

ПРИЛАДОБУДУВАННЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ

УДК 621.865

Я.Проць, канд. техн. наук; В.Савків, канд. техн. наук; О.Данилюк
Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

ДОСЛІДЖЕННЯ СИЛИ ПРИСМОКТУВАННЯ СТРУМЕНЕВИМ ЗАХОПЛЮВАЧЕМ ПЛОСКОГО ПОРИСТОГО ОБ'ЄКТА

У статті проаналізовано газодинамічні явища, що виникають при взаємодії потоку повітря, що витікає з кільцевої щілини, з плоскою поверхнею пористого об'єкта. Виведено формули для розрахунку сили притягування захоплювачем пористого об'єкта.

Струменеві захоплювальні пристрої плоских об'єктів, на відміну від інших, дозволяють маніпулювати пористими заготовками з невеликою проникністю (рисунок 1, а).

Розрахунок сили притягання пористого об'єкта струменевим захоплювачем побудований на заміні реального об'єкта пластинкою постійної товщини $b_{ом}$, рівномірно пронизаною розподіленою системою капілярів, що є досить близьким до такої моделі (рисунок 1, б).

Для розрахунку параметрів газового потоку в проміжку між взаємодійними поверхнями захоплювача та пористого об'єкта доцільно прийняти такі припущення: радіальні проміжки $h_{рк}$ у зоні торця корпусу та $h_{рв}$ у зоні торця конічної вставки постійні в будь-якому перерізі цих зон; пористий об'єкт досить жорсткий; протікання повітря в порах об'єкта та проміжку $h_{рв}$ ламінарне; термодинамічний процес зміни стану повітря в порах об'єкта – ізотермічний; перехід надзвукового потоку, що витікає з щілини, у дозвуковий відбувається на радіусі, що дорівнює радіусові конічної вставки $r_е$; параметри дозвукового потоку в зоні торця корпусу приймаються рівними параметрам атмосферного повітря.

Сила притягування захоплювачем пористої заготовки

$$F = \int_0^{r_е} (P_a - P_r) 2\pi r dr, \quad (1)$$

де P_a , P_r – відповідно атмосферний та абсолютний тиски повітря у радіальному проміжку на радіусі r ; P_a ; $r_е$ – радіус конічної вставки, м.

Для визначення розподілу тиску P_r у радіальному проміжку спочатку знайдемо витрату повітря через капіляр. Для об'ємної витрати повітря Q_x у точці x капіляра є справедливою формула для нестисливої рідини [1]:

$$Q_x = -\frac{\pi r_{кн}^4}{8\mu_0} \frac{dP_x}{dx}, \quad (2)$$

де $r_{кн}$ – радіус капіляра, м; $\mu_0 = 1,71 \cdot 10^{-5} + 4,94 \cdot 10^{-8} t$ – коефіцієнт динамічної в'язкості повітря, кг/(с·м); t – температура повітря, °С; $\frac{dP_x}{dx}$ – градієнт тиску повітря у точці x капіляра.

Внаслідок пружності повітря об'ємна витрата та похідна $\frac{dP_x}{dx}$ змінні на довжині капіляра. Для визначення цієї похідної використаємо умову сталості масової витрати:

$$Q_x \rho_x = \text{const},$$

де ρ_x – густина повітря у точці x капіляра, кг/м³.

Коливання температури повітря при його протіканні через пористу заготовку незначні, тому справедливе ізотермічне співвідношення [2]:

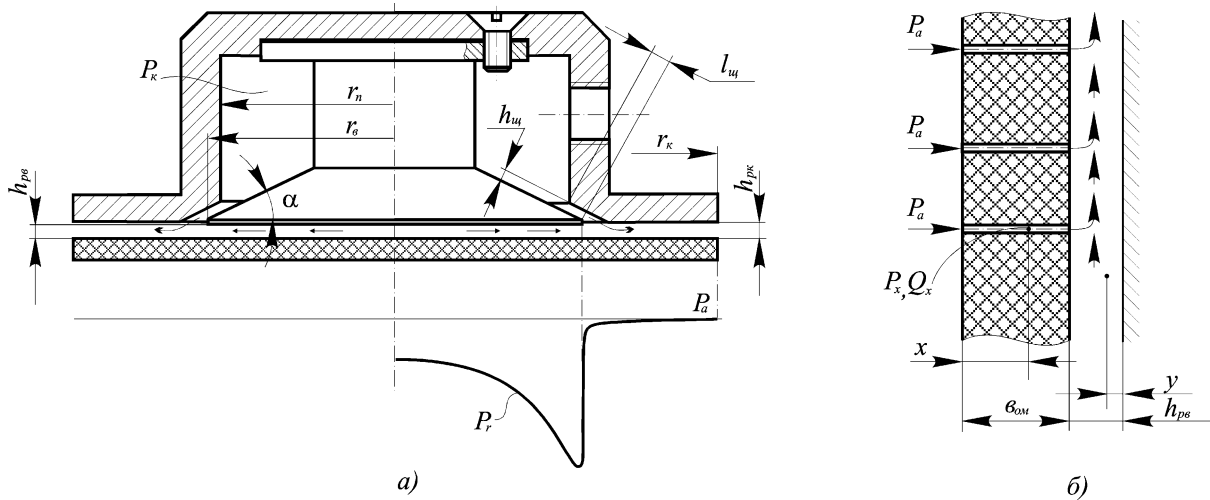


Рисунок 1. Схеми для розрахунку силової взаємодії струменевого захоплювача з плоским пористим об'єктом

$$\frac{\rho_x}{P_x} = \frac{1}{RT_a} = \text{const},$$

де P_x – абсолютний тиск у перерізі x капіляра, Па; $R=287,14$ Дж/(кг·К) – газова стала для повітря; T_a – абсолютна температура атмосферного повітря, К.

Отже, рівняння нерозривності ізотермічного газового потоку в капілярі виглядає так:

$$Q_x P_x = -\frac{\pi r_{kn}^4}{8\mu_o} \frac{dP_x}{dx} P_x = \text{const},$$

що приводить до диференціального рівняння

$$\frac{dP_x}{dx} P_x = \text{const}.$$

Інтегрування цього рівняння з урахуванням граничних умов $x=0, P_x=P_a; x=b_{om}, P_x=P_r$ дозволяє знайти розподіл тиску на довжині капіляра

$$P_x^2 = \frac{P_r^2 - P_a^2}{b_{om}} \cdot x + P_a^2.$$

Тоді похідна

$$\frac{dP_x}{dx} = \frac{P_r^2 - P_a^2}{2P_x b_{om}}.$$

Підставивши даний вираз у формулу (2), знайдемо об'ємну витрату повітря через переріз x капіляра:

$$Q_x = \frac{\pi r_{kn}^4}{16\mu_o b_{om}} \frac{P_a^2 - P_r^2}{P_x}. \quad (3)$$

З останньої формули випливає, що об'ємна витрата повітря dQ_n на виході з елементарної кільцевої площадки dS пористого об'єкта пропорційна до різниці квадратів тисків на вході та на виході з нього:

$$dQ_n = \frac{\xi}{b_{om} \mu_o} \frac{P_a - P_r}{P_r} dS,$$

де ξ – коефіцієнт пропорційності, що характеризує проникність матеріалу заготовки, м^2 .

Проникність ξ можна обчислити, експериментально визначивши об'ємну витрату повітря Q_e , що проходить через пористу заготовку в атмосферу при створенні на її поверхні площею S_e абсолютного тиску P_e , що дорівнює 120...150 кПа. На основі поданої формули об'ємна витрата повітря, що проходить через пористу заготовку

$$Q_e = \frac{\xi}{b_{om} \mu_\delta} \frac{P_e^2 - P_a^2}{P_e} S_e,$$

звідки

$$\xi = \frac{Q_e b_{om} \mu_\delta}{S_e} \frac{P_e}{P_e^2 - P_a^2}. \quad (4)$$

Вихідним рівнянням руху елементарних часток повітря приймемо диференціальне рівняння в'язкої рідини у вузькому проміжку [1]

$$\frac{dP_r}{dr} = -\mu_\delta \frac{d^2V}{dy^2},$$

де V – швидкість потоку повітря у точці з координатами r і y (рисунок 1).

Враховуючи, що похідна $\frac{dP_r}{dr}$ не залежить від y , швидкість потоку запишемо формулою

$$V = -\frac{1}{2\mu_\delta} y^2 \frac{dP_r}{dr} + C_1 y + C_2,$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування, які при підстановці граничних умов $V=0$ для $y=0$ і $y=h_{pe}$ подаються

$$C_1 = \frac{h_{pe}}{2\mu_\delta} \frac{dP_r}{dr}, \quad C_2 = 0,$$

а розподіл швидкості потоку повітря у радіальному проміжку формулою

$$V = -\frac{1}{2\mu_\delta} \frac{dP_r}{dr} y(h_{pe} - y).$$

Об'ємна витрата підсмоктуваного з атмосфери повітря через кільцевий переріз радіального проміжку радіуса r

$$Q_r = \int_0^{h_{pe}} V 2\pi r dy = -\frac{h_{pe}^3}{12\mu_\delta} \frac{dP_r}{dr} 2\pi r. \quad (5)$$

Масову витрату в цьому ж перерізі одержимо, помноживши Q_r на густину $\rho_r = \frac{P_r}{RT_a}$:

$$G_r = -\frac{h_{pe}^3}{12\mu_\delta RT_a} P_r \frac{dP_r}{dr} 2\pi r = -\frac{\pi h_{pe}^3}{12\mu_\delta RT_a} r \frac{dP_r^2}{dr}. \quad (6)$$

Витрата G_r збільшується разом з радіусом r внаслідок припливу повітря через пори у заготовці. Приріст масової витрати dG_r на елементарному кільці шириною dr є диференціалом (6) по r :

$$dG_r = -\frac{\pi h_{pe}^3}{12\mu_\delta RT_a} \left[r \frac{d^2 P_r^2}{dr^2} + \frac{dP_r^2}{dr} \right] dr, \quad (7)$$

і повинен дорівнювати масі повітря dG_n , що надходить у проміжок через кільцевий елемент поверхні пористої заготовки площею $2\pi r dr$.

Враховуючи вираз (3), отримаємо:

$$dG_n = \frac{2\pi\xi}{b_{om}\mu_oRT_a} (P_a^2 - P_r^2) r dr. \quad (8)$$

Прирівнюючи праві частини формул (7) і (8) та виконуючи необхідні перетворення, одержимо диференціальне рівняння розподілу тиску в радіальному проміжку в зоні торця конічної вставки у безрозмірних параметрах:

$$(\sigma^2)'' + \frac{1}{R_6} (\sigma^2)' - \eta^2 (\sigma^2) = -\eta^2 \sigma_a^2, \quad (9)$$

де $\sigma = \frac{P_r}{P_m}$ – відносний тиск повітря у радіальному проміжку $h_{p\phi}$ на радіусі r ; $\sigma_a = \frac{P_a}{P_m}$ – відносний тиск повітря на вході в пори заготовки; P_m – абсолютний тиск на зрізі кільцевої конічної щілини, що внаслідок явища ежекції менший від атмосферного, Па; $R_6 = \frac{r}{r_6}$ – відносний радіус; $\eta = \sqrt{\frac{24r_6^2\xi}{b_{om}h_{p\phi}^3}}$ – характеристика пористої заготовки.

Рівняння (9) є неоднорідним диференціальним рівнянням Бесселя нульового порядку. Його розв'язок виглядає так:

$$\sigma^2 = \sigma^{2*} + C_3 I_0(z) + C_4 K_0(z), \quad (10)$$

де σ^{2*} – частковий розв'язок рівняння (9); C_3, C_4 – сталі інтегрування; $I_0(z), K_0(z)$ – фундаментальні розв'язки цього рівняння без правої частини, що є бesselевими функціями уявного аргументу; $z = R_6 \eta$.

Частковим розв'язком значення σ^{2*} може бути

$$\sigma^{2*} = I_0(z) + \sigma_a^2.$$

Тоді функція розподілу тиску в радіальному проміжку виглядає так:

$$\sigma^2 = \sigma_a^2 + C_3 I_0(z) + C_4 K_0(z). \quad (11)$$

Масову витрату повітря, що підсмоктується через заготовку, можна визначити, підставивши у вираз (5) значення $\frac{d\sigma}{dr}$, знайдене диференціюванням рівняння (11) з урахуванням співвідношень

$$I_0'(z) = I_1(z); \quad K_0'(z) = -K_1(z).$$

Тоді

$$G = \frac{\pi h_{p\phi}^3 P_m^2}{12 \mu_o RT_a} [-C_3 I_1(\eta) + C_4 K_1(\eta)] \eta. \quad (12)$$

З граничних умов для суцільної пористої заготовки

$$\left. \frac{d\sigma^2}{dz} \right|_{z=0} = 0, \quad \sigma \Big|_{r=r_6} = 1$$

знайдемо сталі

$$C_4 = 0, \quad C_3 = -\frac{\sigma_a^2 - 1}{I_0(\eta)}.$$

Підстановка цих величин у рівняння (11) і (12) дає розрахункові формули: для змінного тиску в проміжку $h_{pв}$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_a^2 - \frac{I_0(z)}{I_0(\eta)}(\sigma_a^2 - 1)}; \quad (13)$$

для масової витрати повітря, що підсмоктується через пористий об'єкт,

$$G = \frac{\pi h_{pв}^3}{12\mu_\delta RT_a} \cdot \frac{I_1(\eta) \cdot \eta}{I_0(\eta)} (P_a^2 - P_m^2). \quad (14)$$

Для визначення абсолютного тиску P_m на зрізі кільцевої конічної щілини, складемо рівняння імпульсів сил у перерізах радіусами r_e і r_k для виділеного елемента $d\varphi$ радіального проміжку $h_{pк}$ у проекціях на вісь x (рисунок 2):

$$\begin{aligned} dG_{щ} V_{щ} \cos \varphi + dG V_e \cos \varphi + P_m h_{pк} r_e d\varphi \cos \varphi + 2P_a h_{pк} (r_k - r_e) \sin \frac{d\varphi}{2} \cos \varphi = \\ = (dG_{щ} + dG) V_k \cos \varphi + P_a h_{pк} r_k d\varphi \cos \varphi + dF_{mp}, \end{aligned} \quad (15)$$

де $dG_{щ} = G_{щ} \frac{d\varphi}{2\pi}$, $dG = G \frac{d\varphi}{2\pi}$ – елементарні масові витрати повітря через щілину та повітря, що підсмоктується з атмосфери у секторі $d\varphi$ радіального проміжку; $V_e = \frac{GRT_a}{2\pi r_e h_{pк} P_m}$ – швидкість потоку повітря у проміжку $h_{pв}$ на радіусі r_e ; $V_k = \frac{G_{щ} + G}{2\pi r_k h_{pк} P_a}$ – швидкість потоку повітря в проміжку $h_{pк}$ на радіусі r_k ; dF_{mp} – елементарна сила в'язкого тертя потоку повітря до торців корпусу й об'єкта.

Швидкість і масову витрату повітря на виході з щілини обчислюють за формулами [2]:

$$V_{щ} = \varphi_{щ} \sqrt{2RT_a \frac{k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{P_m}{P_k} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]},$$

$$G_{щ} = 2\mu_{щ} \pi r_n h_{щ} P_k \sqrt{\frac{2}{RT_a} \frac{k}{k-1} \left[\left(\frac{P_m}{P_k} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{P_m}{P_k} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

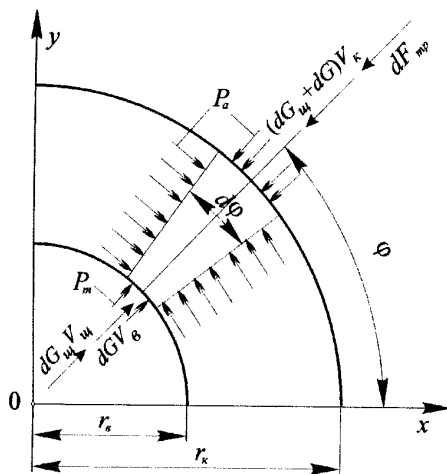


Рисунок 2. Схема для розрахунку абсолютного тиску P_m на зрізі конічної щілини

де $\varphi_{щ}$ – коефіцієнт швидкості, який враховує втрати питомої енергії потоку в кільцевій конічній щілині [1]; $k=1,4$ – показник адиабати для повітря; P_k – абсолютний тиск живлення струменевого захоплювача, Па; $\mu_{щ} = \varphi_{щ} \varepsilon$ – коефіцієнт витрати повітря через щілину; ε – коефіцієнт стиснення струменя повітря в щілині; r_n – радіус камери захоплювача, м; $h_{щ}$ – висота кільцевої конічної щілини струменевого захоплювача, вимірювана у нормальному до її стінок напрямку, м.

Користуючись поданою у [3] методикою, знайдемо:

$$dF_{mp} = \frac{\lambda_{cp}}{16\pi^2} \frac{(G_{uc} + G)^2}{\rho_a h_{pk}^2} \ln \frac{r_k}{r_e} \cos \varphi d\varphi,$$

і в результаті після перетворень (15) одержимо рівняння, з якого визначають абсолютний тиск P_m

$$G_{uc} V_{uc} + \frac{G^2 R T_a}{2\pi P_m r_e h_{pk}} - \frac{(G_{uc} + G)^2}{2\pi \rho_a h_{pk} r_k} \left[1 + \frac{\lambda_{cp}}{4h_{pk}} r_k \ln \frac{r_k}{r_e} \right] - 2\pi h_{pk} r_e (P_a - P_m) = 0,$$

де λ_{cp} – середнє значення коефіцієнта в'язкого тертя потоку повітря до торцевих поверхонь корпусу захоплювача та пористої заготовки [1]; ρ_a – густина атмосферного повітря, кг/м³.

У результаті, враховуючи (1), силу притягування захоплювачем пористої заготовки можна подати формулою

$$F = \pi r_e^2 P_m \int_0^1 (\sigma_a - \sigma) 2R_e dR_e = \pi r_e^2 P_m K_n,$$

де $K_n = 2 \int_0^1 (\sigma_a - \sigma) R_e dR_e$ – коефіцієнт піднімальної сили, що розраховується наближеним інтегруванням.

Результати розрахунку для суцільного пористого об'єкта подані на рисунку 3 у вигляді графічних залежностей коефіцієнта піднімальної сили K_n від параметра η для різних значень тиску P_m .

Для $\eta \rightarrow \infty$, $I_0(\eta) \rightarrow \infty$ і $P_r \rightarrow P_a$ у всіх точках радіального проміжку, тобто присмоктувальна сила $F \rightarrow 0$. Для $\eta \rightarrow 0$, $I_0(\eta) \rightarrow 1$ і $P_r \rightarrow P_m$ у результаті піднімальна сила $F \rightarrow \pi r_e^2 (P_a - P_m)$. З іншого боку, зменшення параметра η приводить до зростання масової витрати підсмоктуваного повітря і, як наслідок, до зростання абсолютного тиску P_m . Звідси випливає висновок, що максимальна піднімальна сила відповідає визначеному оптимальному значенню параметра η_{opt} , а при відомій проникності ξ пористої заготовки та розмірах r_e і b_{om} – оптимальному значенню проміжку $h_{pe} = (0,25 \dots 0,35)$ мм.

Результати розрахунку залежності присмоктувальної сили від проникності пористого об'єкта подані на рисунку 4.

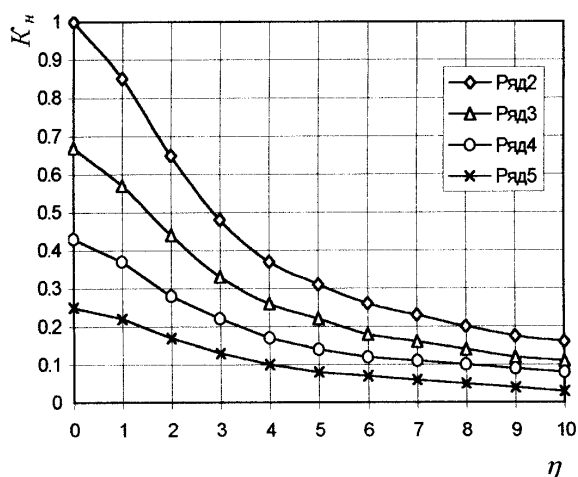


Рисунок 3. Графіки для визначення коефіцієнта піднімальної сили K_n в залежності від параметра (ряд 2 відповідає $P_m=50$ кПа, ряд 3 – $P_m=60$ кПа, ряд 4 – $P_m=70$ кПа, ряд 5 – $P_m=80$ кПа)

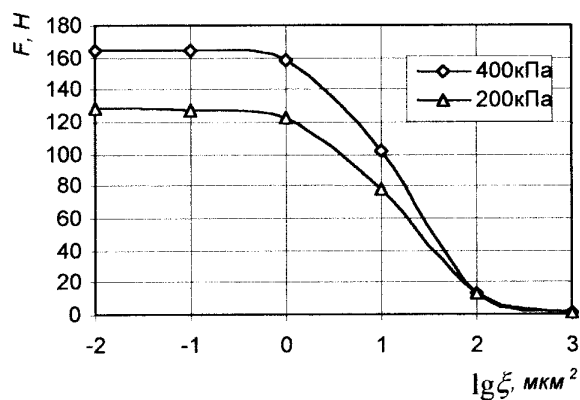


Рисунок 4. Графіки залежності присмоктувальної сили від проникності пористого об'єкта для надлишкових тисків живлення захоплювача 400 і 200 кПа ($r_n=29$ мм; $r_e=30$ мм; $r_k=40$ мм; $h_{uc}=0,1$ мм; $h_{pk}=0,32$ мм; $h_{pe}=0,35$ мм; $b_{om}=30$ мм)

In the article are parsed gas dynamic phenomena originating at interaction of an airflow, flowing out from a ring slot, with a flat surface of the porous object. The formulas for calculation of force attraction by acquisition of the porous object are output.

Література

1. Дмитриев В.Н., Градецкий В.Г. Основы пневмоавтоматики. – М.: Машиностроение, 1973. – 360 с.
2. Дейч М.Е. Техническая газодинамика. – М.: Энергия, 1974. – 592 с.
3. Проць Я.И., Савкив В.Б. Газодинамический анализ струйных захватов плоских заготовок // Оптимизация производственных процессов. Вып. 1. – Севастополь: Издательство СевГТУ, 1999, С.63-68.

Одержано 29.11.2000 р.