

УДК 504.4.054.064

І.Коноваленко, канд. техн. наук; О.Буняк

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

АЛГОРИТМІЧНЕ ТА МАТЕМАТИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ ПРОЦЕСУ ВІДСТОЮВАННЯ РІДИНИ

У статті описано алгоритм прогнозування процесу відстоювання рідин. Розроблено необхідне математичне забезпечення для практичної реалізації алгоритму за допомогою ЕОМ. Використання приведеного способу прогнозування дозволяє визначати час закінчення процесу відстоювання з випередженням, яке становить від 15% до 45% від загальної тривалості процесу відстоювання. Конкретний час випередження прогнозуючої моделі залежить від тривалості активної фази процесу відстоювання та моменту її настання. Прогнозуюча модель призначена для моделювання активної фази процесу відстоювання рідини.

1. Постановка задачі прогнозування процесу відстоювання

Експериментальні дослідження показують, що кожний етап процесу відстоювання рідини характеризується властивою лише йому залежністю швидкості зміни її прозорості, що дозволяє використовувати цей параметр для прогнозування процесу [1,2]. Прогнозуюча система має забезпечувати видавання інформації про ймовірний момент закінчення процесу відстоювання та довірчий інтервал, у якому він знаходиться з певною довірчою ймовірністю.

Прогнозуюча система має задовольняти таким вимогам:

1. Розпізнавати та відповідно реагувати на випадкові зміни (флуктуації) швидкості та тренду (тобто екстраполяції розвитку процесу) і кута його нахилу [3].
2. Бути адаптивною як до тренду, так і до кута його нахилу, тобто її чутливість повинна мати можливість змінюватися в певних межах [4].
3. Видавати не лише кількісне значення прогнозованої величини, але й імовірність розподілу параметрів процесу, виявляючи існуючу невизначеність оцінки тренду та кута його нахилу [3, 5].

2. Алгоритм прогнозування

Алгоритм прогнозування має такі стадії:

1. Отримання початкової інформації про процес відстоювання.
2. Фільтрування вхідного потоку даних з метою видалення з основного сигналу випадкової шумової складової.
3. Усереднення пакетів даних.
4. Аналіз отриманої множини даних на можливість здійснення прогнозу.
5. У випадку можливості прогнозу побудова прогнозуючої моделі, в іншому випадку- очікування наступного пакету даних, його ввід та перехід до п.2.
6. Розрахунок за отриманою моделлю подальшого ходу процесу відстоювання, видавання інформації про момент закінчення відстоювання.
7. Оцінка точності прогнозуючої моделі.

3. Математичне забезпечення алгоритму

Вхідні дані представляють собою матрицю S_T :

$$S_T = \begin{pmatrix} t_1 & S_1 \\ t_2 & S_2 \\ \dots & \dots \\ t_N & S_N \end{pmatrix}, \quad (1)$$

де t_i - час;

S_i - швидкість зміни прозорості (далі- швидкість) у момент часу t_i , $i=1,\overline{N}$;

N - кількість значень швидкості у серії даних.

Для зменшення впливу шумів, зумовлених флуктуаціями концентрації завислих частинок у різних зонах рідини, на точність визначення швидкості ми використали два методи згладжування вихідних даних: метод видалення вищих гармонік шляхом спектрального аналізу вхідних даних, і метод цифрового фільтрування з наступним усередненням пакетів даних. Згладжування дозволяє виявити основні тенденції зміни швидкості [6, 7].

3.1. Згладжування через аналіз спектру швидкості зміни прозорості рідини

Даний метод згладжування поділяється на такі стадії:

1. Проведення трансформації Фур'є вихідного часового ряду швидкості (1).
2. Аналіз амплітудного спектру швидкості з метою виділення гармонік, які задають специфіку зміни швидкості.
3. Формування згладженої множини значень швидкості на основі виявлених гармонік.

У результаті перетворення Фур'є над вихідним часовим рядом утвориться матриця

$$\mathbf{S}_{TG} = \begin{pmatrix} t_1 & S_{G1} \\ t_2 & S_{G2} \\ \dots & \dots \\ t_N & S_{GN} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

у якій кожен елемент S_{Gi} обчислюється за формулою:

$$S_{Gi} = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{N_G} a_k \cos k\omega_0 t + \sum_{k=1}^{N_G} b_k \sin k\omega_0 t. \quad (3)$$

де a_k, b_k - коефіцієнти трансформації в ряд Фур'є ($k=0,1,\dots,N_G$);

N_G - кількість гармонік розкладу в ряд Фур'є;

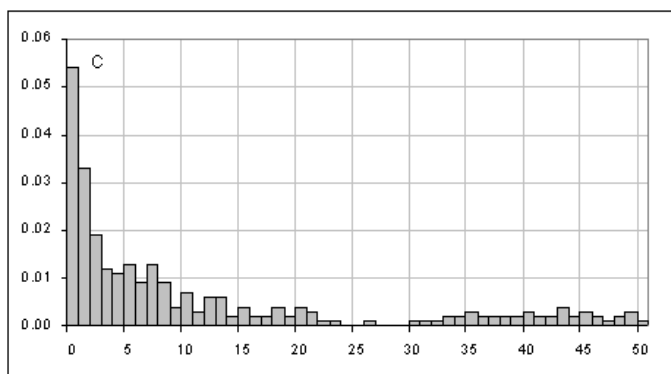
ω_0 - частота основної гармоніки.

На рис. 1 подано амплітудний спектр швидкості для рідин із різним вмістом сухих речовин (СР).

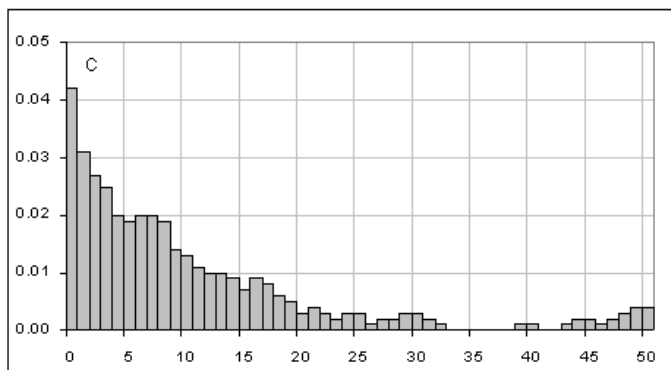
Аналіз спектру дозволяє виявити гармоніки з найбільшою вагою при утворенні швидкості зміни прозорості. Так, для рідини з концентрацією СР 33 г/л (рис. 1) найбільшою амплітудою ($> 0,01 \text{ \%}/\text{с}$) характеризуються гармоніки до сьомої включно (частоти до $0,026 \text{ с}^{-1}$). Для операції згладжування слід використовувати лише ці гармоніки, відкинувши всі інші.

Результати експериментів з відстоювання напівпродуктів цукрової промисловості показують, що загалом для спектру рідин з більшою концентрацією СР характерна наявність низькоамплітудних високочастотних гармонік. Поряд з цим рідини з меншою концентрацією СР характеризуються низькочастотними гармоніками більшої амплітуди. Кількість вищих гармонік у спектрі зростає також із збільшенням температури.

Сформований таким чином часовий ряд містить згладжені значення швидкості. На рис. 2 показано графіки залежності цієї швидкості від часу до згладжування та після нього для рідини з концентрацією СР 67 г/л при $N_G=10$.

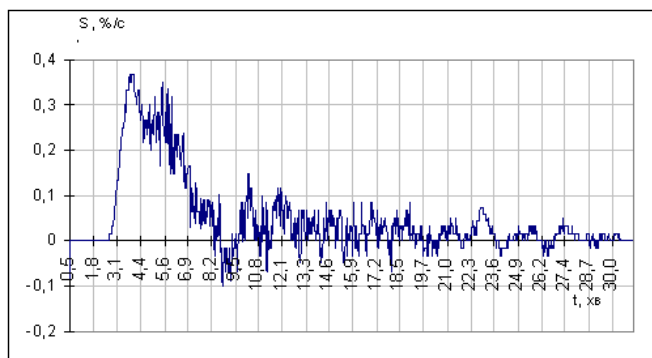


CP 33 г/л, $t=23\text{ }^{\circ}\text{C}$
Ширина вікна 1703,08 с

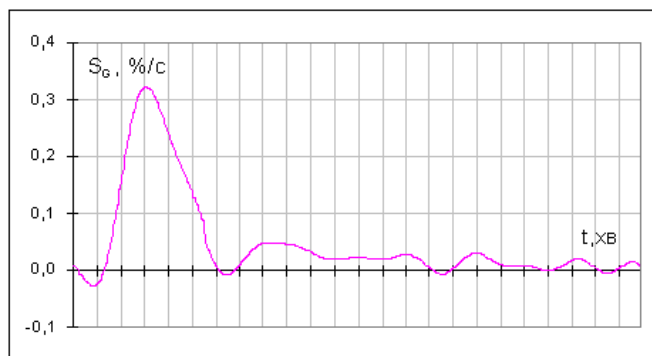


CP 100 г/л, $t=27\text{ }^{\circ}\text{C}$
Ширина вікна 2156,92 с

Рис.1. Амплітудний спектр швидкості для рідин з різними концентраціями CP.



а) вихідний графік швидкості до згладжування



б) після згладжування для $N_G=10$

Рис.2. Згладжування часового ряду швидкості зміни прозорості шляхом видалення вищих гармонік.

Експериментально встановлено, що відрізняються не лише спектри швидкості зміни прозорості рідин з різними фізико-хімічними властивостями, але й спектр тієї ж самої рідини на різних стадіях відстоювання. На рис. 3 подано спектри швидкості для різних стадій при відстоюванні рідини з концентрацією CP 67г/л. Тривалість кожної серії даних становить 153,8 сек.

З рис. 3 видно, що протягом першого етапу відстоювання (серія даних 1) амплітуда всіх гармонік дуже мала, а вищі гармоніки відсутні. Під час активної фази відстоювання спектр швидкості суттєво розширюється; при цьому зростає й амплітуда нижчих гармонік (рис. 3, серії 2, 3). Останній етап процесу відстоювання, як і перший, характеризується низькими амплітудами гармонік, проте його спектр ширший (серії 4...6).

Вказані особливості спектрів швидкості зміни прозорості рідини на різних стадіях процесу відстоювання можна використовувати для визначення його тривалості, а також для прогнозування моменту закінчення, однак цей матеріал виходить за межі даної статті.

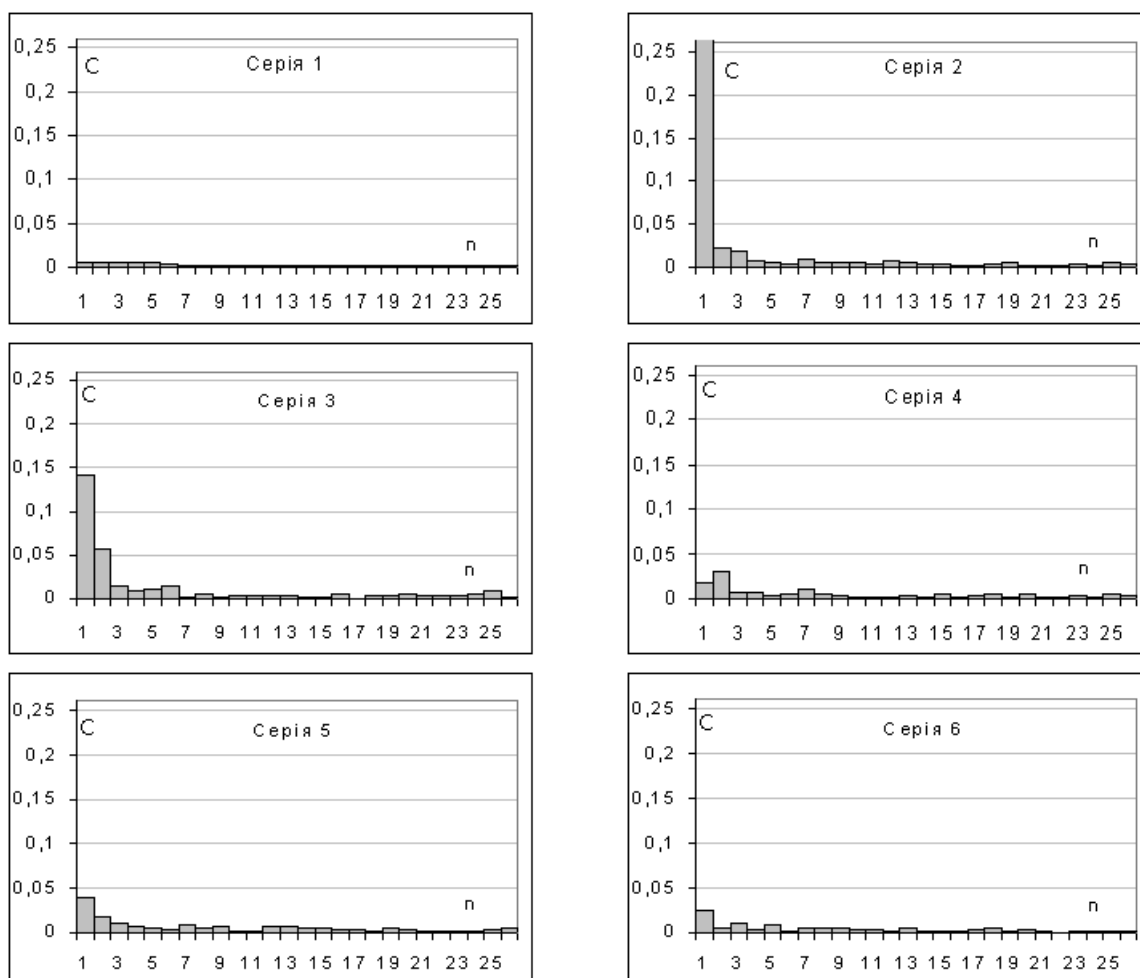


Рис.3. Спектри швидкості зміни прозорості рідини на різних стадіях процесу відстоювання.

3.2. Згладжування методом фільтрування та ковзаючого усереднення

На основі експериментальних даних синтезовано нерекурсивний цифровий фільтр низької частоти (ФНЧ).

Вихідний сигнал цифрового нерекурсивного фільтра S_{Fi} отримується із дискретизованого вхідного сигналу S_i :

$$\mathbf{S}_{TF} = \begin{vmatrix} t_0 & S_{F0} \\ t_{\theta+1} & S_{F(\theta+1)} \\ t_{\theta+2} & S_{F(\theta+2)} \\ \dots & \dots \\ t_{N-\theta} & S_{F(\theta+N)} \end{vmatrix}, \quad (4)$$

де кожен елемент S_{Fi} матриці обчислюється за такою формулою:

$$S_{Fi} = \sum_{k=-\theta}^{\theta} a_k S_{i-k}, \quad (5)$$

де a_k – вагові коефіцієнти фільтра;

θ – ступінь фільтра.

Бажаної передавальна функція фільтра апроксимувалася за методом найменших квадратів [8]. Рівняння для коефіцієнтів ФНЧ виглядає так:

$$a_k = a_{-k} = \frac{\Omega_g}{\pi} \frac{\sin(k\Omega_g)}{k\Omega_g} = \frac{\Omega_g}{\pi} \text{si}(k\Omega_g), \quad (6)$$

де $\Omega_g = 2\pi \frac{f_g}{f_a}$ – гранична колова частота, віднесена до частоти дискретизації;

f_g – гранична частота фільтра;

f_a – частота дискретизації.

Передавальна функція фільтра [9]:

$$G_d(\omega) = a_0 + 2 \sum_{k=1}^{\theta} a_k \cos(k\omega T_a), \quad (7)$$

де T_a – період дискретизації.

Дослідження розробленого цифрового фільтра показали, що його використання дозволяє зменшити середньоквадратичне відхилення у множині отриманих даних на 10%.

Для зменшення обсягу оброблюваних даних над вихідним сигналом фільтра виконується операція усереднення за пакетами даних. Усереднення здійснюється методом ковзаючих середніх [3]. У результаті цього отримується матриця S_{TC} :

$$S_{TC} = \begin{pmatrix} t_{C1} & S_{TC1} \\ t_{C2} & S_{TC2} \\ \dots & \dots \\ t_{CK} & S_{TCK} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

де t_{Cj} – середнє значення часу за пакет;

S_{TCj} – середнє значення швидкості за пакет;

K – кількість пакетів даних.

Таке усереднення дозволяє згладити періодичні та випадкові коливання і цим виявити тенденцію у розвитку процесу. Для значення пакету даних K_1 кількість пакетів відфільтрованих даних становить $K = (N - 2\theta) \div K_1$.

Кожний елемент матриці усереднення S_{TCj} обчислюється так:

$$S_{TCj} = \frac{1}{K_1} \sum_{m=(j-1)K_1+1+\theta}^{jK_1+\theta} S_{TFm}. \quad (9)$$

На рис. 4 подано залежність швидкості від часу для тієї ж рідини, що й на рис. 2, після фільтрування та усереднення за пакетами даних для значень $K_1 = \{20; 50; 100\}$. Як видно з рис. 4, значення пакета K_1 впливає на криву усереднення. Так, при збільшенні K_1 максимум на кривій швидкості зменшується і зміщується в часі. При прогнозуванні значення K_1 залежить від швидкості протікання процесу відстоювання. Зокрема, для швидших процесів значення K_1 має бути меншим, і навпаки. Емпірично встановлено, що при виборі обсягу пакету K_1 слід дотримуватись такої умови:

$$t_A = 4..5(t_{C_{j+1}} - t_{C_j}), \quad (10)$$

де t_A - тривалість активної фази процесу відстоювання, що відповідає проміжку часу від початку різкого зростання швидкості до закінчення її різкого спадання;
 $t_{C_j}, t_{C_{j+1}}$ - моменти часу, які відповідають першому та останньому значенням у пакеті.

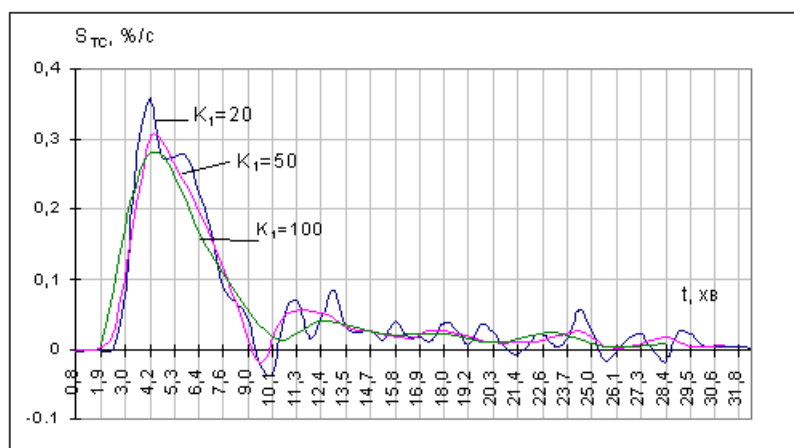


Рис.4. Графік швидкості після пакетного усереднення для різних значень K_1 .

Аналізуючи два вищеподані методи згладжування вихідного часового ряду, слід відзначити, що перший з них характеризується індивідуальним підходом до кожної рідини і тому дає кращі результати для аналізу невідомих рідин або рідин з відхиленнями від норми у їх фізико-хімічному складі. Крім цього, за допомогою даного методу можна простежити вплив фізико-хімічних властивостей рідини на спектр швидкості зміни їх прозорості. Проте другий метод характеризується значно меншими витратами машинного часу, і для рідин, для яких проектувався фільтр, дає результати, що мало відрізняються від результатів, отриманих першим методом.

3.3. Побудова прогнозуючої моделі

Для прогнозування процесу відстоювання використано екстраполяцію часового ряду швидкості. При цьому не розглядалася множина факторів, під впливом яких формується цей процес (температура, густина, в'язкість, концентрація твердих частинок тощо), оскільки у промислових умовах не можна відстежити вплив кожного з них на процес відстоювання. Процес пов'язується не з конкретними фізико-хімічними факторами, а з часом.

Основою для екстраполяції швидкості зміни прозорості є такі умови [10, 11]:

1. Розвиток процесу відстоювання можна з достатньою точністю охарактеризувати плавною еволюторною траєкторією (трендом).
2. Загальні умови, які визначають тенденцію процесу протягом періоду збору інформації для прогнозу, суттєво не змінюються після моменту побудови прогнозуючої моделі.

За прогнозуючу модель (тренд) ми використали криву [12, 13]:

$$S_{TM}(S_{max}, t_{max}, v, t) = S_{max} e^{-\frac{(t-t_{max})^2}{v}}, \quad (11)$$

де S_{max} , t_{max} , v - коефіцієнти кривої.

Коефіцієнт S_{max} характеризує максимальне значення швидкості, а коефіцієнт t_{max} - момент часу, коли воно спостерігалось. Крутизна графіка швидкості характеризується значенням коефіцієнта v , який визначає спадання швидкості зміни прозорості.

Необхідними умовами для здійснення прогнозу за описуванням методом є:

1. Активна фаза процесу відстоювання повинна розпочатися. Оскільки для всіх досліджених рідин значення швидкості до активної фази значно менше за її максимальне значення активної фази, то аналітично цю умову можна записати так:

$$S_{TCL} \geq S_{TCmin}, \quad (12)$$

де S_{TCL} - останнє значення матриці S_{TC} , тобто усереднене значення останнього отриманого пакету даних;

S_{TCmin} - деяке граничне значення.

2. Протягом активної фази повинен бути отриманий хоча б один максимум швидкості, тобто точка t_i , в якій значення похідної функції усередненої швидкості змінює свій знак на протилежний:

$$\frac{dS_{TC}(t_i)}{dt} = 0; \quad \frac{dS_{TC}(t_{i-\alpha})}{dt} > 0; \quad \frac{dS_{TC}(t_{i+\alpha})}{dt} < 0. \quad (13)$$

Тут $\alpha \rightarrow 0$ - нескінченно мала величина;

$t_i \in [t_{AB}, t_{AE}]$, де t_{AB} - момент початку активної фази відстоювання;

t_{AE} - момент закінчення активної фази або середній час останнього пакету даних.

3. Після отримання максимуму швидкість має опуститися нижче за якесь граничне значення. Аналітично цю умову можна записати так:

$$S_{TCL} < S_{TCmax}, \quad (14)$$

де S_{TCmax} - деяке граничне значення.

При невиконанні першої умови (12) прогноз за даним методом неможливий взагалі. При недотриманні другої умови (13) прогноз можливий, проте із значними похибками визначення моментів настання окремих етапів процесу відстоювання (а саме, етапу найінтенсивнішого протікання процесу та етапу закінчення процесу). Якщо не дотримується третя умова (14), то прогноз також можна здійснити, однак можливі суттєві похибки при визначенні моменту закінчення процесу відстоювання, що зумовлені іншими максимумами на кривій швидкості протягом активної фази процесу.

Внаслідок стохастичних флуктуацій прозорості протягом активної фази відстоювання на графіку швидкості може бути більше одного екстремуму. Тому для підвищення точності при побудові прогнозуючої моделі враховується значення двох найбільших екстремумів швидкості протягом активної фази.

Для пошуку коефіцієнтів прогнозуючої моделі ми використали такий алгоритм:

1. Перевірка матриці S_{TC} на умови можливості прогнозу (12)-(14). При виконанні цих умов розраховуються коефіцієнти прогнозуючої моделі, в іншому випадку - очікується ввід наступного пакету даних.
2. Пошук максимального значення швидкості S_{TCmax1} у множині отриманих даних S_{TC} .

3. Сканування матриці S_{TC} на наявність інших максимумів. За їх наявності виявлення найбільшого з них - S_{TCmax2} .
4. Обчислення значень S_{max} та t_{max} :

$$S_{max} = \frac{S_{TCmax1} + S_{TCmax2}}{2}, t_{max} = \frac{t_{Cmax1} + t_{Cmax2}}{2}, \quad (15)$$

де t_{Cmax1} , t_{Cmax2} - моменти часу, коли спостерігалися значення S_{TCmax1} та S_{TCmax2} .

5. Визначення методом послідовних ітерацій коефіцієнта v . Умовою при цьому є мінімальне середньоквадратичне відхилення результатів, отриманих за допомогою моделі $S_{TM}(S_{max}, t_{max}, v, t)$, від множини даних S_{TC} .

Оскільки коефіцієнт v обчислюється на основі часткових даних про процес відстоювання, то його значення трохи занижені, що приводить до надто швидкого спадання кривої прогнозу. Тому до формули прогнозуючої моделі (11) введено поправковий коефіцієнт k_v :

$$S_{TM}(S_{max}, t_{max}, v, t) = S_{max} e^{-\frac{(t-t_{max})^2}{k_v v}}. \quad (16)$$

На основі експериментів встановлено, що для досліджених напівпродуктів цукрової промисловості цей коефіцієнт становить $k_v = 1,8$.

За допомогою отриманої прогнозуючої моделі можна визначити момент закінчення процесу відстоювання. Для цього слід обчислити момент часу t_0 , коли значення S_{TM} після проходження свого максимуму зменшиться до певного значення S_{end} , що визначатиме закінчення процесу:

$$S_{TM}(S_{max}, t_{max}, v, t_0) \leq S_{end}. \quad (17)$$

На основі аналізу експериментальних даних про відстоювання напівпродуктів цукрової і фармацевтичної промисловості та відстоювання стічних вод встановлено, що остаточно можна прийняти $S_{end} = 0,01\%/с$.

Для оцінки точності запропонованої прогнозуючої моделі ми провели ряд дослідів з відстоювання напівпродуктів цукрової промисловості. Оцінюється точність через похибку визначення моменту закінчення відстоювання:

$$\delta_p = \frac{|t_{rend} - t_{end}|}{t_{end}} \cdot 100\%, \quad (18)$$

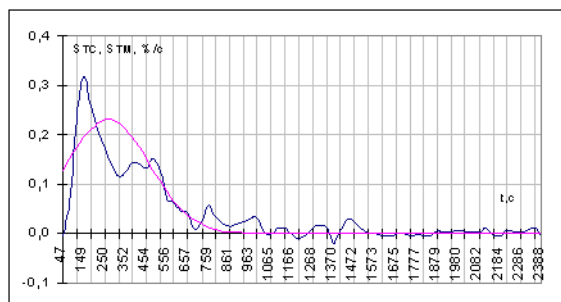
де t_{rend} , t_{end} - дійсний та розрахунковий час закінчення процесу відстоювання.

Оскільки процес відстоювання характеризується постійними випадковими флуктуаціями швидкості зміни прозорості, що не припиняються навіть після його закінчення активної фази, то завдання про визначення дійсного часу відстоювання t_{rend} не має однозначного розв'язку. За ознаку закінчення відстоювання ми прийняли такий момент часу $t_{rend} = t_{cj}$, коли середня за пакет даних швидкість знизиться до значення $S_{TC} \leq K_{end} S_{TCmax}$. Тут K_{end} - коефіцієнт, що визначає значення нижньої межі швидкості, а S_{TCmax} - максимальне значення усередненої швидкості.

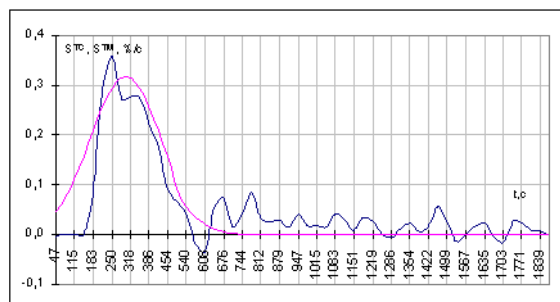
На рис. 5 та у табл. 1 подані результати використання розробленої прогнозуючої системи для ряду напівпродуктів цукрової промисловості. На графіках зображено часові залежності усередненої швидкості $S_{TC}(t)$ та часові залежності швидкості, отримані за допомогою прогнозуючої моделі $S_{TM}(t)$. У табл. 1 подано розрахунковий t_{end} та дійсний t_{rend} час закінчення процесу відстоювання, похибку визначення t_{end} та час випередження прогнозу t_b .

За даними експериментів можна зробити висновок, що похибка визначення моменту закінчення відстоювання δ_p є випадковою величиною. Вона, зокрема, є незалежною щодо середньоквадратичного відхилення експериментально отриманих

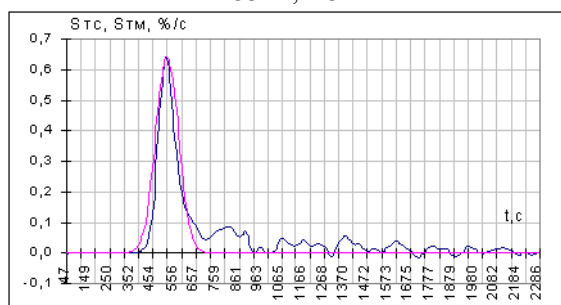
значень швидкості від значень швидкості, отриманих за допомогою прогнозуючої моделі. Останні величини слабокорельовані, оскільки коефіцієнт кореляції для них близький до нуля, а саме менший, ніж 0,05.



CP-33г/л, t=32°C



CP-67г/л, t=23°C



CP-100г/л, t=31°C

Рис.5. Часові залежності усередненої швидкості S_{TC} та швидкості, отриманої за допомогою прогнозуючої моделі S_{TM} для рідин з різною концентрацією сухих речовин.

Таблиця 1. Результати використання прогнозуючої моделі.

Параметри розчину		Розрах. час відст., хв	Час відст. за досл., хв	Похибка визначення δ_p , %	Час прогнозу, хв	Час випередження	
Концентрація CP, г/л	Температура, °C					хв	У відсотках до заг. розр. часу відст., %
17	24	13.22	18.30	27.78	7.00	6.22	47.04
17	34	13.22	14.92	11.37	7.00	6.22	47.05
17	61	10.55	11.11	5.09	7.15	3.39	32.16
33	23	13.22	13.22	0.00	7.57	5.65	42.77
33	32	13.22	13.78	4.10	7.57	5.65	42.77
33	52	10.96	13.22	17.11	7.57	3.39	30.96
33	58	10.96	9.26	18.31	7.57	3.39	30.96
67	23	10.70	10.13	5.58	7.57	3.13	29.29
67	32	8.13	14.35	43.34	7.57	0.57	6.96
67	50	13.22	17.74	25.49	7.57	5.65	42.77
67	62	12.65	11.52	9.78	8.70	3.95	31.26
100	31	11.52	16.05	28.19	9.83	1.70	14.72
100	52	7.57	9.26	18.31	6.43	1.13	14.95
100	65	8.13	9.26	12.21	4.74	3.39	41.72
133	23	19.44	18.87	3.00	18.31	1.13	5.82
133	32	17.74	17.18	3.29	16.61	1.13	6.37
133	47	11.52	10.96	5.16	9.83	1.70	14.72
133	58	8.13	7.57	7.47	6.43	1.70	20.86

Час випередження прогнозуючої моделі дуже залежить від тривалості активної фази процесу відстоювання та часу її початку. Так, для рідин з нижчою концентрацією твердих частинок, що характеризуються раннім початком активної фази, час

випередження становить приблизно 30...50% від загальної розрахункової тривалості процесу відстоювання. Для рідин з вищою концентрацією він загалом не перевищує 20%. Це пояснюється збільшенням періоду збору інформації для прогнозуючої моделі при дослідженні рідин з вищою концентрацією.

Проте рідини з вищою концентрацією твердих частинок характеризуються меншим відхиленням дійсних кривих швидкості від кривих швидкості, отриманих за допомогою прогнозуючої моделі, що дозволяє точніше визначати момент закінчення процесу відстоювання.

Розглянутий спосіб екстраполяції швидкості дозволяє отримати точкове значення прогнозу. Проте отримані в результаті статистичної оцінки коефіцієнти $S_{\max}$, $t_{\max}$, v містять похибку, викликану тим, що обсяг інформації, на основі якої відбувалась оцінка, обмежений. Оскільки кожний член отриманого часового ряду містить випадкову компоненту, то зміна періоду спостереження приводить до зміни числових оцінок коефіцієнтів.

Для оцінки інтервалу значень, у якому можуть знаходитись прогнозовані значення швидкості, ми застосували статистичний метод аналізу даних, використаних для побудови прогнозуючої моделі [4]. Він враховує невизначеність, пов'язану з обмеженістю кількості спостережень та відповідною неточністю знайдених оцінок параметрів кривої швидкості. При цьому припускається, що відхилення дійсних значень швидкості від аналогічних прогнозованих розподілені за нормальним законом. Аналіз експериментальних даних показав, що з достовірністю 80% закон розподілу вказаних відхилень є нормальним. Виявлено, що менші відхилення від нормального закону розподілу характерні для рідин з більшою концентрацією СР.

Summary. Algorithm of forecasting of the settling process is described in the article. Developed forecasting model allows calculate a time of process completions with preact from 15% to 45% of general duration of the settling process. Concrete time of preacts forecasting models depends on duration of active phase of process and time of its beginning. Forecasting model is intended only for modeling of active phase of the settling process.

Література

1. А.Буняк, І.Коноваленко. Відповідає технічним вимогам: Розроблено прилад для вимірювання швидкості відстоювання напівпродуктів.// Харчова та переробна промисловість.- 1997.-№5.-С.22-23.
2. А.Буняк, І.Коноваленко. Вимірювальний комплекс для визначення концентрації компонента у рідині // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. Збірник наукових праць Хмельницького державного технічного університету.- 1998.- Вип. №1.-С.19-22.
3. Редкозубов С.А. Статистические методы прогнозирования в АСУ.- М.: Энергоатомиздат, 1981.- 152с.
4. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Статистические выводы и связи.- М.: Мир, 1976.- 899с.
5. Раяцкас Р.Л. Система моделей планирования и прогнозирования.- М.:Экономика, 1976.- 286с.
6. Джекинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения.- М.: Мир, 1971.
7. Котельников В.А. Теория потенциальной помехоустойчивости. - М.: Госэнергоиздат, 1967.-151с.
8. Обробка сигналів / В.П.Бабак, В.С.Хандецький, Е.Шрюфер.- К.: Либідь, 1996.-392с.
9. Шрюфер Э. Обработка сигналов: цифровая обработка дискретизированных сигналов.- К.:Либідь, 1995.-320с.
10. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования. - М.:Статистика, 1977.
11. Мот Ж. Статистические предвидения и решения на предприятии. - М.: Прогресс, 1966.-236с.
12. А.Буняк, І.Коноваленко. Розробка обчислювального комплексу для контролю за процесом відстоювання промислових напівпродуктів// Вісник Тернопільського приладобудівного інституту.- 1996.-№2. - С.114-116.
13. Коноваленко І.В. Розробка наближеної математичної моделі процесу відстоювання// Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы.- 1998.- №2.- С.48-53.

Одержано 12.06.2000 р.