

УДК 517.9

Завацький Н.-ст. гр. ЕТ-11

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Науковий керівник: к. т. н., доцент Романюк Л. А.

Zavatskyi N.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

NUMERICAL SOLUTION OF ONE-DIMENSIONAL THERMAL CONDUCTIVITY PROBLEM

Supervisor: Romaniuk L. A.

Ключові слова: теплопровідність, чисельний метод, вузли сітки, апроксимація, диференціальне рівняння.

Keywords: thermal conductivity, numerical method, approximation, differential equation.

Для отримання стаціонарної одновимірної задачі теплопровідності припустимо, що температура T залежить тільки від координати x . Основне диференціальне рівняння може бути записане у вигляді

$$\frac{d}{dx} \left(k \frac{dT}{dx} \right) + S = 0, \quad (1)$$

де k - теплопровідність; S - джерельний член, який описує потужність тепловиділення в одиниці об'єму середовища. Припустимо, що k і S - сталі.

З метою отримання чисельного розв'язку рівняння (1) вибираємо множину точок уздовж осі Ox і шукаємо значення температури в них. Цю множину назвемо «розрахунковою сіткою», а точки - «розрахунковими точками». На рис. 1 показаний набір розрахункових точок, розміщених на однаковій відстані одна від одної і позначених як $i-1$, i , $i+1$ і т.д. Відстань між сусідніми точками дорівнює δx . Задача чисельного методу полягає у визначенні температур T_{i-1} , T_i , T_{i+1} для будь-якого i .

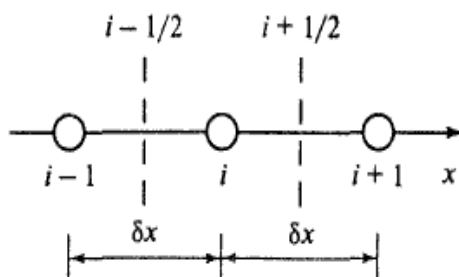


Рисунок 1 - Рівномірна розрахункова сітка для одновимірної задачі

Аналітичним розв'язком рівняння (1) є вираз для температури T , яка залежить від x . Чисельний розв'язок, навпаки, виходить у формі чисельних значень T в кінцевому числі розрахункових точок. Дискретні значення T_{i-1} , T_i , T_{i+1} для будь-якого i знаходяться із

системи алгебраїчних рівнянь, які називаються дискретними аналогами диференціального рівняння (1).

Коли розрахункова область містить невелике число розрахункових точок, дискретні аналоги є грубою апроксимацією диференціального рівняння. При цьому одержаний чисельний розв'язок звичайно не збігається з точним розв'язком диференціального рівняння. При збільшенні числа розрахункових точок чисельний розв'язок стає коректнішим і наближається до точного. Для багатьох задач використання навіть невеликого числа розрахункових точок приводить до розв'язків, які достатньо точні для практичних цілей.

Для одновимірної задачі стаціонарної теплопровідності рівняння (1) звичайно може бути розв'язане аналітично. Проте для складних багатовимірних задач дуже важко або взагалі неможливо одержати аналітичний розв'язок. У цих випадках альтернативою є чисельний метод. Перевага чисельного методу полягає в заміщенні диференціального рівняння системою алгебраїчних рівнянь, яку можна розв'язати за допомогою комп'ютера.