випадку декількох змінних. Для двох змінних на практиці найчастіше застосовують симетричні формули:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2h}, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{h^2}, \tag{3}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \approx \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{h^2}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \approx \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i-1,j+1} - u_{i+1,j-1} + u_{i-1,j-1}}{4h^2}, \tag{5}$$

де $u_{\mathrm{k,m}}$ - значення функції $u = u(x, y)$ у вузлах, розташованих в околі центральної точки (x_i, y_i), якій відповідає значення $u_{\mathrm{i,j}}$.

Етап 3. Чисельні методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь на 3-му етапі методу кінцевих різниць застосовують чисельні методи. Зазвичай матриці такої системи виявляються розрідженими, оскільки в більшій частині розрахункових схем застосовуються лише сусідні вузли, а не всі вузли сітки.

УДК 510.633

Кліщ М.-ст. гр. КН-321

Відокремлений структурний підрозділ «Тернопільський фаховий коледж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя»

ПРО ВИКОРИСТАННЯ ФУНКЦІЙ З ПОБІТОВИМИ ОПЕРАЦІЯМИ ДЛЯ АНАЛІЗУ СУПЕРЕЧЛИВОСТІ МНОЖИНИ ДИЗ'ЮНКТІВ

Науковий керівник: канд.пед.наук Фігурська Л.В.

Klishch M.

Separate Structural Subdivision «Ternopil Professional College of Ternopil Ivan Puluj National Technical University»

ABOUT THE ANALYSIS OF SATISFACTION OF A SET OF CLAUSES WITH BITWISE OPERATIONS

Supervisor: Candidate of Pedagogic Sciences Lyubov Fihurska

Ключові слова: метод резолюцій, побітові операції, диз'юнкт.
Keywords: resolution method, bitwise operations, clauses.

Метою даної роботи є розробка інструментарію для аналізу множини диз'юнктів на наявність протиріччя. Розглянемо роботу, у якій автори запропонували алгоритм пошуку суперечливості та матричне представлення множини диз'юнктів з використання алфавітів, що складаються з символів {-1, 0, 1}[1]. Таке відображення множини диз'юнктів є не зручними для аналізу, тому основною ідеєю роботи є спроба представити дану множину диз'юнктів набором чисел.

Функції запропоновані автором міститимуть побітові операції, тому введемо деякі властивості даних операцій:

1. Операції, що мають булевий аналог, зберігають його властивості.
2. $(a \vee b) \ll n = a \ll n \vee b \ll n; (a \vee b) \gg n = a \gg n \vee b \gg n.$
3. $(a \wedge b) \ll n = a \ll n \wedge b \ll n; (a \wedge b) \gg n = a \gg n \wedge b \gg n.$
4. $(a \vee b) + (a \wedge b) = a + b.$

Нехай дано множину елементарних тверджень $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ та множину елементарних диз'юнкцій $\mathcal{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$. Визначимо бієктивне представлення елементів множини B у вигляді чисел. Одержимо деяку множину $\tilde{\mathcal{B}} = \{b_1, b_2, \dots, b_m\}$, таку, що:

$$\forall b_i \in \tilde{\mathcal{B}}: b_i = \sum_{j=1}^{n} 4^{j-1} a_{ij}, \text{де} \tag{1}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, \text{якщо } B_i \text{ не містить змінну } A_j \\ 1, \text{якщо } B_i \text{ містить лише заперечення змінної } A_j \\ 2, \text{якщо } B_i \text{ містить лише змінну } A_j \\ 3, \text{якщо } B_i \text{ містить змінну } A_j \text{ та її заперечення} \end{cases}$$

Зауважимо, що $\forall b \in \tilde{\mathcal{B}}: b \in \mathbb{N}^+; b \leq 3\sum_{i=1}^{n} 4^{i-1} = 4^n - 1 < 4^n$.

Будь-який літерал з множини $\mathcal{A}$ можна представити, за заданим вище правилом, деяким числом виду 2^s, де $s \in \mathbb{N}^+, s < 2n$. Множину таких чисел називатимемо множиною ключів $\mathcal{K}$. Звернемо увагу на одну властивість ключів, використовуючи формулу (1), одержимо те, що будь-який стверджувальний літерал визначається деяким числом $2^{2u-1} (u \in \mathbb{N})$, а протилежний йому літерал — 2^{2u-2}.

Для зручності запису, введемо оператор сумісності диз'юнкта $b \in \tilde{\mathcal{B}}$ та ключа $k \in \mathcal{K}$ (позн. $\upharpoonleft$): $b \upharpoonleft k$ тоді і тільки тоді, коли відповідна числу b елементарна диз'юнкція містить літерал, що визначається ключем k, тобто $b \vee k = b \Leftrightarrow b \wedge k = k \Leftrightarrow b \upharpoonleft k$.

Правило резолюцій — основне правило, що використовується при автоматизованому доведенні теорем, тому введемо його аналог у межах даних визначень:

$$\rho_k(\alpha, \beta) = (\alpha \oplus k) \vee (\beta \oplus \zeta(k)) \tag{2}$$

У формулі (2) α і β - резольвуючі твердження, причому такі, що $\alpha \upharpoonleft k$ і $\beta \upharpoonleft \zeta(k)$, k - літерал, по якому відбувається об'єднання, ρ - резольвента, ζ - деяка функція, що задається наступним рівнянням:

$$\zeta(\alpha) = ((\alpha \wedge \mu) \ll 1) \vee (\alpha \gg 1) \wedge \mu, \tag{3}$$

де $\mu = \frac{4^n - 1}{3}$. Оскільки в двійковій системі числення вираз $(\alpha \wedge \mu) \gg 1$ усі непарні розряди числа α зміщує на 1 розряд праворуч, а $(\alpha \ll 1) \wedge \mu$ — усі парні розряди зміщує на 1 розряд ліворуч, то, враховуючи властивість ключів, функцію $\zeta(\alpha)$ можна інтерпретувати як число, що визначає твердження, одержане внаслідок заміни усі літералів твердження заданого числом α на протилежні. Властивості ζ-функції:

5. Дана функція є бієктивною на проміжку [0; 4^n) та є самооберненою.
6. $\zeta(\alpha \vee \beta) = \zeta(\alpha) \vee \zeta(\beta).$
7. $\zeta(\alpha \wedge \beta) = \zeta(\alpha) \wedge \zeta(\beta).$

Враховуючи властивості ζ-функції, одержимо, що $\forall \beta \in \widetilde{\mathcal{B}}, k \in \mathcal{K}$: $\beta \upharpoonleft \zeta(k) \Leftrightarrow \zeta(\beta) \upharpoonleft k$.

Нехай $\sigma(\alpha, \beta) = \sum i$, де $i \in \mathcal{K},\ \alpha \upharpoonleft i,\ \beta \upharpoonleft \zeta(i)$. Дана функція рівна сумі ключів, за якими можуть бути об'єднанні її перший та другий аргументи, використовуючи ρ-функцію. Враховуючи твердження з попереднього абзацу, одержуємо рівняння:

$$\sigma(\alpha, \beta) = \alpha \wedge \zeta(\beta) \qquad (4)$$

Властивості σ-функції:

8. $\sigma(\beta, \alpha) = \zeta(\sigma(\alpha, \beta))$.
9. $\sigma(\alpha, \beta) \wedge \sigma(\gamma, \delta) = \sigma(\alpha \wedge \gamma, \beta \wedge \delta)$.

Висновок. У даній роботі обгрунтовано можливість представлення множини диз'юнктів набором чисел, що значно полегшує аналіз їх на наявність протиріччя.

Використана література

1. Алгоритм проверки противоречивости множества дизъюнктов в исчислении высказываний / С. Л. Крывый та ін. *Проблеми програмування*. 2008. № 2-3. С. 25-30.
2. ROBINSON J. A. A Machine-Oriented Logic Based on the Resolution Principle / *Journal of the Association for Computing Machinery*, Val. 1 2, No. 1 (January, 1965), P. 23-41. URL: https://web.stanford.edu/class/linguist289/robinson65.pdf