

МІНІСТЕРСТВО АГРАРНОЇ ПОЛІТИКИ
УКРАЇНИ

ПРАЦІ

99

Таврійської
державної
агротехнічної
академії



Випуск 4. Прикладна геометрія та
інженерна графіка

Том 32

Наукове фахове видання



Мелітополь – 2006

14. Гавриленко Е.А. Аналіз вихідного точкового ряду на можливість формування, на його основі, обводу з монотонною зміною кривини.....94
15. Петрик М.Р., Дабула К.М., Балабан С.М. Математичне моделювання і інтенсифікація процесу віброфільтрації в неоднорідних циліндричних середовищах..... 99
16. Пік А.І., Ковбашин В.І. Моделювання згину гнучкого секційного шнеку з використанням афінних перетворень..... 105
17. Кукліна О.Ю. До геометричного моделювання лопаток осьового вентилятора.....111
18. Ковтун О.М. Кубічний сплайн із керуючими точками, що інцидентні кривій..... 115
19. Черних І.О., Максимова М.О. Аналітична модель метода паралельного проєціювання..... 120
20. Малотіна Т.П., Старченко Ж.В. Алгебраїчні криві в графічних системах комп'ютерної графіки..... 124
21. Конопацький Є.В. Конструювання дуг обводу з кривих третього порядку.....127
22. Торянік В.В., Глібка О.А., Савченко Л.М. Усунення дефектів растрових зображень методом їх фільтрації..... 132
23. Барбаш М.І. Визначення рівняння поверхні при заданому розташуванні прямої поверхні та пакування.....137

УДК 519.06

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ІНТЕНСИФІКАЦІЯ
ПРОЦЕСУ ВІБРОФІЛЬТРАЦІЇ В НЕОДНОРІДНИХ
ЦИЛІНДРИЧНИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Петрик М.Р., к.т.н,
Дабула К.М.,
Балабан С.М., к.т.н
Тернопільський державний технічний університет
Тел. 38 0352 254983.

Анотація – розглядається спроба моделювання процесів фільтрації в неоднорідних середовищах в каналах обмежених гвинтовими поверхнями.

Ключові слова – фільтраційні процеси, інтенсифікуючі вібраційні дії, неоднорідне середовище, інтегральне перетворення Ганкеля, задача Коші, числове моделювання.

Постановка проблеми та аналіз попередніх досліджень. Процеси фільтрації і відтиску біологічних матеріалів завжди відносилися до енергозатратних і довготривалих процесів. Тому розробка і впровадження у виробництво енерго і ресурсозберігаючих технологій і їх інтенсифікація потребує створення нових процесів фільтрації і відтиску біологічних матеріалів. Одним з перспективних напрямків вирішення даної проблеми являється застосування вібраційних технологій, які дозволяють досягти значної інтенсифікації процесів неперервного відтиску для неоднорідних двофазних фільтраційних середовищ.

Формулювання цілей статті. Створення геометричної і математичної моделей процесу віброфільтрації в неоднорідних середовищах дозволяє значно здешевити і прискорити процес розробки і дослідження запропонованого процесу.

Основна частина. На рис.1. показано робочий експериментальний канал, який обмежений двома поверхнями: зовнішньою напів проникною і внутрішньою не проникною (поверхня гвинтового преса). Фільтраційне середовище рухається вздовж осі симетрії циліндричного каналу з швидкістю U_1 в напрямку виходу робочого каналу. Тверда фаза рухається вздовж осі конічного каналу і пресується в об'ємі, рідинна фаза рухається в перпендикулярному напрямку і виходить через пори фільтрувальної напівпроникної зовнішньої поверхні. Вібрації з частотою μ і амплітудою

$A_k(z), B_k(z)$ застосовуються з метою інтенсифікувати процес. Тут k — номер секції в каналі. Математична модель для такого процесу є такою.

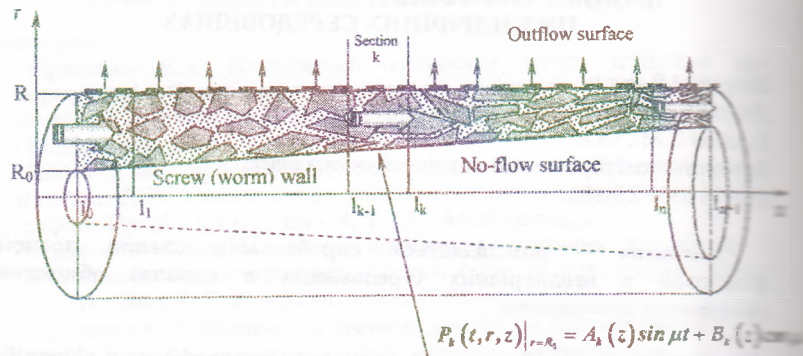


Рис. 1. Схема експериментального каналу.

Математична модель процесу.

Побудувати обмежений розв'язок системи рівнянь в області

$$D = \left\{ (t, r, z) : t > 0, r \in (R_0, R), z \in (l_0, \infty) = \bigcup_{k=1}^{n+1} (l_{k-1}, l_k) \right\} \quad (0 < l_0 < l_{n+1} = \infty)$$

$$\frac{\partial P_k}{\partial t} = \left[b_r^2 \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + b_{z_k}^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] P_k(t, r, z), \quad (1)$$

з початковими:

$$P_k(t, r, z)|_{t=0} = P_{0k}(r, z) = P_0 \quad (2)$$

крайовими по r :

$$P_k(t, r, z)|_{r=R_0} = A_k(z) \cos \mu t + B_k(z) \mu \sin t; \quad (3)$$

$$P_k(t, r, z)|_{r=R} = P_{Rk}(t, z) \equiv 0; \quad (4)$$

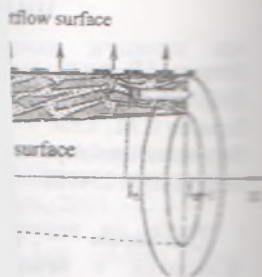
крайовими умовами і умовами контакту по z :

$$P_1(t, r, z)|_{z=l_0} = P_{l_0}(t, r); \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\partial P_{n+1}}{\partial z} = 0; \quad (5)$$

$$\left\{ \left[\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^k \right] P_k(t, r, z) - \left[\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^k \right] P_{k+1}(t, r, z) \right\} |_{z=l_k} = 0, \quad (6)$$

Тут P_k — тиск [Pa] в рідкій фазі, z — лінійна координата [m], r — циліндрична координата [m], $b_{r_k}^2, b_{z_k}^2$ — компоненти коефіцієнта дифузії

и процес. Тут k — число секцій каналу.



$$v_k = A_k(z) \sin \mu t + B_k(z) \cos \mu t$$

в області $0 < z < l_{n+1}$

$$0 < l_0 < l_{n+1} < \infty$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1)$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=l_k} = 0 \quad (2)$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=l_{n+1}} = 0 \quad (3)$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=l_{n+1}} = 0 \quad (4)$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=l_{n+1}} = 0 \quad (5)$$

$$v_k(t, z) \Big|_{z=l_k} = 0 \quad (6)$$

визначена $[m]$, r — радіус дифузії

$[m^2 s^{-1}]$ для координат z і r , A_k, B_k — компоненти амплітуди коливань, k ($k \in \{1, n+1\}$) число секцій каналу.

Схема побудови розв'язку.

Застосовуємо до (1)-(6) інтегральне перетворення Ганкеля [1]:

$$H[P_k(t, r, z)] = \int_{R_0}^R P_k(t, r, z) V_0(r, \lambda_m) r dr \equiv P_{km}(t, z) \quad (7)$$

$$H^{-1}[P_{km}(t, z)] = \sum_{m=1}^{\infty} P_{km}(t, z) \frac{V_0(r, \lambda_m)}{\|V_0(r, \lambda_m)\|^2} \quad (8)$$

Отримуємо нову задачу: побудувати обмежений розв'язок задачі в області $D_1 = \{(t, z) : t > 0, z \in \bigcup_{k=1}^{n+1} (l_{k-1}, l_k) : 0 \leq l_0 \leq l_{n+1} < \infty\}$

$$\frac{\partial P_{km}}{\partial t} + b_r^2 \lambda_m^2 P_{km}(t, z) = b_z^2 \frac{\partial^2 P_{km}(t, z)}{\partial z^2} + F_{km}(t, z), \quad (9)$$

$$F_{km}(t, z) = -b_r^2 \lambda_m R_0 V_1(R_0, \lambda_m) \cdot [A_k(z) \cos(\mu t) + B_k(z) \sin(\mu t)]; \quad (10)$$

початковими

$$P_{km}(t, z) \Big|_{t=0} = P_{0km}(z); \quad (11)$$

крайовими умовами і умовами контакту по z :

$$P_{1m}(t, z) \Big|_{z=l_0} = P_{10,m}(t); \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\partial P_{n+1,m}}{\partial z} = 0 \quad (12)$$

$$\left[\alpha_{j1}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j1}^k \right] P_{km}(t, z) - \left[\alpha_{j2}^k \frac{\partial}{\partial z} + \beta_{j2}^k \right] P_{k+1,m}(t, z) \Big|_{z=l_k} = 0; \quad (13)$$

$V_0(r, \lambda_m)$ — власні функції перетворення Ганкеля:

$$V_0(r, \lambda_m) = N_0(\lambda_m R) \cdot I_0(\lambda_m r) - I_0(\lambda_m R) \cdot N_0(\lambda_m r),$$

λ_m — власні числа перетворення Ганкеля є коренями рівняння:

$$N_0(\lambda_m R) \cdot J_0(\lambda_m R_0) - J_0(\lambda_m R) \cdot N_0(\lambda_m R_0) = 0.$$

Застосовуючи до (10)-(13) інтегральне перетворення Фур'є [1]

отримуємо задачу Коші [2]:

$$\frac{d^2 \tilde{P}_m(t)}{dt^2} = -(b_r^2 \lambda_m^2 + \beta^2) \tilde{P}_m(t) + \tilde{\Phi}_m(t), \quad (14)$$

$$\tilde{P}_m(t) \Big|_{t=0} = \tilde{P}_{0m}; \quad (15)$$

$$\tilde{\Phi}_m(t) = \tilde{F}_m(t) - \sigma_1 b_{z1}^2 (\alpha_{11}^0)^{-1} \cdot V_1(l_0, \beta) \cdot P_{10,m}(t). \quad (16)$$

Розв'язком задачі Коші є:

$$\tilde{P}_m(t) = \tilde{P}_{0m} \cdot e^{-\left(b_r^2 \lambda_m^2 + \beta^2\right)t} + \int_0^t e^{-\left(b_r^2 \lambda_m^2 + \beta^2\right)(t-\tau)} \cdot \tilde{\Phi}_m(\tau) d\tau. \quad (17)$$

В результаті отримуємо розв'язок задачі (1)-(6):

$$P_k(t, r, z) = \int_{R_0}^R \sum_{k_1=|k_1-1|}^{n+1} \int_{|k_1-1|}^{k_1} [W_{k, k_1}(t, r, \rho, z, \xi) \cdot P_{k_1}(\rho, \xi)] \rho d\rho d\xi - \\ - \int_{0^+}^t \sum_{k_1=|k_1-1|}^{n+1} \int_{|k_1-1|}^{k_1} [H_{k, k_1}(t-\tau, r, R_0, z, \xi) \cdot (A_{k_1}(\xi) \cos \mu \tau + B_{k_1}(\xi) \sin \mu \tau)] \tau d\xi + \\ + \int_{R_0}^R H_{k, k_1}(t-\tau, r, \rho, z, b_0) \cdot P_0(\tau, \rho) \rho d\rho d\tau$$

Числове моделювання і аналіз.

Початкові дані: $P_E^* = 1.0$ – початкове значення тиску в певній фазі; $h = 1.0, m$ – довжина каналу; $R = 0.1 m$ – радіус товщина осаду; $b_{z1} = 0.0000001, m^2/s$; $b_r = 0.000001, m^2/s$; $n = 10$ – число членів ряду Фур'є; $A_1 = 0,1 \cdot h$; $B_1 = 0$. Безрозмірні параметри:

$$z^* = z/h; r^* = r/R; \tau = \frac{b_r \cdot t}{R^2}; b_{zk}^* = \frac{b_{zk} R^2}{b_r h^2}; b_r^* = 1; P_1^*(t, z^*) = P_1(t, z)$$

На рис. 2 показані числові розподіли приведенного тиску P і P_{k1} для приведенного часу τ у відносних координатах z^* : $z^* = 0.5, z^* = 0.9, r^* = 0.5$.

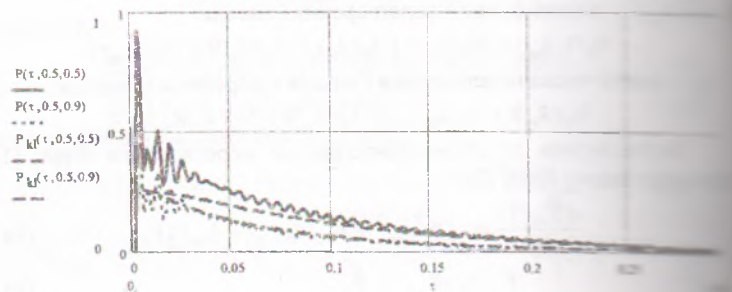


Рис. 2. Розподіл тисків P і P_{k1} від часу τ і безрозмірних коефіцієнтів $z^* = 0.5; 0.9, r^* = 0.5$

На рис. 3-4 поданий розподіл сухості матеріалу $S(\tau)$ і $S_{kl}(\tau)$ в каналі згідно (19) в залежності від частоти: $\mu = 500$ (рис.3), $\mu = 800$ (рис.4),

$$S(\tau) = \int_0^R \int_0^R [P_0 - P(\tau, r^*, z^*)] dr^* dz^*; S_{kl}(\tau) = \int_0^R \int_0^R [P_0 - P_{kl}(\tau, r^*, z^*)] dr^* dz^*. \quad (19)$$

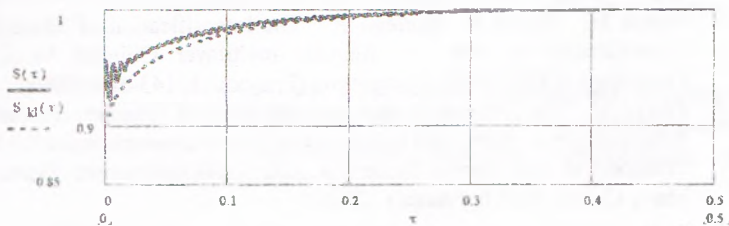


Рис.3. Розподіл сухості матеріалу $S(\tau)$ і $S_{kl}(\tau)$, при $\mu = 500 [s^{-1}]$

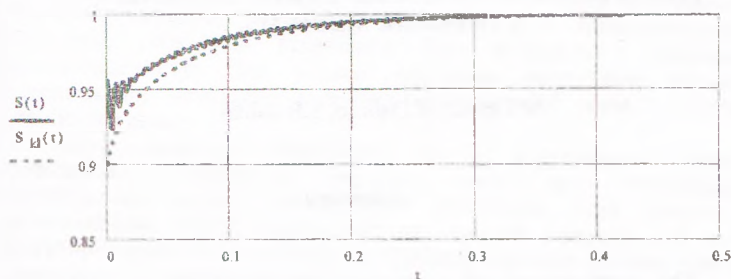


Рис.4. Розподіл сухості матеріалу $S(\tau)$ і $S_{kl}(\tau)$, при $\mu = 800 [s^{-1}]$

Висновки. Як впливає з результатів моделювання і аналізу процесу фільтраційного відтиску із застосуванням інтенсифікуючих вібраційних взаємодій на внутрішні непроникні поверхні гвинтового преса, сухість матеріалу на 5-8% перевищує сухість матеріалу, який подавався технологічній обробці за класичною схемою.

Застосування вібраційних технологій з використанням запропонованої математичної моделі і числового аналізу інтенсифікуючих чинників кінетики процесу є ефективним шляхом інтенсифікації процесів фільтраційного відтиску.

Література

1. *M. Lenyuk, M. Petryk.* The methods of hybrid integral transformations of Fourier, Bessel with spectral parametr in problems of mathematical modeling of the masexchange process in nonregular medias.- Kyiv: Naukova dumka, 2000.-372p.
2. *V. Stepanov.* The course of differential equations. – Moskov: Fizmatgiz, 1959 – 450p.
3. *Petryk M., Petryk N., Matiaga V.* "The Intensification of Process of Vibrofiltration in non Regular mytilayer Cilinder Media's". Proceedings ICEST-2002, Compiagne (France). .1, 143-149 (2002).
4. *Petryk M.* "The Simulation and intensification of Transfer of Mass of Adsorption in n- composed heterogenous Nanoporous Materials". Fluid Transport in Nanoporous Materials. ASI NATO.Université Pierre et Marie Curie (Paris 6, France) (2003).

**MATHEMATIC MODELLING AND INTENSIFICATION OF
VIBROFILTRATION PROCESS IN HETEROGENEOUS
CYLINDRIC MEDIUMS.**

M.Petruk, K.Dabulo, S.Baiaban

Summary

The methodology of application of activation of vibration movements for intensification of filter pressing of dispersed biological materials is set up in the paper. Mathematical model of vibrofiltration pressing for a cylindrical nonregular filtration works channel is described. The exact analytical solution of model with application of integral Fourier and Bessel transforms is constructed. The numerical modeling and analysis of process is executed and the comparative analysis with the classic schemes of a filtration (without application of vibration movements) is adduced.

УДК 621.867.4

**МОДЕЛЮВАННЯ
З ВИВ**

Пік А.І., к.т.н.
Ковбашин В.І.
Тернопільський
Тел.: (0352) 23

Анотація
секційного ви
з використ
однорідній си

Ключові
ординат, од

Постано
конвесах ро
спарених пр
лопатями, д
ремонтздате
навантаженні
секційного ш

Аналіз
моделювання
розтягуючос
криволінійни
траєкторії тр
проводився

яких є трудо
Формул
виникають з
вільно підви
доцільно ст
оцінити вібр

Основи
використанн
системі кос

Охуз співвід
Робочн
пружного в
матеріал. І
пластин, ж
одної на 90