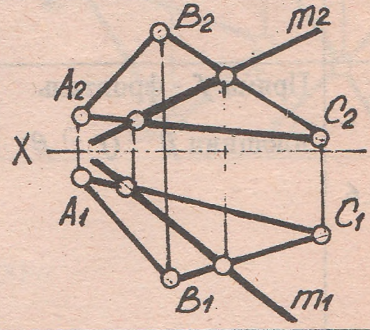
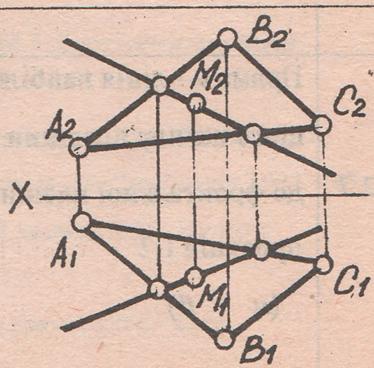
задачу 2.1 на визначення точки перетину лінії з лінією (а в) можна замінити задачею 1.1: "визначити точку М, що належить як лінії а, так і лінії в";

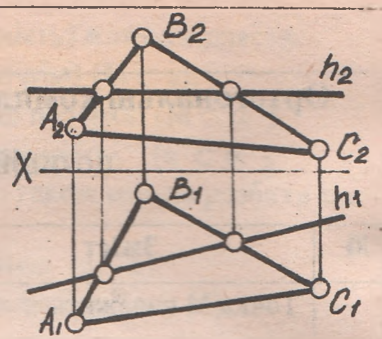
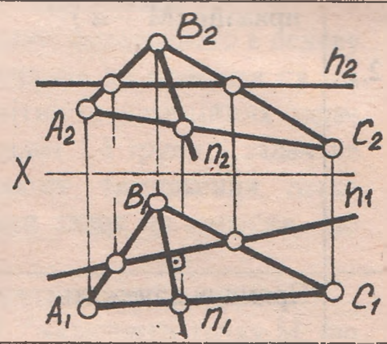
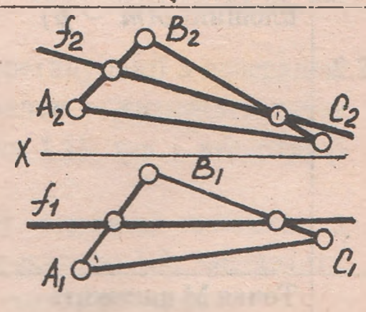
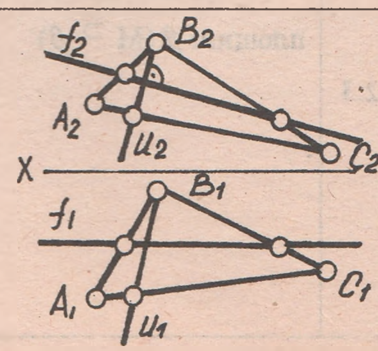
задачу 2.2 на визначення точки перетину лінії з поверхнею ($a \cap \beta$) можна розглядати таким чином : "визначити точку М, що належить як лінії а (задача 1.1), так і поверхні β (задача 1.2)";

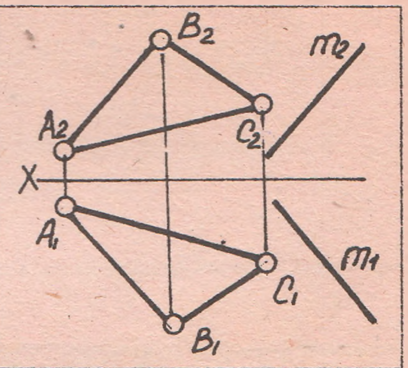
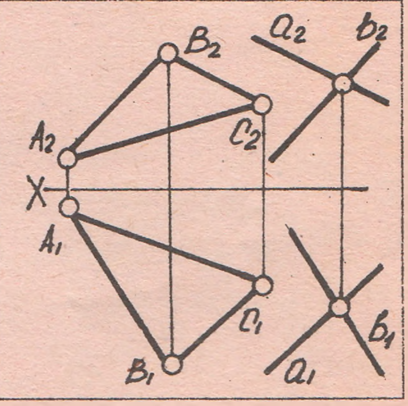
задачу 2.3 на визначення лінії перетину поверхні з поверхнею ($\beta \cap \alpha$) можна замінити задачею 1.3: "визначити лінію а, що належить як поверхні β, так і поверхні α".

Додаток 2

Ортогональні комплексні креслення основних позиційних об'єктів

№	Зміст	креслення
2.1	Точка М належить прямій a ($M \supset a$)	
2.2	Пряма m належить площині β($m \supset \beta$)	
2.3	Точка М належить площині β ($M \supset \beta$)	

2.4	Пряма h - горизонталь площини β $(h \supset \beta)$	
2.5	Пряма n - лінія найбільшого нахилу площини β до горизонтальної площини проекцій П1 $(n \supset \beta)$	
2.6	Пряма f - фронталь площини β $(f \supset \beta)$	
2.7	Пряма u - лінія найбільшого нахилу площини β до фронтальної площини проекцій П2 $(u \supset \beta)$	

2.8	**Пряма *m* паралельна площині *β* (*m* ‖ *β*)**	
2.9	**Площини *β*(ABC) і *α*(а‖в) – паралельні площини *β*(ABC) ‖ *α*(а‖в)**	

ЛІТЕРАТУРА

1. Гордрн В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрин.-М.:Наука,1988.-248с.
2. Бубенников А.В., Начертательная геометрня.-М.:ВШ,1985.-145с.
3. Короев Ю.И., Начертательная геометрия.-М.:Стройнздат,1987.-187с.
4. Михайленко В.Є., Євстафьєв М.Ф., Ковальов О.М., Нарисна геометрія.-К.:Вища школа,1993.-221с.
5. Хаскін А.М., Креслення,-К.:Вища школа, 1976.- 436с.