

УДК 693.542

Олійник Т.- ст. гр. МБмн-61

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

МОДЕЛЮВАННЯ ОБОЛОНКИ ДВОЯКОЇ ГАУССОВОЇ КРИВИЗНИ

Науковий керівник: к.т.н., професор Бодрова Л.Г.

Oliinyk T.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

MODELING OF SHELL OF DOUBLE GAUSS CURVATURE

Supervisor: Bodrova L.H.

Ключові слова: гіперболоїд, оболонки двоякої кривизни.

Keywords: hyperboloid, shell of double curvature.

На сьогодні, завдяки активному використанню провідних розрахунково-інформаційних технологій з'явилися можливості в принципово новому підході проектування та розрахунку будівель та споруд. За допомогою прикладних пакетів систем автоматизованого проектування (САПР) можна створити просторову модель та одночасно здійснювати розрахунок конструкцій практично будь-яких геометричних форм, при цьому точність і швидкість розрахунку залежатиме тільки від потужності обчислювальної техніки.

При цьому принципи закладених в ці пакети алгоритмів приховані від користувача, щоб не дозволяє в багатьох випадках ефективно доповнити програмний продукт власними розробками.

Різноманіття форм покриттів будівель надзвичайно велике. Це можуть бути купольні, шатрові та інші склепіння на круглому і прямокутних планах. Джерелом створюваного різноманіття форм покриттів будівель і споруд служить різноманітність описуваних математичними засобами геометричних об'єктів.

Одними із найбільш виразних в будівельній практиці отримали конструкції у формі однопорожнинних гіперболоїдів, які, також як і гіперболічний гіперболоїд, є двічі лінійними поверхнями від'ємної Гауссової кривизни. Разом із тим, аналітичний розрахунок зазначеної конструкції є досить трудомістким.

Для побудови поверхні однопорожнинного гіперболоїда достатньо знати канонічне рівняння та записати його як відповідну команду з необхідними конструктивними параметрами з подальшим розрахунком у прикладному пакеті САПР.

Канонічне рівняння поверхні однопорожнинного гіперболоїда має вигляд:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Для моделювання елементів конструкцій, що відображають лінійність однопорожнинного гіперболоїда, зручніше, як і в випадку гіперболічного параболоїда, скористатися іншою параметризацією. Нова параметризація повинна забезпечити збіг сітки координатних ліній поверхні з її лінійними твірними. Для отримання потрібного параметричного рівняння поверхні однопорожнинного гіперболоїда запишемо векторні

рівняння двох його лінійних твірних для випадку, коли параметри a , b і c , що входять в канонічне рівняння однопорожнинного гіперboloїда, приймають значення рівні одиниці. Відповідні рівняння мають вигляд:

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_0 + \vec{l}_1 t, \vec{r}_2 = \vec{r}_0 + \vec{l}_2 t,$$

З використанням матричних позначень:

$$\hat{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \hat{l}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \hat{l}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рівняння поверхні гіперboloїда для довільних значень параметрів a , b , c можна записати в наступному вигляді:

$$M = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}, A(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

При моделюванні суцільностінчатих конструкцій з використанням однопорожнинного гіперboloїда для задання елемента формотворної поверхні досить одного з цих рівнянь. У разі проектування стержневої конструкції, жорсткість якої визначається стержневими елементами, відповідними твірними, поверхня однопорожнинного гіперboloїда задається обома рівняннями з дискретним набором кутів повороту φ , що входять в матрицю повороту $A(\varphi)$.

Висновки.

1. Виявлено декілька способів завдання поверхонь, що дозволяє моделювати оболонки двоякої Гауссової кривизни, використовуючи векторно-матричний апарат, і створювати зображення об'єктів, що моделюються безпосередньо на екрані комп'ютера за допомогою прикладних пакетів.

2. Визначено формули, що виражають взаємозв'язок між конструктивними параметрами математичної моделі купола і конструктивними параметрами самої конструкції (висота, розміри в плані) для поверхонь двоякої Гауссової кривизни.

Список використаної літератури

1. Готман А.Ш. Проектирование хорошо обтекаемых судовых обводов из развертывающихся поверхностей. – Л.: Судостроение, 1974.

2. Ясній П. В., Михайлишин М.С., Пиндус Ю. І., Гудь М. І. "Аналітичний розрахунок гладкої циліндричної оболонки." Праці VI Міжнародної науково-технічної конференції „Пошкодження матеріалів під час експлуатації, методи його діагностування і прогнозування“ Тернопіль, 2019. С. 194-197.

3. Mykhailo Hud, Simulation of the stress-strain state of a cylindrical tank under the action of forced oscillations, Procedia Structural Integrity, Volume 36, 2022, Pages 79-86, ISSN 2452-3216, <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2022.01.006>.