

УДК. 517.9, 539.3

А.Ловейкін, канд. фіз.-мат. наук

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

РОЗПОДІЛ ЗАРЯДІВ, ІНДУКОВАНИХ НА ПОВЕРХНІ ГОСТРОЇ, ЗІГНУТОЇ КЛИНОПОДІБНОЇ ПЛАСТИНИ

В роботі розглянуто задачу теорії потенціалу про визначення електростатичного поля, створеного провідником, який має форму зігнутої по бісектрисі клиноподібної пластини. На основі однорідних розв'язків цієї задачі встановлено характер розподілу поверхневої густини зарядів в околі кутової точки (вершини) провідника.

Розглянемо провідник, який має форму клиноподібної (секторіальної) пластини, ребра якої утворюють плоский кут величини $2\theta_0$. Зігнемо цей провідник по бісектрисі так, щоб двограний кут на утвореному ребрі дорівнював $2\pi\alpha$ (рис. 1). Отриманий в результаті провідник Σ зручно описати у сферичних координатах (ρ, θ, φ) [1]: $\Sigma = \{\rho \geq 0, 0 \leq \theta \leq \theta_0, \varphi = \pm\pi\alpha\}$.

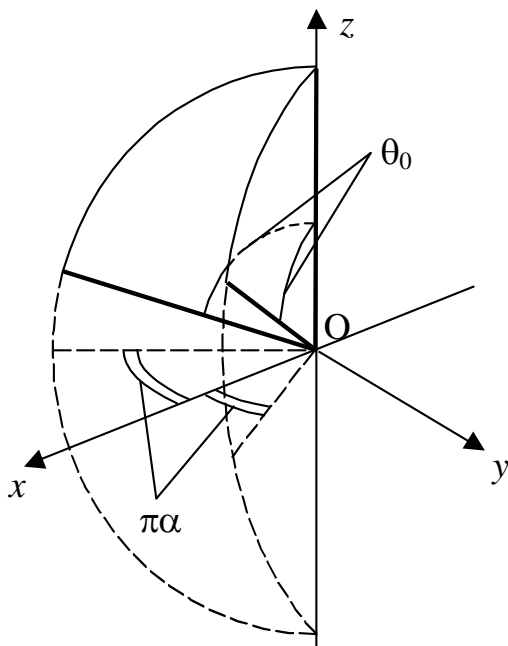


Рис. 1 Зігнута клиноподібна пластинка

Нехай зовні заземленого провідника Σ розташована система зарядів, які indukують на його поверхні електростатичне поле з потенціалом $u_0 = u_0(x, y, z)$, $(x, y, z) \in \Sigma$. Тоді дослідження поля індукованих на пластині зарядів пов'язане з розв'язанням задачі теорії потенціалу

$$\begin{aligned} \Delta u &= 0, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \setminus \Sigma, \\ u|_{\Sigma} &= u_0, u(\infty) = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Основною метою роботи є визначення характеру поведінки поверхневої густини індукованих зарядів при підході до кутової точки провідника (точки перетину трьох ребер), точки O (див. рис. 1). Слід відзначити, що в роботах [2, 3, 4] розглядалися аналогічні задачі для провідників схожої геометрії. Так в роботах [2, 3] вивчався розподіл зарядів в околі вершини плоскої секторіальної пластини ($\alpha = 1/2$), а у роботі [4] був розглянутий

провідник аналогічної геометрії для випадку $\pi/2 \leq \theta_0 \leq \pi$. Тому надалі вважаємо, що $0 < \theta_0 \leq \pi/2$.

Для досягнення основної мети роботи досить побудувати однорідні розв'язки задачі (1), які визначаються як нетривіальні розв'язки такої крайової задачі

$$\begin{aligned} \Delta \omega &= 0, (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \setminus \Sigma, \\ \omega|_{\Sigma} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

умова регулярності на нескінченності не ставиться.

З рис. 1 видно, що задача (2) має симетрію по координаті y . Тому її можна розділити на дві: відшукування парних та непарних по y однорідних розв'язків. Ми будемо розглядати першу з цих задач, тобто шукаємо парні розв'язки крайової задачі (2), які повинні задовольняти додатковій умові

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial y} \right|_{y=0} = 0, \quad (3)$$

причому ці розв'язки досить шукати у півпросторі $\{y > 0\}$.

Розв'язок поставленої задачі буде проводитись у сферичних координатах (ρ, θ, φ) [1], в яких $\{y > 0\} = \{\rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 < \varphi < \pi\}$, а умова парності (3) має вид

$$\left. \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = \left. \frac{\partial \omega}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\pi} = 0. \quad (4)$$

За аналогією з роботою [4] для розв'язання задачі використаємо метод частинних областей [5]. Розіб'ємо півпростір $\{y > 0\}$ на дві області

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{\rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 < \varphi < \pi\alpha\}, \\ \Omega_2 &= \{\rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 < \pi - \varphi < \pi\beta\}, \beta = 1 - \alpha, 0 < \alpha \leq 1/2, \end{aligned}$$

та будемо шукати функції ω_1 та ω_2 , гармонічні відповідно в областях Ω_1 та Ω_2 , які задовольняють крайовій умові задачі (2) на Σ , умові парності (4) та умовам зшиття на межовій поверхні $\varphi = \pi\alpha$ ($\pi - \varphi = \pi\beta$). Перераховані умови на функції $\omega_{1,2}$ можна записати у вигляді

$$\left. \frac{\partial \omega_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=0} = 0, \quad \left. \frac{\partial \omega_2}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\pi} = 0; \quad (5)$$

$$\omega_1 \Big|_{\varphi=\pi\alpha} = \omega_2 \Big|_{\pi-\varphi=\pi\beta}; \quad (6)$$

$$\omega_1 \Big|_{\varphi=\pi\alpha} = 0, 0 \leq \theta \leq \theta_0; \quad \left(\left. \frac{\partial \omega_1}{\partial \varphi} \right|_{\varphi=\pi\alpha} - \left. \frac{\partial \omega_2}{\partial \varphi} \right|_{\pi-\varphi=\pi\beta} \right) = 0, \theta_0 < \theta < \pi. \quad (7)$$

Невідомі гармонічні функції $\omega_{1,2}$ будемо шукати у вигляді інтегралів типу Мелера-Фока по координаті θ [6]

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \frac{\rho^{s-1/2}}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \mu a_1(\mu) \cdot \cos \mu \varphi \cdot \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) P_{s-1/2}^{-\mu}(\cos \theta) d\mu, \\ &\quad \rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 \leq \varphi \leq \pi\alpha; \\ \omega_2 &= \frac{\rho^{s-1/2}}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \mu a_2(\mu) \cdot \cos \mu(\pi - \varphi) \cdot \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) P_{s-1/2}^{-\mu}(\cos \theta) d\mu, \\ &\quad \rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 \leq \pi - \varphi \leq \pi\beta, \end{aligned} \quad (8)$$

де $a_{1,2}(\mu)$ – невідомі функції, s – невідомий чисто уявний параметр. При такому виборі невідомих функцій крайові умови (5) вже виконані, а з умови (6) випливає, що

$$a_1(\mu) \cdot \cos \pi\alpha\mu = a_2(\mu) \cdot \cos \pi\beta\mu. \quad (9)$$

Підставимо (8) в мішані крайові умови (7). Тоді, враховуючи (9), отримаємо рівності

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \mu a_1(\mu) \cdot \cos \pi \alpha \mu \cdot \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) P_{s-1/2}^{-\mu}(\cos \theta) d\mu = \\ = \begin{cases} 0, & 0 < \theta < \theta_0, \\ u_s(\theta), & \theta_0 < \theta < \pi; \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \mu^2 a_1(\mu) \frac{\sin \pi \mu}{\cos \pi \beta \mu} \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) P_{s-1/2}^{-\mu}(\cos \theta) d\mu = \\ = \begin{cases} \sigma_s(\theta) \cdot \sin \theta, & 0 < \theta < \theta_0, \\ 0, & \theta_0 < \theta < \pi, \end{cases} \end{aligned}$$

де $u_s(\theta)$ – невідома функція, яка визначає потенціал поля на продовженні пластини, $\sigma_s(\theta)$ – невідома функція, яка визначає поверхневу густину зарядів на пластині, при цьому введені невідомі функції мають такі властивості

$$\begin{aligned} u_s \in C[\theta_0, \pi], \quad u_s(\theta) \sim A \cdot \sin^{1/2}(\theta - \theta_0), \quad \theta \sim \theta_0 + 0; \\ \sigma_s \in C(0, \theta_0), \quad \sigma_s(\theta) \sim B_1 \cdot \sin^{-1+(2\beta)} \theta, \quad \theta \sim 0+, \\ \sigma_s(\theta) \sim B_2 \cdot \sin^{-1/2}(\theta_0 - \theta), \quad \theta \sim \theta_0 - 0. \end{aligned}$$

Якщо застосувати до рівностей (10) формули інтегрального перетворення типу Мелера-Фока [6], співвідношення для функцій Лежандра від'ємного аргумента та тригонометричні розвинення функцій Лежандра [7], отримаємо

$$\begin{aligned} \mu a_1(\mu) \cdot \cos \pi \alpha \mu = \frac{d_0^{-\mu}}{\Gamma(1+\mu)} X(\mu), \\ \mu a_1(\mu) \frac{\sin^2 \pi \mu}{\cos \pi \beta \mu} = \frac{\pi d_0^{-\mu} Y(-\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) \Gamma(1-\mu)} - \cos \pi s \cdot \frac{d_0^{\mu} Y(\mu)}{\Gamma(1+\mu)}, \end{aligned} \quad (11)$$

де $d_0 = \operatorname{tg} \frac{\theta_0}{2}$, $0 < \theta_0 \leq \frac{\pi}{2}$, $(0 < d_0 \leq 1)$;

$$\begin{aligned} X(\mu) = \mu \int_0^{\pi-\theta_0} \frac{u_s(\pi-t)}{\sin t} \left[\frac{\operatorname{tg}(t/2)}{\operatorname{ctg}(\theta_0/2)} \right]^{\mu} F\left(\frac{1}{2} - s, \frac{1}{2} + s, 1 + \mu, \sin^2 \frac{t}{2}\right) dt, \\ Y(\mu) = \int_0^{\theta_0} \sigma_s(t) \left[\frac{\operatorname{tg}(t/2)}{\operatorname{tg}(\theta_0/2)} \right]^{\mu} F\left(\frac{1}{2} - s, \frac{1}{2} + s, 1 + \mu, \sin^2 \frac{t}{2}\right) dt \end{aligned}$$

невідомі функції комплексної змінної μ , які, враховуючи властивості u_s та σ_s , аналітичні при $\operatorname{Re} \mu > -1/(2\beta)$, а при $\mu \sim \infty$ поведуть себе як $O(\mu^{-1/2})$; $F(a, b, c, z)$ – гіпергеометрична функція [7]. Вилучаючи з отриманих рівностей (11) невідому функцію $a_1(\mu)$, прийдемо до функціонального рівняння типу Вінера-Хопфа [8]

$$\begin{aligned} \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right) \left[\frac{X(\mu)}{\Gamma(1+\mu)} + d_0^{2\mu} \cdot \cos \pi s \cdot \frac{\cos \pi \alpha \mu \cdot \cos \pi \beta \mu}{\sin^2 \pi \mu} \frac{Y(\mu)}{\Gamma(1+\mu)} \right] = \\ = \pi \frac{\cos \pi \alpha \mu \cdot \cos \pi \beta \mu}{\sin^2 \pi \mu} \frac{Y(-\mu)}{\Gamma(1-\mu)}, \quad |\operatorname{Re} \mu| < \frac{1}{2\beta}. \end{aligned}$$

Якщо до отриманого функціонального рівняння застосувати методику Вінера-Хопфа [8], то прийдемо до співвідношень, які визначають невідомі функції $X(\mu)$ та $Y(\mu)$:

$$\begin{aligned} & \mu X_1(\mu) + d_0^{2\mu} \cdot \cos \pi s \cdot \mu \frac{\cos \pi \alpha \mu \cdot \cos \pi \beta \mu}{\sin^2 \pi \mu} Y_1(\mu) - \\ & - \frac{\cos \pi s}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_0^{2k}}{\mu - k} \left[\cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(\tilde{y}_k + \frac{y_k}{\mu - k} \right) + \tau_k y_k \right] - \frac{y_0}{\mu} = 0, \\ & K(\mu) Y_1(\mu) + \\ & + \frac{\cos \pi s}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_0^{2k}}{\mu + k} \left[\cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(\frac{y_k}{\mu + k} - \tilde{y}_k \right) - \tau_k y_k \right] - \frac{y_0}{\mu} = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

де

$$\begin{bmatrix} X_1(\mu) \\ Y_1(\mu) \end{bmatrix} = (\alpha^\alpha \beta^\beta)^{-\mu} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \alpha \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + \beta \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right)}{\Gamma^3(1 + \mu)} \begin{bmatrix} X(\mu) \\ Y(\mu) \end{bmatrix},$$

$$K(\mu) = \frac{\pi (\alpha^\alpha \beta^\beta)^{2\mu} \Gamma^2(1 + \mu) \Gamma(\mu)}{\Gamma^2\left(\frac{1}{2} + \alpha \mu\right) \Gamma^2\left(\frac{1}{2} + \beta \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - s + \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + s + \mu\right)},$$

$$\tau_k = \cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(2 \ln d_0 + \frac{1}{k} \right) + \frac{d}{d \mu} (\cos \pi \alpha \mu \cdot \cos \pi \beta \mu) \Big|_{\mu=k}, \quad k \geq 1,$$

а невідомі величини $y_0 = \frac{\cos \pi s}{\pi} Y_1(0)$, $y_k = k Y_1(k)$, $\tilde{y}_k = k Y_1'(k)$, $k \geq 1$, визначаються з такої квазіцілком регулярної системи лінійних алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} & \left\{ \cos \pi s \cdot \left(2 \ln d_0 - 2 \ln (\alpha^\alpha \beta^\beta) + 2\psi\left(\frac{1}{2}\right) + 2\psi\left(s + \frac{1}{2}\right) - 4\psi(1) \right) - \pi \cdot \sin \pi s \right\} y_0 + \\ & + \frac{2 \cdot \cos^2 \pi s}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_0^{2k}}{k} \left\{ \cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(\tilde{y}_k - \frac{y_k}{k} \right) + \tau_k y_k \right\} = 0, \end{aligned}$$

$$K(m) y_m + \frac{\cos \pi s}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_0^{2k}}{m+k} \left\{ \cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(\frac{y_k}{m+k} - \tilde{y}_k \right) - \tau_k y_k \right\} - \frac{y_0}{m} = 0,$$

$$\begin{aligned} & K(m) \tilde{y}_k + K(m) \left\{ 2 \ln (\alpha^\alpha \beta^\beta) + 3\psi(1+m) + \psi(m) - \right. \\ & \left. - 2\alpha\psi\left(\frac{1}{2} + \alpha m\right) - 2\beta\psi\left(\frac{1}{2} + \beta m\right) - \psi\left(\frac{1}{2} - s + m\right) - \psi\left(\frac{1}{2} + s + m\right) \right\} y_m + \\ & + \frac{\cos \pi s}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{d_0^{2k}}{(m+k)^2} \left\{ \cos \pi \alpha k \cdot \cos \pi \beta k \cdot \left(\tilde{y}_k - 2 \frac{y_k}{m+k} \right) + \tau_k y_k \right\} + \frac{y_0}{m^2} = 0, \\ & m \geq 1, \end{aligned} \quad (13)$$

$\psi(z)$ – логарифмічна похідна від Γ -функції [7].

Використовуючи першу з рівностей (11), гармонічну функцію ω_1 можна представити у вигляді

$$\omega_1 = \frac{\rho^{s-1/2}}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \frac{\cos \mu \varphi}{\cos \pi \alpha \mu} d_0^{-\mu} \frac{\Gamma^2(1+\mu) X_1(\mu)}{\Gamma\left(\frac{1}{2} + \alpha \mu\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} + \beta \mu\right)} P_{s-1/2}^{-\mu}(\cos \theta) d\mu, \\ \rho > 0, 0 < \theta < \pi, 0 \leq \varphi \leq \pi \alpha.$$

В отриманій рівності при $0 < \theta < \theta_0$ інтеграл можна порахувати, замикаючи контур інтегрування у півплощині $\text{Re } \mu \geq 0$ та обчислюючи суму лишків по простих полюсах $\mu_k = (1+2k)/(2k)$, $k \geq 0$ (нулі $\cos \pi \alpha \mu$). В результаті отримаємо

$$\omega_1 = \frac{\rho^{s-1/2}}{\pi \alpha} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \cos \frac{1+2k}{2\alpha} \varphi \cdot d_0^{-\frac{1+2k}{2\alpha}} \left(\alpha^\alpha \beta^\beta\right)^{\frac{1+2k}{2\alpha}} X_1\left(\frac{1+2k}{2\alpha}\right) \times \\ \times \frac{\Gamma^2\left(1 + \frac{1+2k}{2\alpha}\right)}{k! \Gamma\left(\frac{1}{2} + \beta \frac{1+2k}{2\alpha}\right)} P_{s-1/2}^{-\frac{1+2k}{2\alpha}}(\cos \theta), \rho > 0, 0 < \theta < \theta_0, 0 \leq \varphi \leq \pi \alpha. \quad (14)$$

Аналогічно для функції ω_2

$$\omega_2 = \frac{\rho^{s-1/2}}{\pi \beta} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \cdot \cos \frac{1+2k}{2\beta} (\pi - \varphi) \cdot d_0^{-\frac{1+2k}{2\beta}} \left(\alpha^\alpha \beta^\beta\right)^{\frac{1+2k}{2\beta}} X_1\left(\frac{1+2k}{2\beta}\right) \times \\ \times \frac{\Gamma^2\left(1 + \frac{1+2k}{2\beta}\right)}{k! \Gamma\left(\frac{1}{2} + \alpha \frac{1+2k}{2\beta}\right)} P_{s-1/2}^{-\frac{1+2k}{2\beta}}(\cos \theta), \rho > 0, 0 < \theta < \theta_0, 0 \leq \pi - \varphi \leq \pi \beta. \quad (15)$$

Аналогічні представлення можна отримати для функцій $\omega_{1,2}$ при $\theta_0 < \theta < \pi$.

До цього часу ми вважали, що параметр s є чисто уявним. Але властивість регулярності системи (13) дозволяє стверджувати, що її розв'язки $y_0, y_k, \tilde{y}_k, k \geq 1$, будуть мероморфними функціями від $s \in \mathbb{C}$. Тому отримані вирази (14), (15) для гармонічних функцій $\omega_{1,2}$ можна аналітично продовжити по s з уявної осі на всю комплексну площину. Відзначимо, що з рівностей (12) випливає, що функції $\omega_{1,2}$ не будуть дорівнювати тотожно нулю лише у випадку, коли система (13) матиме нетривіальні розв'язки. Оскільки ця система однорідна, то це можливо, якщо її визначник обертається в нуль. Цей факт дозволяє визначити можливі значення параметра s та побудувати однорідні розв'язки крайової задачі (1). Так як нескінченна система (13) квазіцілком регулярна, то нулі її визначника шукались чисельно шляхом редукції системи до скінченної. Слід відзначити, що ці нулі дійсні та прості.

Побудовані однорідні розв'язки (14), (15) дозволяють встановити характер поведінки поверхневої густини зарядів в околі вершини пластини, точки О (див. рис. 1). При цьому зауважимо, що ця поведінка визначається додатними нулями визначника системи (13). Використовуючи асимптотичні поведінки функції Лежандра як функції верхнього індексу, Γ -функції [7], асимптотичну властивість функції $X_1(\mu)$

$(X_1(\mu) \sim C(s)/\mu^2, \mu \in \mathbb{R}, \mu \sim +\infty)$ та формулу обчислення поверхневої густини зарядів [9], отримаємо

$$\sigma|_{\varphi=\pi\alpha} = \rho^\gamma \left\{ \frac{(\sin \theta)^{-1+1/(2\alpha)}}{\sqrt{\sin(\theta_0 - \theta)}} K_\alpha(\rho, \theta) + \frac{(\sin \theta)^{-1+1/(2\beta)}}{\sqrt{\sin(\theta_0 - \theta)}} K_\beta(\rho, \theta) \right\}, \quad (16)$$

$$0 < \rho \ll 1, 0 < \theta < \theta_0,$$

де $K_{\alpha,\beta}(\rho, \theta)$ – неперервні та обмежені при $0 \leq \rho \ll 1, 0 \leq \theta \leq \theta_0$ функції, $\gamma = s_1 - 3/2$, s_1 – перший додатний нуль визначника нескінченної системи (13).

Як показали чисельні розрахунки, показник γ є функцією геометричних параметрів провідника α та θ_0 . Результати розрахунків представлені на рис. 2.

Отримана рівність (16) дозволяє дослідити розподіл зарядів на поверхні пластини. Так, якщо наближатись до кромки пластини ($\rho > 0$ – фіксоване, $\theta \sim \theta_0 - 0$), то поверхнева густина зарядів має класичну кореневу особливість

$$\sigma|_{\varphi=\pi\alpha} \sim \frac{K_0(\rho)}{\sqrt{r}}, \quad r \sim 0+,$$

де r – відстань до точки, яка лежить на кромці пластини. Для коефіцієнту інтенсивності K_0 , при цьому справедливо

$$K_0(\rho) \sim C_0 \rho^{\gamma-1/2}, \quad \rho \sim 0+, \quad C_0 = \text{Const},$$

тобто при наближенні до вершини пластини вздовж кромки K_0 необмежено зростає (за винятком випадку $\alpha = 1/2, \theta_0 = \pi/2$, півплощина), а концентрація зарядів збільшується. Аналогічний результат отримаємо при дослідженні розподілу зарядів вздовж ребра, по якому зігнута пластини ($\rho > 0$ – фіксоване, $\theta \sim 0+$). Поверхнева густина має в точках цього ребра степеневу особливість, показник якої залежить від величини двогранного кута, утвореного при згині пластини,

$$\sigma|_{\varphi=\pi\alpha} \sim K_1(\rho) r^{-1+1/(2\beta)}, \quad r \sim 0+, \quad (\beta = 1 - \alpha),$$

де r – відстань до точки, яка лежить на ребрі пластини (при $\alpha = \beta = 1/2$, плоска пластини, особливість відсутня). При русі вздовж ребра до вершини пластини коефіцієнт інтенсивності буде зростати згідно з законом:

$$K_1(\rho) \sim C_1 \rho^{\gamma+1-1/(2\beta)}, \quad \rho \sim 0+, \quad C_1 = \text{Const}.$$

При наближенні до вершини пластини вздовж довільного напрямку ($\rho \sim 0+, \theta$ – фіксоване) з рівності (16) випливає, що поверхнева густина зарядів зростає таким чином

$$\sigma|_{\varphi=\pi\alpha} \sim A(\theta) \rho^\gamma, \quad \rho \sim 0+.$$

При цьому рівномірної по θ асимптотики для σ в вершині пластини не існує.

Проведений аналіз вказує, що розподіл зарядів в околі вершини зігнутої по бісектрисі клиноподібної пластини має складний характер, визначення якого можливе лише при розв'язанні просторових задач теорії потенціалу.

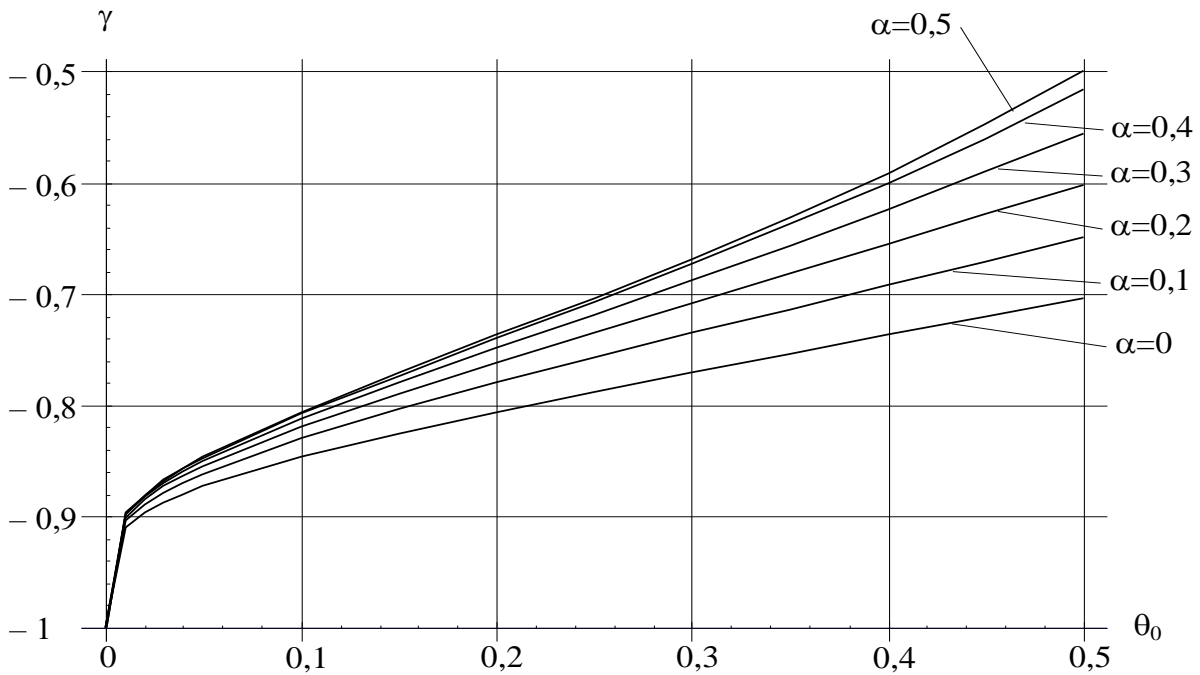


Рис. 2. Залежність показника особливості поверхневої густини зарядів γ від геометричних параметрів провідника \forall та 2θ .

В кінці відзначимо, що в конкретних випадках $\alpha = 1/2$ (плоска клиноподібна (секторіальна) пластина) та $\theta_0 = \pi/2$ отримані в роботі результати повторюють результати робіт [2, 3] та [4] відповідно.

The potential theory problem of definition of electrostatic field generated by conductor that has form of bent wedge-shaped plate was considered in this paper. Using constructed homogeneous solutions of this problem the behavior of charge surface density near the vertex of plate was determined.

Література

1. Лебедев Н.Н. Специальные функции и их приложения. – М.: Физматгиз, 1963. – 379 с.
2. Лебедев Н.Н., Скальская И.П. Распределение плотности электрического заряда вблизи угловой точки тонкой проводящей секторальной пластины // Журнал технической физики. – 1987. – Т. 57, № 11. – С. 2088–2096.
3. Morrison J.A., Lewis J.A. Charge singularity at the corner of a flat plate // SIAM J. Appl. Math. – 1976. – Vol. 31, № 2. – P. 233–250.
4. Улітко А.Ф., Парфененко Д.М., Ловейкін А.В. Розподіл електростатичного поля на поверхні провідника у формі зігнутої пластини // Вісник Київського університету. Сер.: фізико-математичні науки. – 1997. – № 2. – С. 89–97.
5. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – М.: Мир, 1974. – 324 с.
6. Лебедев Н.Н., Скальская И.П. Интегральные разложения, родственные преобразованиям Мелера-Фока // Дифференциальные уравнения. – 1986. – Т. 22, № 9. – С. 1515–1523.
7. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции: В 3 т. – М.: Наука, 1965. – Т. 1: Гипергеометрическая функция. Функции Лежандра. – 269с.
8. Нобл Б. Метод Винера-Хопфа. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 280 с.
9. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Гос. изд-во технико-теоретической лит-ры, 1954. – 620 с.

Одержано 28.05.2002 р.