

УДК. 539.3

О.Шаблій, докт.фіз.-мат.наук; Н.Гащин

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА РОЗВ'ЯЗУЮЧІ РІВНЯННЯ ДЛЯ СТВОРЕННЯ НЕОБХІДНОГО ПОЛЯ ПЕРЕМІЩЕНЬ У В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ ДИСКАХ ПРИ МІНІМАЛЬНИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ ЗАТРАТАХ

В даній статті методом множників Лагранжа одержана система диференціальних рівнянь керування питомою потужністю теплових джерел при мінімальних енергозатратах з метою створення необхідного поля переміщень. Задачі в такій постановці важливі при посадці та рихтовці деталей. Показано, що оптимальним шляхом нагріву досягається економія понад 20 % в порівнянні з режимами нагріву постійною потужністю теплових джерел.

Елементарні розрахунки посадки дисків з допомогою температурного поля без дослідження можливості економії енергії зроблено в роботі [1]. В роботах [2,3] досліджується управління напруженнями і переміщеннями в елементах конструкцій з допомогою температурних полів, які знаходять в результаті розв'язування обернених задач термопружності. Оптимізації керування напружено-деформованим станом тонких дисків присвячена стаття [4].

В рамках теорії малих переміщень і деформацій необхідно побудувати основні рівняння, граничні і часові умови для знаходження розподілу теплових джерел з метою створення таких переміщень, що задовольняють наперед заданій умові задачі. Така постановка задач зустрічається в технологічних процесах посадки, рихтовки та інших. Важливо підкреслити, що задачі такого типу будуть розв'язуватися при мінімальних енергетичних затратах.

Надалі ми зосередимось тільки на задачах посадки круглих дисків. Викладки будемо проводити для дисків із в'язкопружних матеріалів, через те, що в процесі нагріву матеріали проявляють як пружні так і в'язкі властивості.

Нехай тонкий кільцевий диск має товщину $2h$ і радіуси внутрішнього і зовнішнього контурів відповідно R_1 і R_2 . Сектор диску $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$ знаходиться під дією теплових джерел інтенсивності $W(r, \varphi, z, t)$.

Потрібно знайти режим нагріву, при якому за час термообробки τ отримується задане або близьке до заданого поле переміщень при мінімальних енергетичних затратах.

Розглянемо надалі випадок плоского напруженого і деформованого стану і віднесемо диск до циліндричної системи координат (r, φ) , в якій деформації і переміщення зв'язані залежностями [5].

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{r}; \quad \varepsilon_{12} = r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi}, \quad (1)$$

де u, v - компоненти переміщень в довільній точці серединної поверхні диска в радіальному та кільцевому напрямку.

Рівняння рівноваги елемента диску мають вигляд

$$\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{r} = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \varphi} + \frac{2\sigma_{12}}{r} = 0, \quad (2)$$

в яких $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ - компоненти тензора напружень, які діють в довільній точці диска.

Фізичні співвідношення в'язкопружного тіла приймаємо згідно моделі Максвелла [6]

$$\dot{\varepsilon}_{11} = \frac{1}{2G} \left\{ \dot{\sigma}_{11} + \tau_n^{-1} \sigma_{11} - \left(\left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \frac{1}{3} (\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}) + \frac{1}{3} \tau_n^{-1} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - 2G\alpha_T \dot{T} \right) \right\}; \quad (3)$$

$$\dot{\varepsilon}_{22} = \frac{1}{2G} \left\{ \dot{\sigma}_{22} + \tau_n^{-1} \sigma_{22} - \left(\left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \frac{1}{3} (\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}) + \frac{1}{3} \tau_n^{-1} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - 2G\alpha_T \dot{T} \right) \right\};$$

$$\dot{\sigma}_{12} + \tau_n^{-1} \sigma_{12} = 2G\varepsilon_{12},$$

де $\tau_n = \frac{\eta_n}{G}$ - час релаксації напружень, η_n - коефіцієнт в'язкості при зсуві,

$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ - модуль зсуву, $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$, E - модуль Юнга, μ - коефіцієнт Пуасона,

T - температура у довільній точці диска.

Вважаємо, що має місце повна симетрія процесу нагріву і теплообміну із зовнішнім середовищем відносно серединної площини диска. Тоді рівняння теплопровідності для усередненої по товщині диска температури при умові, що на поверхні диска $z = \pm h$ здійснюється конвективний теплообмін із зовнішнім середовищем з однаковим коефіцієнтом теплообміну α , має вигляд [7]

$$\frac{1}{a} \dot{T}_1 = \Delta T_1 + \frac{1}{\lambda_g} w, \quad (4)$$

де a - коефіцієнт температуропровідності, $\lambda_g = c \rho a$, ρ - густина, c - питома теплоємність теплових джерел і оператор Лапласа записується так

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} - m^2, \quad (5)$$

в якому $m^2 = \frac{\alpha}{\lambda h}$, α - коефіцієнт тепловіддачі на поверхнях $z = \pm h$.

В рівнянні (4) зроблено позначення

$$T_1 = T^* - t_c, \quad T^* = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} T dz, \quad w = \frac{1}{2h} \int_{-h}^{+h} W dz, \quad (6)$$

t_c - температура навколишнього середовища.

Для знаходження однозначного розв'язку приведеної системи рівнянь повинні бути задані граничні і початкові умови. Легко бачити, що задача теплопровідності не зв'язана з задачею термов'язкопружності і тому приведено спочатку крайові умови для цієї задачі.

Нехай в початковий момент часу температура диску постійна і рівна температурі зовнішнього середовища t_c . Тоді має місце така початкова умова

$$T_1 = 0 \quad \text{при} \quad t = 0 \quad (7)$$

Якщо на краях диска $r = R_{1,2}$ і $\varphi = \varphi_{1,2}$ мають місце умови конвективного теплообміну з коефіцієнтом теплообміну α , то відповідні граничні умови запишуться так

$$\frac{\partial T_1}{\partial r} \mp k T_1 = 0 \quad \text{при} \quad r = R_{1,2}; \quad (8)$$

$$\frac{\partial T_1}{r \partial \varphi} \mp k T_1 = 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \varphi_{1,2}, \quad k = \frac{\alpha}{\lambda_g}. \quad (9)$$

Граничні умови задачі термов'язкопружності залежать від умов закріплення і навантаження відповідних країв диска. Так, наприклад, якщо край $r = R_i$ ($i = 1, 2$) вільний від навантаження і закріплення, то граничні умови такі

$$\sigma_{11} = 0; \quad \sigma_{12} = 0; \quad r = R_i \quad (i = 1, 2). \quad (10)$$

Аналогічно для вільного від закріплення і навантаження краю $\varphi = \varphi_i$ ($i = 1, 2$) маємо

$$\sigma_{22} = 0; \quad \sigma_{12} = 0; \quad \varphi = \varphi_i \quad (i = 1, 2). \quad (11)$$

Якщо будь-який з цих країв закріплений від будь-якого переміщення, то там маємо

$$u = 0; \quad v = 0. \quad (12)$$

Можуть бути випадки, коли переміщення деякого краю обмежені в одному напрямку і вільні в другому. Наприклад, якщо краї $\varphi = \varphi_1$ і $\varphi = \varphi_2$ закріплені від переміщення в кільцевому напрямку і вільні в радіальному напрямку, то граничні умови будуть такими

$$v = 0; \quad \sigma_{12} = 0. \quad (13)$$

Очевидно, що можуть бути і інші умови закріплення.

Рівняння (1), (2), (3), (4) разом з граничними і часовими умовами складають замкнуту систему рівнянь задачі термов'язкопружності, яка дає змогу при заданому розподілі густини теплових джерел знайти температуру, напруження і переміщення в кожній точці диска і для будь-якого моменту часу.

В залежності від того, яка мета переслідується при розв'язуванні задачі, повинен бути математично сформульований критерій якості. Так в задачах посадки або рихтовки тонких елементів конструкцій та деталей машин виникає потреба створення необхідних переміщень по всій області деталі чи деякій її частині. В багатьох випадках технологічно це робиться за допомогою температурного поля, яке створюється температурними джерелами різної фізичної природи. В даній роботі ставиться задача розробити алгоритм саме такого нагріву тонких дисків при мінімальних енергетичних затратах.

Якщо потрібно за заданий час отримати поле переміщень, близьке до заданого, то функціонал мети може бути записаний у вигляді

$$I_1 = \int_0^\tau \int_{R_1}^{R_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [S_1(u - u_3)^2 + S_2(v - v_3)^2] r dr d\varphi dt \rightarrow \min, \quad (14)$$

в якому $u_3(r, \varphi)$, $v_3(r, \varphi)$ - компоненти заданих переміщень, S_1, S_2 - вагові множники, які можуть бути постійними або функціями координат і часу і дають змогу скоректувати поставлену мету в тій чи іншій області для більш точного виконання деяких додаткових умов чи послаблення інших.

Функціонал мети оптимального використання потужності теплових джерел може бути описаний математично так

$$I_2 = \int_0^\tau \int_{R_1}^{R_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} [(w)^2] r dr d\varphi dt \rightarrow \min \quad (15)$$

Якщо ставиться задача створення за час τ переміщення u_0 на внутрішньому контурі диску $r = R_1$, то цю умову запишемо так

$$\int_0^\tau \int_{R_1}^{R_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\frac{4}{r} (u - u_0) \delta(r - R_1) \delta(t - \tau) \right) d\varphi r dr dt = 0, \quad (16)$$

де $\delta(r - R_1)$, $\delta(t - \tau)$ -функції Дірака.

Для цієї задачі знайдемо розв'язуючу систему рівнянь. Вважаємо умову (16) ізопериметричною умовою варіаційної задачі (15) і запишемо розширений функціонал

$$\begin{aligned} I_2 = & \int_0^\tau \int_{R_1}^{R_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left\{ \frac{4\psi}{r} (u - u_0) \delta(r - R_1) \delta(t - \tau) + w^2 + \right. \\ & + \bar{u} \left(\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial \varphi} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{r} \right) + \bar{v} \left(\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial \varphi} + \frac{2\sigma_{12}}{r} \right) + \\ & + \bar{\sigma}_{11} \left(\varepsilon_{11} - \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \bar{\sigma}_{22} \left(\varepsilon_{22} - \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{u}{r} \right) + \\ & + \bar{\sigma}_{12} \left(2\varepsilon_{12} - r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \bar{\varepsilon}_{12} \left(\dot{\varepsilon}_{12} - \frac{1}{2G} (\dot{\sigma}_{12} + \tau_n^{-1} \sigma_{12}) \right) + \\ & + \bar{\varepsilon}_{11} \left(\dot{\varepsilon}_{11} - \frac{1}{2G} \left(\dot{\sigma}_{11} + \tau_n^{-1} \sigma_{11} - \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) (\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}) + \frac{\tau_n^{-1}}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - 2G\alpha_T \dot{T}_1 \right] \right) \right) + \\ & + \bar{\varepsilon}_{22} \left(\dot{\varepsilon}_{22} - \frac{1}{2G} \left(\dot{\sigma}_{22} + \tau_n^{-1} \sigma_{22} - \left[\frac{1}{3} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) (\dot{\sigma}_{11} + \dot{\sigma}_{22}) + \frac{\tau_n^{-1}}{3} (\sigma_{11} + \sigma_{22}) - \right. \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \left. - 2G\alpha_T \dot{T}_1 \right] \right) \right) + \end{aligned} \quad (17)$$

$$+ \bar{T} \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{\partial T_1}{r \partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{r^2 \partial \varphi^2} - m^2 T_1 + \frac{w}{\lambda_g} - \frac{1}{a} \dot{T}_1 \right) \Bigg\} d\varphi r dr dt \rightarrow \min .$$

Надалі вважаємо, що визначальні функції в $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{12}, u, v, T_1, w$ є незалежними між собою і запишемо необхідну умову мінімуму розширеного функціоналу у вигляді

$$\delta I_2 = 0; \quad (18)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{12}} \delta \sigma_{12} + \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22} + \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{11}} \delta \varepsilon_{11} + \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{22}} \delta \varepsilon_{22} + \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{12}} \delta \varepsilon_{12} + \\ & + \frac{\partial I_2}{\partial u} \delta u + \frac{\partial I_2}{\partial v} \delta v + \frac{\partial I_2}{\partial T_1} \delta T_1 + \frac{\partial I_2}{\partial w} \delta w = 0. \end{aligned}$$

Внаслідок того, що $\delta \sigma_{11}, \delta \sigma_{22}, \delta \sigma_{12}, \delta \varepsilon_{11}, \delta \varepsilon_{22}, \delta \varepsilon_{12}, \delta u, \delta v, \delta T_1, \delta w$ є теж незалежними між собою, то умови стаціонарності функціоналу будуть

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{11}} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{22}} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial \sigma_{12}} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{11}} &= 0; \\ \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{22}} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial \varepsilon_{12}} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial u} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial v} &= 0; \\ \frac{\partial I_2}{\partial T_1} &= 0; & \frac{\partial I_2}{\partial w} &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Знайшовши частинні похідні в (19), одержимо наступні диференціальні рівняння для визначення множників Лагранжа

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{1}{2G} \left(\dot{\bar{\varepsilon}}_{11} - \tau_n^{-1} \bar{\varepsilon}_{11} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \left(\dot{\bar{\varepsilon}}_{11} + \dot{\bar{\varepsilon}}_{22} \right) + \frac{\tau_n^{-1}}{3} (\bar{\varepsilon}_{11} + \bar{\varepsilon}_{22}) \right) = 0; \\ & -\frac{\bar{u}}{r} - \frac{\partial \bar{v}}{r \partial \varphi} + \frac{1}{2G} \left(-\dot{\bar{\varepsilon}}_{22} - \tau_n^{-1} \bar{\varepsilon}_{22} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \left(\dot{\bar{\varepsilon}}_{11} + \dot{\bar{\varepsilon}}_{22} \right) + \frac{\tau_n^{-1}}{3} (\bar{\varepsilon}_{11} + \bar{\varepsilon}_{22}) \right) = 0; \\ & \frac{\partial \bar{u}}{r \partial \varphi} - \frac{1}{r} \frac{\partial (r \bar{v})}{\partial r} + \frac{2 \bar{v}}{r} + \frac{1}{2G} \partial \dot{\bar{\varepsilon}}_{12} - \frac{\tau_n^{-1}}{2G} \bar{\varepsilon}_{12} = 0; \\ & \frac{4 \nu}{r} \delta(r - R_1) \delta(t - \tau) + \frac{\partial (\bar{\sigma}_{11} r)}{r \partial r} - \frac{\bar{\sigma}_{22}}{r} + \frac{\partial \bar{\sigma}_{12}}{r \partial \varphi} = 0; \\ & \frac{\partial \bar{\sigma}_{12}}{\partial r} + \frac{\partial (\bar{\sigma}_{22})}{r \partial \varphi} + \frac{2 \bar{\sigma}_{12}}{r} = 0; \\ & \bar{\sigma}_{11} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{11}; \quad \bar{\sigma}_{22} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{22}; \quad 2 \bar{\sigma}_{12} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{12}; \quad 2w + \frac{\bar{T}}{2 \lambda_g} = 0; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\alpha_T \left(\dot{\bar{\varepsilon}}_{11} + \dot{\bar{\varepsilon}}_{22} \right) + \frac{\partial^2(r\bar{T})}{r\partial r^2} + \frac{\partial^2\bar{T}}{r^2\partial\varphi^2} - \frac{\partial\bar{T}}{r\partial r} - m^2\bar{T} + \frac{1}{a}\dot{\bar{T}} = 0$$

Множники Лагранжа повинні також задовільняти наступній інтегральній умові, яка теж отримується з умови стаціонарності розширеного функціоналу

$$\begin{aligned} & \int_0^\tau \left[\int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} \left[(\bar{v} \delta\sigma_{22} + \bar{u} \delta\sigma_{12} - \bar{\sigma}_{12} \delta u - \bar{\sigma}_{22} \delta v) \right]_{\varphi_1}^{\varphi_2} dr - \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{r} \left[\left(\frac{\partial\bar{T}}{r\partial\varphi} + k\bar{T} \right) \right]_{\varphi_2} \delta T_1(\varphi_2) + \left(\frac{\partial\bar{T}}{r\partial\varphi} - k\bar{T} \right) \right]_{\varphi_1} \delta T_1(\varphi_1) \left. \right] r dr + \\ & \quad + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left(\bar{u} \delta\sigma_{11} + \bar{v} \delta\sigma_{12} - \bar{\sigma}_{11} \delta u - \bar{\sigma}_{12} \delta v \right) \Big|_{R_1}^{R_2} + \\ & \quad + \frac{1}{r} \left(- R_2 \left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial r} + k\bar{T} \right) \right)_{r=R_2} \delta T_1(R_2) + R_1 \left(\frac{\partial\bar{T}}{\partial r} - k\bar{T} \right) \Big|_{r=R_1} \delta T_1(R_1) \left. \right] r d\varphi \Bigg] dt + \\ & \quad + \int_{R_1}^{R_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \left[\bar{\varepsilon}_{11} \delta\varepsilon_{11} + \bar{\varepsilon}_{22} \delta\varepsilon_{22} + \bar{\varepsilon}_{12} \delta\varepsilon_{12} - \frac{1}{2G} \bar{\varepsilon}_{11} \delta\sigma_{11} + \frac{1}{6G} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \bar{\varepsilon}_{11} \delta\sigma_{11} + \right. \\ & \quad + \frac{1}{6G} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \bar{\varepsilon}_{22} \delta\sigma_{11} - \frac{1}{2G} \bar{\varepsilon}_{22} \delta\sigma_{22} + \frac{1}{6G} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \bar{\varepsilon}_{11} \delta\sigma_{22} + \\ & \quad \left. + \frac{1}{6G} \left(1 - \frac{2G}{3K} \right) \bar{\varepsilon}_{22} \delta\sigma_{22} - \frac{1}{2G} \bar{\varepsilon}_{12} \sigma_{12} - \bar{\varepsilon}_{11} \alpha_T \delta T_1 - \bar{\varepsilon}_{22} \alpha_T \delta T_1 - \bar{T} \frac{1}{a} \delta T_1 \right] \Bigg]_{\varphi_1}^{\varphi_2} r dr d\varphi = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

З допомогою останньої інтегральної умови, в залежності від граничних і часових умов на визначальні функції, можна сформулювати граничні і часові умови для множників Лагранжа для всіх форм закріплення диску, а також для всіх випадків початкових умов, які можуть мати місце в технологічному процесі. Зауважимо, що в інтегральних умовах (21) вже використано граничні умови (8), (9), і з (21) бачимо, що граничні умови для $\bar{T}$ наступні

$$\frac{\partial\bar{T}}{\partial r} \mp k\bar{T} = 0 \quad \text{при} \quad r = R_{1,2}, \quad (22)$$

$$\frac{\partial\bar{T}}{r\partial\varphi} \mp k\bar{T} = 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \varphi_{1,2}. \quad (23)$$

Для прикладу приведемо граничні і часові умови для множників Лагранжа у випадку, коли краї диску $r = R_{1,2}$ вільні від навантаження і закріплення, а на краях

$\varphi = \varphi_{1,2}$ виконуються умови (13). В початковий момент часу справедлива умова (7) і в диску відсутні напруження, деформації і переміщення. Тоді отримаємо

$$\bar{\sigma}_{11} = 0, \quad \bar{\sigma}_{12} = 0 \quad \text{при} \quad r = R_{1,2}; \quad (24)$$

$$\bar{v} = 0, \quad \bar{\sigma}_{12} = 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \varphi_{1,2}; \quad (25)$$

$$\bar{\varepsilon}_{11} = 0, \quad \bar{\varepsilon}_{22} = 0, \quad \bar{\varepsilon}_{12} = 0, \quad \bar{T} = 0 \quad \text{при} \quad t = \tau. \quad (26)$$

Для того, щоб отримана система рівнянь прямої і спряженої задачі була повною, до неї необхідно додати рівняння

$$u = u_0 \quad \text{при} \quad r = R_1, \quad t = \tau. \quad (27)$$

Отже, нами отримана повна система рівнянь і крайові умови для одного з можливих варіантів закріплення, які дозволяють розв'язувати ряд задач, пов'язаних з технологічними процесами посадки, рихтовки, формоутворення і т.і.

The system of differential equations controlling the thermal sources specific capacity under minimum energy expenses by the Lagrange multiplier method is obtained for the creation of the necessary transmission field. Treated in such a way these problems are of importance for setting and straightening of parts. It is shown that the effective way of heating causes the energy saving by more than 20% as compared with that of the thermal sources constant capacity heating.

Література

1. Новиков М.П. Основы технологии сборки машин и механизмов.- М.:Машиностроение, 1969.-532 с.
2. Вигак В.М. Управление температурными напряжениями и перемещениями.-Киев:Наук.думка,1988.- 312 с.
3. Вигак В.М., Ясинский А.В. Оптимизация осесимметричных термоупругих напряжений и перемещений круглой пластины//Докл.АН.УССР.Сер.А.-1985.-№12.-С.24-26.
4. Шаблій О.Н., Зарецкий В.И. Оптимальное управление напряженно-деформированным состоянием диска//Прикладная механика,1981,т. XVII, №8,С.69-74.
5. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести.-М.:Высш. школа,1961.-537 с.
6. Фрейденталь С. и Гейнригер Х. Математическая теория неупругой сплошной среды. М.:Физматгиз,1962. - 432 с.
7. Лыков А.В. Теория теплопроводности.-М.:Высш.школа,1967.-600 с.

Одержано 05.12.2000 р.