

УДК 621.86.01

Т.Рибак, докт.техн.наук; М.Михайлишин, канд.фіз.-мат.наук; Н.Хомик

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя

МЕТОДИКА ОЦІНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМІВНОГО СТАНУ ЕЛЕМЕНТІВ ПРУТКОВОГО ТРАНСПОРТЕРА

У статті подано рішення задачі впливу нерівномірно-розподіленого навантаження на елементи пруткових транспортерів, що є актуальним для інженерної практики.

Умовні позначення

E	— модуль пружності;
I	— осьовий момент інерції площини перерізу балки;
$M(x)$	— згинальний момент від нерівномірно-розподіленого навантаження;
q_0	— розподілене навантаження;
n	— кількість півхвиль синусоїди;
β	— початкова фаза синусоїдального розподілу навантаження;
l	— ширина транспортера (віддаль між закріпленням прутків).

Для бурякозбиральних комбайнів, зокрема, конструкції випуску ВАТ “Тернопільський комбайновий завод” досить актуальним є забезпечення роботоздатності транспортера як збірної одиниці в цілому так і його елементів, а саме несучих прутків полотна (стрічки) транспортера з урахуванням умов їх закріплення на торцях та при дії на них нерівномірно розподіленого навантаження. Рішення задачі з урахуванням дії нерівномірно розподіленого навантаження на транспортер в цілому і на його елементи є актуальним для інженерної практики, а також має велику цінність у поглибленні аналітичних підходів і створення реальних математичних моделей, що фактично наближає до реального стану навантаженості та експлуатації конструкції. У кінцевому підсумку це дає змогу оптимізувати конструктивну розробку на стадії проектування за матеріаломісткістю і прогнозувати ресурс роботи за терміном служби.

Поставлена в запропонованій роботі задача та її рішення базуються на методі мінімуму потенціальної енергії у поєднанні з розробкою математичної моделі, що враховує нерівномірність розподіленого навантаження на полотні транспортера, тобто відповідно до того, що має місце в реальних умовах експлуатації.

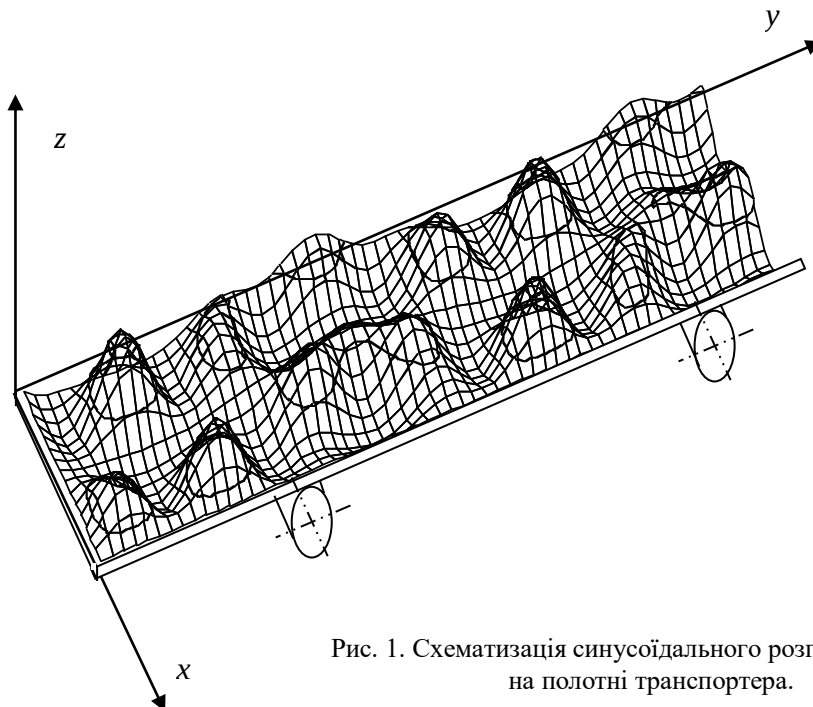


Рис. 1. Схематизація синусоїдального розподілу буряків на полотні транспортера.

На рис. 1 подана графічно-силова структура рішення задачі. Крок прутків транспортера 50 мм, крок між секціями прутків, на яких закріплені скребки 300-305 мм, навантаження від транспортованої маси, що припадає на 1 м^2 полотна транспортера складає в межах 225-2025Н залежно від врожайності буряків.

Оскільки кінематика транспортування буряка носить змінний повторно-періодичний характер (рис. 1) то з достатньою точністю розрахункову модель по ширині транспортера, тобто по довжині кожного прутка, зокрема, можна подати у вигляді (рис.2).

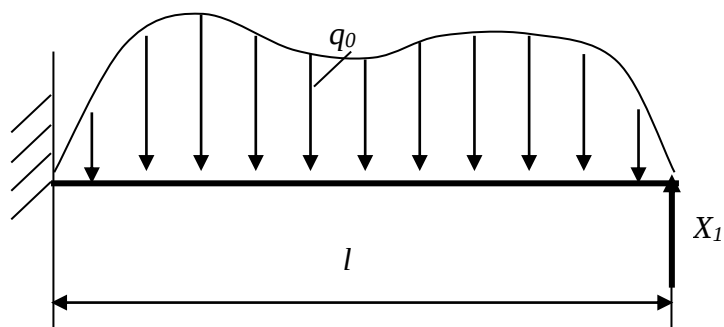


Рис.2. Розрахункова модель прутка.

Для того, щоб довести ефективність розробленої методики розрахунку на основі положень методу мінімуму потенціальної енергії [2] наведемо такі приклади.

Приклад 1. Розрахувати методом сил стержень транспортера з защемленою та шарнірно-рухомою опорами і рівномірно розподіленим навантаженням (рис. 3а). Жорсткість на всій довжині стержня постійна.

1. Загальне число невідомих 4, з них “зайвих” 1.
2. Відкидаємо “зайву” в’язь в опорі В, отримали основну розрахункову схему (рис. 3б), на яку діє розподілене навантаження q і реакція опори X_1 .
3. Аналізуємо основну розрахункову схему:
 - вона не є ні геометрично ні миттєво змінною;
 - вибрана раціонально, тому що відкинувши “зайву” в’язь в опорі А, приведе до певних ускладнень.
4. Записуємо канонічне рівняння методу сил:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0 \quad (1)$$
5. Для визначення переміщень δ_{11} і Δ_{1P} розглянемо стани (рис. 3г,д).
6. Будуємо епюри M_1 і M_q (рис. 3д,е).
7. Згідно [2] обчислюємо переміщення:
 - δ_{11} від одиничної сили $X_1 = 1$, тобто коефіцієнт при X_1 рівняння (1);
 - Δ_{1P} від зовнішнього навантаження q і X_1 , тобто вільний член рівняння (1);

$$\delta_{11} = \sum \frac{1}{EI} \int M_1^2 dx = \frac{1}{EI} w_1 \cdot y_1 = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} l \cdot l \cdot \frac{2}{3} l = \frac{l^3}{3EI}$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \int M \cdot M_q dx = -\frac{1}{EI} w_q \cdot y_{q1} = -\frac{1}{EI} \cdot \frac{l}{3} \cdot \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot \frac{3}{4} l = -\frac{q \cdot l^4}{8EI},$$

- знак мінус перед інтегралом ставимо, тому що епюри M_1 і M_q розташовані з різних сторін стержня (рис. 3д,е).

Підставивши значення δ_{11} і Δ_{1P} в (1) отримаємо:

$$\frac{l^3}{3EI} X_1 - \frac{q \cdot l^4}{8EI} = 0; \quad X_1 = \frac{3}{8} q \cdot l \quad (2)$$

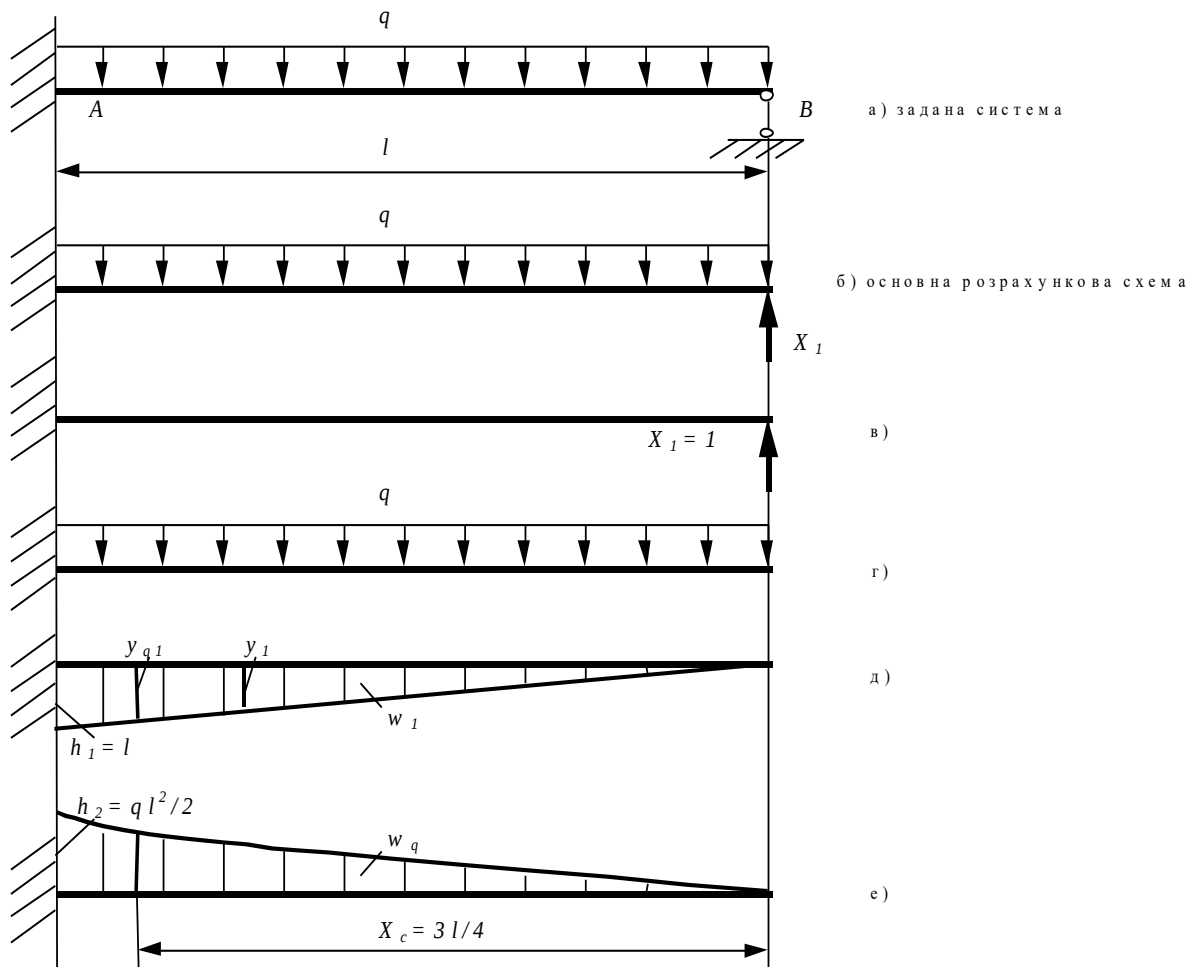


Рис.3. Графічно-силова схематизація методу сил до розрахунку стержня з рівномірно-розподіленим навантаженням q .

Приклад 2. Розкрити статичну невизначеність стержня (рис. 3а), під дією рівномірно-розподіленого навантаження q , застосувавши метод мінімуму потенціальної енергії деформації стержневої системи. Будуємо основну розрахункову схему (рис. 3б), яка враховує рівномірно-розподілене навантаження q і реакцію опори X_1 . Жорсткість на всій довжині стержня приймаємо однаковою.

1. Загальне число невідомих заданої системи (рис. 3а) 4, з них “зайвих” невідомих 1.
2. Відкинувши “зайву” в’язь в опорі В, будуємо основну розрахункову схему (рис. 3б), на яку діє рівномірно-розподілене навантаження q і реакція опори X_1 .
3. Складаємо вираз функції потенціальної енергії від деформації згину, для цього інтегруємо вздовж ділянок основної розрахункової схеми (рис.3 б):

$$U = \frac{1}{2EI} \int_0^l \left[X_1 \cdot x - q \left(\frac{x^2}{2} \right) \right]^2 dx \quad (3)$$

На підставі формули Лейбніца диференціюємо підінтегральну функцію (3) за параметром X_1 і отримані значення прирівнюємо до нуля [2]:

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{2EI} \cdot 2 \cdot \int_0^l \left(X_1 \cdot x - q \frac{x^2}{2} \right) \cdot x dx = \frac{1}{EI} \left(X_1 \frac{x^3}{3} - q \frac{x^4}{8} \right) \Big|_0^l = 0$$

Звідкіля

$$X_1 \frac{l^3}{3} - \frac{q \cdot l^4}{8} = 0; \quad X_1 = \frac{3}{8} q \cdot l \quad (4)$$

Як бачимо, обома методами отримані однакові результати. Так як метод потенціальної енергії набагато швидше приводить до результату, будемо надалі використовувати саме його.

Перейдемо до розрахункової моделі транспортера (рис. 4), яка більш точно враховує реальну схему навантаження елементів транспортера, котре на практиці в основному нерівномірно розподілене.

Вираз функції потенціальної енергії в даному випадку запишеться так:

$$U = \frac{1}{2E \cdot I} \int_0^l [X_1 \cdot x - M(x)]^2 dx \quad (5)$$

де $M(x)$ - момент в січненні x (див. рис. 4) від нерівномірно-розподіленого навантаження $q(x)$, яке моделюємо залежністю:

$$q(x) = \frac{q_0}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} + \beta \right) + 1 \right] \quad (6)$$

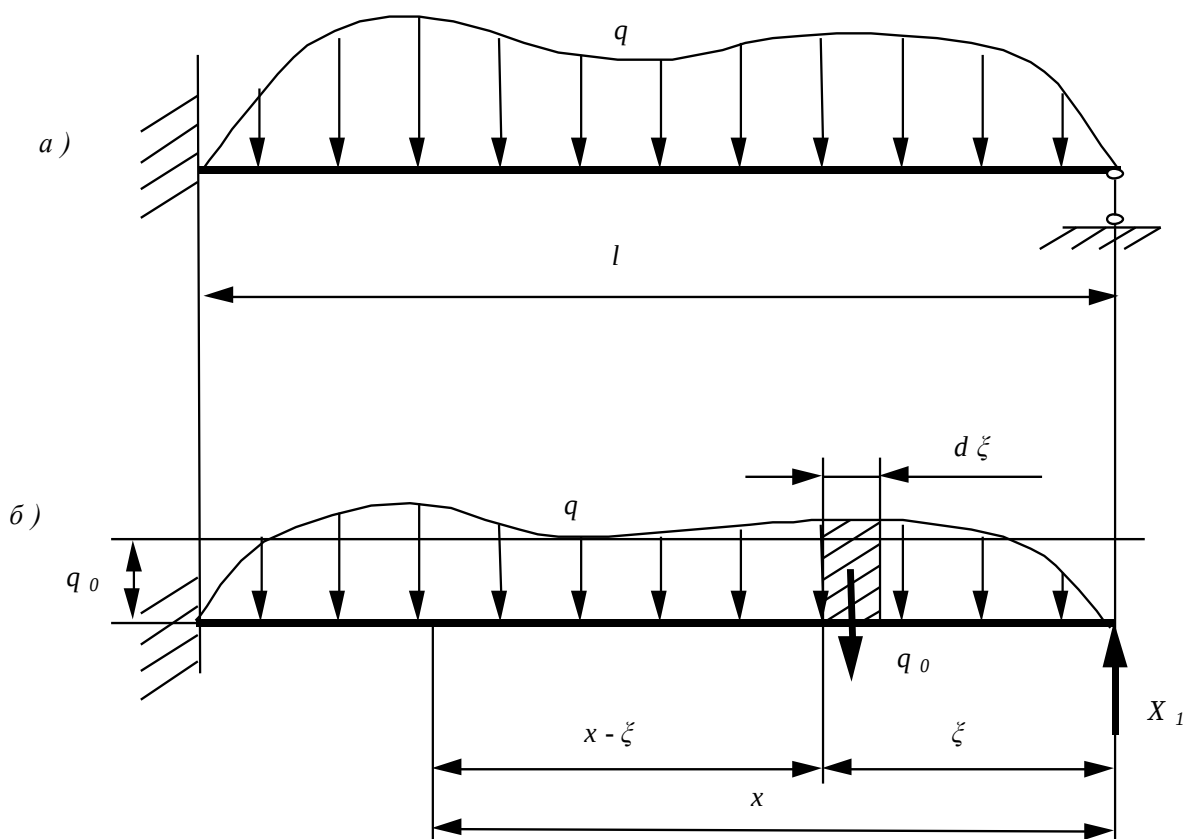


Рис. 4. Схематизація розрахункової моделі транспортера до методу мінімуму потенціальної енергії при змінному розподіленому навантаженні.

Обчислимо згинальні моменти в січенні x (див. рис. 4б):

$$\begin{aligned} M(x) &= \int_0^x \frac{q_0}{2} \left[\sin \left(\frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} + \beta \right) + 1 \right] \cdot (x - \xi) d\xi = \\ &= \frac{q_0}{2} \int_0^x \left[\sin \left(\frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} + \beta \right) + 1 \right] \cdot x d\xi - \frac{q_0}{2} \int_0^x \left[\sin \left(\frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} + \beta \right) + 1 \right] \cdot \xi d\xi \end{aligned} \quad (7)$$

Для вичислення інтегралів (7) зробимо заміну:

$$\left(\frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} + \beta \right) = t; \quad \frac{\pi \cdot n \cdot \xi}{l} = t - \beta; \quad \xi = \frac{l}{\pi \cdot n} (t - \beta); \quad \frac{\pi \cdot n}{l} d\xi = dt; \quad d\xi = \frac{l}{\pi \cdot n} dt \quad (8)$$

Використовуючи значення (8) інтегральні вирази і границі інтегрування виразу (7) запишуться у вигляді:

$$M(x) = \frac{q_0}{2} \cdot x \int_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} (\sin t + 1) \cdot \frac{l}{\pi \cdot n} dt - \frac{q_0}{2} \int_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} (t - \beta) \cdot (\sin t + 1) \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 dt \quad (9)$$

Інтеграли (9) вичисляємо послідовно

- перший інтеграл

$$\begin{aligned} \frac{q_0}{2} \cdot x \int_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} (\sin t + 1) \cdot \frac{l}{\pi \cdot n} dt &= \frac{q_0}{2} \cdot x \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right) \cdot (t - \cos t) \Big|_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} = \\ &= \frac{q_0}{2} \left\{ x^2 + \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot x \left[\cos \beta - \cos \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

- другий інтеграл

$$\begin{aligned} \frac{q_0}{2} \int_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} (t - \beta) (\sin t + 1) \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 dt &= \frac{q_0}{2} \beta \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 (t - \cos t) \Big|_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} - \frac{q_0}{2} \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \int_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} t (\sin t + 1) dt = \\ &= \frac{q_0}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \cdot (t - \cos t) \Big|_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} + \frac{q_0}{2} \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \left[t \cdot \cos t - \sin t - \frac{t^2}{2} \right] \Big|_{\beta}^{\frac{\pi \cdot n \cdot x}{l} + \beta} = \\ &= \frac{q_0}{2} \cdot \beta \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \left[\cos \beta - \cos \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) \right] - \frac{q_0}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + \\ &+ \frac{q_0}{2} \cdot \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \left[\sin \beta - \beta \cdot \cos \beta + \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) \cdot \cos \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) - \sin \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) \right] \end{aligned}$$

Підставляємо отримані значення у (8) і враховуючи (6), отримаємо вираз для згинального моменту:

$$M(x) = \frac{q_0}{2} \left\{ \frac{x^2}{2} + x \cdot \frac{l}{\pi \cdot n} \cdot \cos \beta + \left(\frac{l}{\pi \cdot n} \right)^2 \cdot \left[\sin \beta - \sin \left(\frac{\pi \cdot n}{l} \cdot x + \beta \right) \right] \right\} \quad (10)$$

На підставі формули Лейбніца диференціюємо за параметром X_1 підінтегральну функцію (5), підставивши значення $M(x)$ з (10), опісля результат прирівнюємо до нуля:

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = \frac{1}{E \cdot I} \int_0^l [X_1 \cdot x - M(x)] \cdot x dx = \frac{l^3}{48E \cdot I \cdot \pi^4 n^4} \cdot \{16X_1 \pi^4 n^4 - q_0 l [\pi^2 n^2 (3\pi^2 n^2 + 8\pi \cdot n \cos \beta + 12 \sin \beta) + 24(\pi \cdot n \cos(\beta + \pi \cdot n) - \sin(\beta + \pi \cdot n) + \sin \beta)]\} = 0 \quad (11)$$

Визначимо шуканий параметр X_1 :

$$X_1 = \frac{q_0 l}{16\pi^4 n^4} [\pi^2 n^2 (3\pi^2 n^2 + 8\pi \cos \beta + 12 \sin \beta) + 24(\pi \cdot n \cos(\beta + \pi \cdot n) - \sin(\beta + \pi \cdot n) + \sin \beta)] \quad (12)$$

Використовуючи можливості Mathcad значення X_1 визначаємо в залежності від зміни параметрів навантаження, а саме: $n = 1, 2, 3$; $q_0 = 30 \text{ Н/м}$; величина $l = 0,9 \text{ м}$;

$$\beta = 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \pi.$$

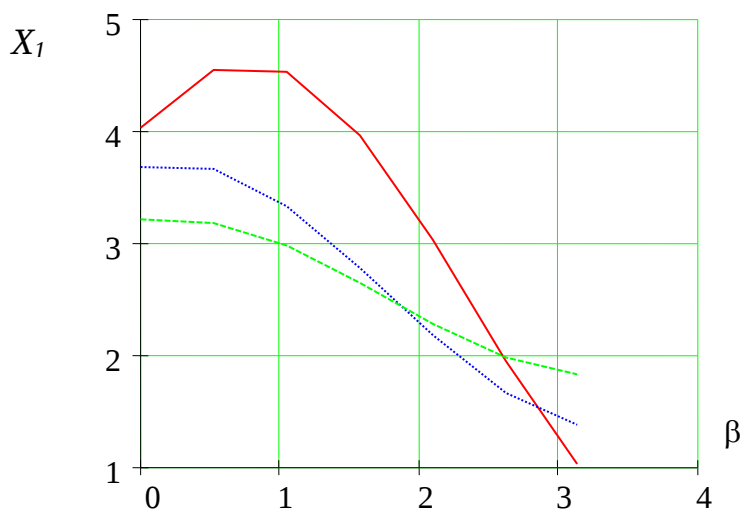
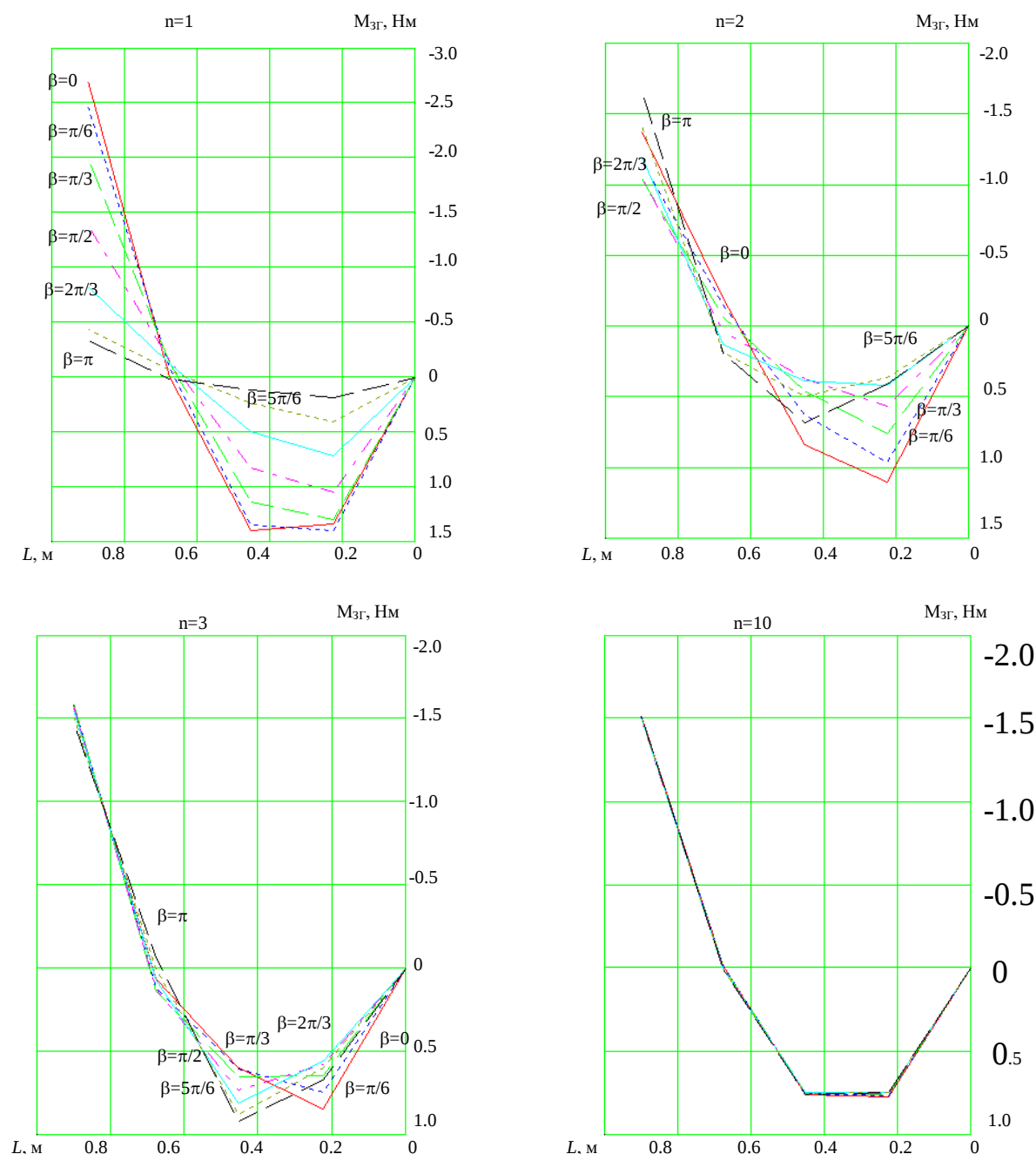


Рис. 5. Графік зміни X_1 в залежності від характеру навантаження при $q_0 = 30 \text{ Н/м}$:

Використовуючи отримані значення X_1 визначимо характер зміни згинальних моментів на ділянках прутка $x = 0,25l$; $0,5l$; $0,75l$; l при навантаженні $q_0 = 30 \text{ Н/м}$.

Запропонована методика і отримані результати забезпечують оцінку напружено-деформівного стану елементів транспортерів типової конструкції у постановці задачі відповідній умовам експлуатації.



β	при $n=1, L, \text{м}$				при $n=2, L, \text{м}$				при $n=3, L, \text{м}$				при $n=10, L, \text{м}$			
	0.225	0.45	0.675	0.9	0.225	0.45	0.675	0.9	0.225	0.45	0.675	0.9	0.225	0.45	0.675	0.9
0	1.336	1.403	-0.011	-2.694	1.104	0.833	-0.198	-1.372	0.845	0.601	0.064	-1.562	0.772	0.76	-0.011	-1.518
$\pi/6$	1.403	1.35	-0.087	-2.47	0.962	0.631	-0.152	-1.161	0.744	0.607	0.116	-1.586	0.766	0.752	-0.009	-1.508
$\pi/3$	1.297	1.139	-0.14	-1.991	0.765	0.463	-0.065	-1.045	0.646	0.654	0.137	-1.592	0.759	0.746	-0.004	-1.502
$\pi/2$	1.048	0.826	-0.155	-1.386	0.567	0.375	0.038	-1.057	0.579	0.73	0.121	-1.587	0.752	0.744	-0.002	-1.5
$2\pi/3$	0.721	0.495	-0.129	-0.816	0.421	0.389	0.132	-1.192	0.561	0.813	0.073	-1.548	-0.746	-0.746	-0.007	-1.503
$5\pi/6$	0.404	0.236	-0.068	-0.434	0.365	0.503	0.19	-1.415	0.595	0.882	0.005	-1.511	-0.745	-0.751	-0.011	-1.511
π	0.183	0.116	0.011	-0.343	0.415	0.686	0.198	-1.667	0.674	0.918	-0.064	-1.475	-0.747	-0.759	-0.011	-1.52

Рис. 6. Епюри згинальних моментів по ширині транспортера.

The solution of the problem of non-uniformly distributed loading influence on rod transporters elements which essential for engineering is offered.

Література

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике.- М: Наука, 1968.- 720с.
2. Рыбак Т.И. Методы оценки несущей способности и долговечности машин для химической защиты в растениеводстве.- Киев: Наук. думка, 1985.- 232с.

Одержано 15.12.2000 р.