

УДК 669.539

В.Олексюк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ПЕРЕРОЗПОДІЛ НОМІНАЛЬНИХ НАПРУЖЕНЬ У ЗОНІ ПОСЛАБЛЕННЯ РАМНИХ ШВЕЛЕРНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЇХ ДЕПЛАНАЦІЇ

Запропоновано методику визначення нормальних номінальних напружень у зоні послаблення рамної швелерної конструкції при її навантаженні згинно-крутним бімоментом.

Розрахунок на міцність тримких конструкцій мобільних сільськогосподарських машин, що складаються з елементів відкритого профілю, доцільно проводити використовуючи механіку крихкого руйнування, що дозволяє враховувати можливу дефектність їх виготовлення.

При оцінці міцності з позиції тріщинотривкості конструкцій застосовується силовий критерій, головним розрахунковим параметром якого є коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН). Для визначення КІН першого роду необхідно знати розподіл діючих напружень.

У випадку, коли незамкнутий тонкостінний стержень знаходиться в умовах стисненого кручення, тобто існують перешкоди вільній депланації поперечних перерізів, домінуючими є нормальні напруження.

Розглянемо перерозподіл нормальних напружень у рамній конструкції відкритого профілю, виготовлений з гнутого швелера, за умови послаблення полицки і при навантаженні згинно-крутним бімоментом.

Вважатимемо, що по товщині перерізу нормальні напруження розподіляються рівномірно.

При навантаженні тонкостінного стержня згинно-крутним бімоментом нормальні номінальні напруження змінюються за законом секторіальних площ і описуються залежністю

$$\sigma_{\omega} = \frac{B_{\omega} \cdot \omega}{I_{\omega}}, \quad (1)$$

де B_{ω} - згинно-крутний бімомент;

I_{ω} - секторіальний момент інерції перерізу;

ω - секторіальна координата даної точки при розміщенні полюса в центрі згину, а початкової точки (початок відліку) – у головній секторіальній точці.

Розглянемо тонкостінний стержень швелерного поперечного перерізу, що характеризується наступними геометричними параметрами (рис. 1): H – висота швелера; b – ширина полицки; δ – товщина стінки. Нехай швелер має послаблення у вигляді тріщини тріщини довжиною $l = b \cdot \varepsilon$, що виходить з краю полицки.

Напружений стан, що виникає в полицці гнутого швелера з тріщиною, з певним наближенням можна моделювати, розглядаючи пластину тієї ж товщини δ і ширини b з крайовою тріщиною при аналогічному силовому навантаженні [1]. Оскільки напруження в полицці від дії бімоментів розподілені за лінійним законом, то їх можна подати як комбінацію напружень розтягу і згину при навантаженні розтягуючими зусиллями P і згинними моментами M [2] (рис. 2а, б).

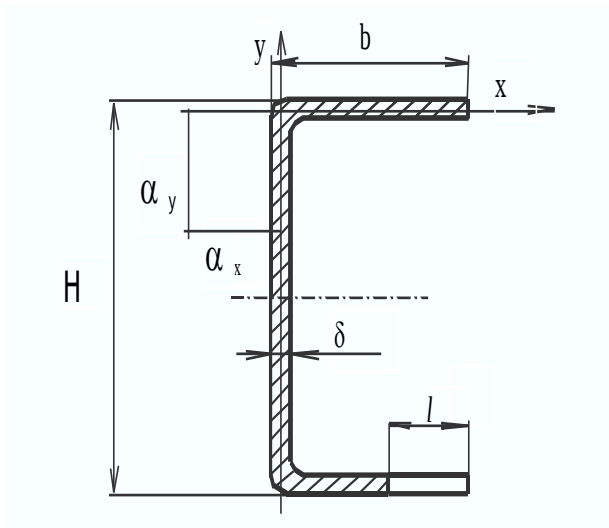


Рис. 1. До визначення лінійних і секторіальних координат гнутого швелера з послабленням у вигляді крайової тріщини.

Нормальні напруження необхідно вибрати так, щоб вони повністю відповідали реальній картині розподілу напружень у перерізі полицки з послабленням, тобто номінальним напруженням $\sigma_{\text{ном}}^{(p)}$ і $\sigma_{\text{ном}}^{(zg)}$. У свою чергу ця задача полягає у визначенні напружено-деформованого стану в нетто-перерізі стержня (заштрихована область на рис. 1), що є несиметричним гнутим швелером з довжиною нижньої полицки

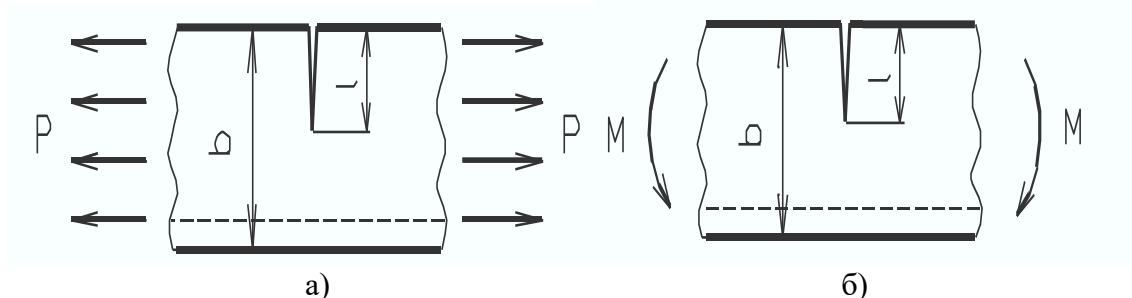
$$b_1 = b - l = b(1 - \varepsilon)$$


Рис. 2. Схема навантаження полицок при депланації швелера:

a – розтяг; b – згин.

Розподіл нормальних напружень, що виникають у нетто-перерізі швелера, базується, перш за все, на визначенні секторіальних геометричних характеристик цього перерізу. Для розв'язку задачі використаємо метод інтегрування довільних епюр, що дозволяє визначити координати центру згину α_x і α_y та секторіальний момент інерції гнутого швелера з тріщиною I_ω [3].

Для цього, по аналогії з [3], будемо довільні епюри лінійних x , y , z і секторіальних ω координат даного перерізу так, щоб максимально їх спростити і зменшити кількість обчислень при інтегруванні. Зокрема, при побудові епюри X за нульову лінію вибираємо вісь стінки швелера і додатній напрямок відраховуємо вправо; при побудові епюри Y за нульову лінію вибираємо вісь верхньої полицки швелера і додатній напрямок – вгору. Епюру Z приймаємо з постійними, рівними одиниці координатами для всіх точок перерізу. Четверту секторіальну епюру ω_0 – епюру секторіальних площ, будемо з полюсом у точці перетину вісі верхньої полицки з віссю стінки і з початковою точкою в перетині вісі стінки з віссю нижньої полицки. Вказані епюри зображені на рис. 3. Епюра головних секторіальних координат профілю ω , що визначає закон розподілу нормальних напружень σ_ω при стисненому крученні,

ортогональна з епюрами його лінійних координат x і y (визначають розподіл нормальних напружень при згині) й з рівномірною епюрою Z (відповідає закономірності розподілу нормальних напружень при рівномірному розтягу), тобто повинна задовільняти наступні умови:

$$\begin{aligned} \int_F \omega \cdot x dF &= 0; & \int_F \omega \cdot y dF &= 0; \\ \int_F \omega \cdot z dF &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Обчислимо інтеграли по всій площі перерізу від квадратів цих епюр і їх добутків, взятих попарно. Введемо позначення: $s_1 = b \cdot \delta$; $s_2 = H \cdot \delta$ - відповідно площі полицки і стінки швелера, і $\xi = 1 - \varepsilon$.

$$\begin{aligned} \int_F x^2 dF &= \frac{1}{3} b^2 s_1 (1 + \xi^3); & \int_F y z dF &= -\frac{1}{2} H (s_2 + 2s_1 \xi); \\ \int_F y^2 dF &= \frac{1}{3} H^2 (s_2 + 3s_1 \xi); & \int_F x \omega_0 dF &= \frac{1}{3} b^2 H s_1 \xi^3; \\ \int_F z^2 dF &= s_1 (1 + \xi) + s_2; & \int_F y \omega_0 dF &= -\frac{1}{2} b H^2 s_1 \xi^2; \\ \int_F x y dF &= -\frac{1}{2} b H s_1 \xi^2; & \int_F z \omega_0 dF &= \frac{1}{2} b H s_1 \xi^2; \\ \int_F x z dF &= \frac{1}{2} b s_1 (1 + \xi^2); & \int_F \omega_0^2 dF &= \frac{1}{3} b^2 H^2 \xi^3 \end{aligned} \quad (3)$$

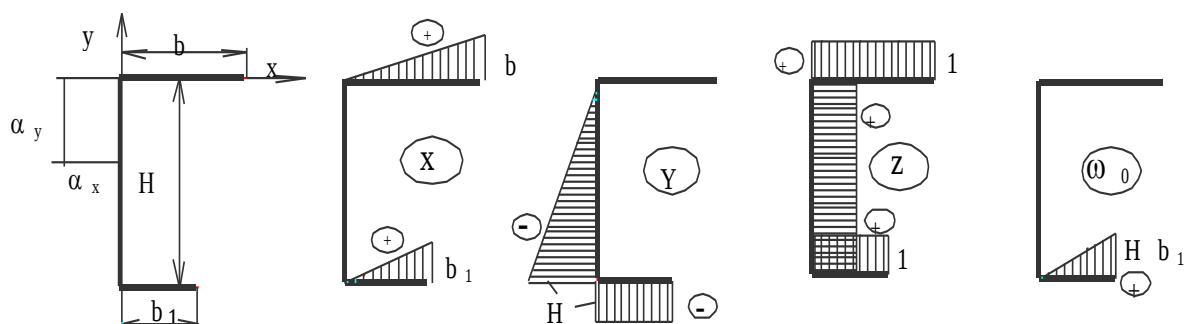


Рис.3. Епюри лінійних і секторіальних координат перерізу швелера з послабленням полицки.

Позначимо через α_x і α_y координати центру згину перерізу у вибраній системі координат, а також розглянемо величину

$$\beta = \alpha_x \cdot y_0 - \alpha_y \cdot x_0, \quad (4)$$

де (x_0, y_0) - координати головної секторіальної точки. Для обчислення шуканих параметрів α_x , α_y і β , враховуючи (3) і після перетворень отримаємо систему алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{aligned} 2b(1 + \xi^3)\alpha_y + 3H\xi^2\alpha_x + 3(1 + \xi^2)\beta &= -2bH\xi^3 \\ 3bs_1\xi^2\alpha_y + 2H(s_2 + 3s_1\xi)\alpha_x + 3(s_2 + 2s_1\xi)\beta &= -3bHs_1\xi^2 \\ bs_1(1 + \xi^2)\alpha_y + H(s_2 + 2s_1\xi)\alpha_x + 2(s_2 + s_1 + s_1\xi)\beta &= -bHs_1\xi^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (5), визначимо

$$\alpha_y = \frac{A_1}{A} ; \quad \alpha_x = \frac{A_2}{A} ; \quad \beta = \frac{A_3}{A} , \quad (6)$$

де A_1, A_2, A_3 – визначники третього порядку:

$$\begin{aligned} A &= 2bH \left[(s_2^2 + s_1s_2) + s_1(4s_2 + 3s_1)\xi + 3s_1s_2\xi^2 + \right. \\ &\quad \left. + s_2(s_2 + 4s_1)\xi^3 + s_1(s_2 + 3s_1)\xi^4 \right] \\ A_1 &= -bH^2\xi^2 \left[3s_1s_2 + (2s_2^2 + 8s_1s_2)\xi + (2s_1s_2 + 6s_1^2)\xi^2 \right] \\ A_2 &= -3b^2H\xi^2 \left[(2s_1s_2 + s_1^2) + 2s_1s_2\xi + s_1^2\xi^2 \right] \\ A_3 &= b^2H^2\xi^2 \left[2s_1s_2 + 4s_1s_2\xi + 3s_1^2\xi^2 \right] . \end{aligned} \quad (7)$$

Співвідношення (6)–(7) визначають координати центру згину і нульової секторіальної точки для нетто-перерізу гнутого швелера. Слід зазначити, що при $\xi = 1$ (тобто $\mathcal{E} = 0$ – тріщина відсутня), із цих залежностей отримуємо:

$$\begin{aligned} \alpha_y &= -\frac{H}{2} ; \quad \alpha_x = -3\frac{s_1^2 + 2s_1s_2}{2s_2^2 + 13s_1s_2 + 6s_1^2} ; \\ \beta &= -bH\frac{\alpha_x}{2} \end{aligned} \quad (8)$$

Для визначення секторіального моменту інерції перерізу скористаємось формулою

$$I_\omega = \alpha_y \int_F x \omega_0 dF - \alpha_x \int_F y \omega_0 dF + \beta \int_F z \omega_0 dF + \int_F \omega_0^2 dF . \quad (9)$$

Підставляючи наведені вище значення інтегралів і параметрів $\alpha_y, \alpha_x, \beta$, отримаємо

$$I_\omega = bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)/6A . \quad (10)$$

Епюра головних секторіальних координат описується співвідношенням

$$\omega = \alpha_y x - \alpha_x y + \beta z + \omega_0 , \quad (11)$$

що в межах нетто-перерізу полички швелера ($y = -H, 0 \leq x \leq b\xi$) дає

$$\omega = [x(A_1 + HA) + HA_2 + A_3]/A \quad (12)$$

Підставляючи (10) і (12) в (1), визначимо шуканий розподіл нормальних напружень у розглядуваному нетто-перерізі

$$\sigma_\omega = 6B_\omega \frac{x(A_1 + HA) + HA_2 + A_3}{bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)} . \quad (13)$$

Розіб'ємо цю лінійну епюру напружень на складові, що відповідають розтягу і чистому згину. З цією метою визначимо номінальні напруження у вершині тріщини (точка 1: $x = b_1 = b \cdot \xi$) і в кутовій точці перетину стінки й полички швелера (точка 2: $x = 0$). Після відповідних обчислень отримаємо

$$\sigma_1 = 6B_\omega \frac{b\xi(A_1 + HA) + HA_2 + A_3}{bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)}; \quad (14)$$

$$\sigma_2 = 6B_\omega \frac{HA_2 + A_3}{bHs_1\xi^2(2A_1b\xi + 3A_2H + 3A_3 + 2AbH\xi)}.$$

Очевидно, що номінальні напруження від розтягу і чистого згину $\sigma_{ном}^{(p)}$ і $\sigma_{ном}^{(32)}$ відповідно виражаються через отримані значення в граничних точках співвідношеннями

$$\sigma_{ном}^{(p)} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad \sigma_{ном}^{(32)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (15)$$

Таким чином, враховуючи це і розкриваючи визначники A, A_1, A_2, A_3 , отримуємо

$$\sigma_{ном}^{(p)} = 3B_\omega \frac{2s_2(s_2 + s_1) - s_1s_2\xi^2}{bHs_1\xi^2 \cdot [4s_2(s_2 + s_1) + s_1(4s_2 + 3s_1)\xi]}; \quad (16)$$

$$\sigma_{ном}^{(32)} = 3B_\omega \frac{2s_2(s_2 + s_1) + 2s_1(4s_2 + 3s_1)\xi + 3s_1s_2\xi^2}{bHs_1\xi^2 \cdot [4s_2(s_2 + s_1) + s_1(4s_2 + 3s_1)\xi]}.$$

Враховуючи, що для бездефектного швелера секторіальний момент опору становить

$$W_\omega = bHs_1 \frac{s_2 + 3s_1}{6(3s_1 + 2s_2)}$$

і переходячи від геометричного параметра $\xi = 1 - \varepsilon$ до $\varepsilon = l/b$, подамо залежність (15) так:

$$\sigma_{ном}^{(p)} = \frac{B_\omega(3 + \lambda)[\lambda(1 + 2\lambda) + 2\lambda\varepsilon - \lambda\varepsilon^2]}{2W_\omega(3 + 2\lambda)(1 - \varepsilon)^2[3 + 4\lambda(2 + \lambda) - (3 + 4\lambda)\varepsilon]}; \quad (17)$$

$$\sigma_{ном}^{(32)} = \frac{B_\omega(3 + \lambda)[6 + \lambda(13 + 2\lambda) - 2(3 + 7\lambda)\varepsilon + 3\lambda\varepsilon^2]}{2W_\omega(3 + 2\lambda)(1 - \varepsilon)^2[3 + 4\lambda(2 + \lambda) - (3 + 4\lambda)\varepsilon]},$$

$$\text{де } \lambda = \frac{s_2}{s_1}.$$

Формули (17) дають можливість оцінити нормальні номінальні напруження, що діють в перерізі гнутого швелера з послабленням у вигляді тріщини, котрий знаходиться в умовах стисненого кручення.

The article deals with analyses of redistribution of nominal stresses in cross-sections weakened by crack while being loaded by bend-torsion bimoments.

Література

1. Андрейкив А. Е., Дарчук А. И. Усталостное разрушение и долговечность конструкций. – К.: Наукова думка, 1992. – 184 с.
2. Власов В. З. Тонкостенные упругие стержни. – М.: Физматгиз, 1959. – 402 с.
3. Бычков Д. В. Строительная механика стержневых конструкций. – М.: Госстройиздат, 1962. – 386 с.

Одержано 04.09.2000 р.