

УДК 517.9

Стецюк В. – ст. гр. ЕМм-51

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ПРИ ДОСЛІДЖЕННІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ ЗАДАЧ

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. Габрусєв Г. В.

Stetsiuk V.

Ternopil Ivan Puluj National Technical University

SOLUTION OF SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN THE STUDY OF ELECTROTECHNICAL PROBLEMS

Supervisor: Habrusiev H. V.

Ключові слова: коливання, диференціальні рівняння, контур

Keywords: oscillations, differential equations, contour

Дослідження фізичних систем потребує їх математичного опису (складання математичної моделі). При розв'язанні багатьох прикладних електротехнічних задач такою математичною моделлю як правило виступають диференціальні рівняння різного типу [1]. Розглянемо приклад побудови та розв'язання диференціального рівняння на прикладі наступної задачі.

Нехай задано два коливні контури. Перший контур складається з джерела змінної напруги $U = 50 \sin 40t$ та індуктивності 2,7 Гн, другий – з індуктивності 5,1 Гн та опору 200 Ом. Котушки знаходяться в стані взаємоіндукції з коефіцієнтом 3,7 Гн. Знайти амплітуду напруги на опорі другого контуру в усталеному режимі.

Нехай $I_1(t)$ та $I_2(t)$ – сили струму в першому та другому контурах відповідно. Тоді напруга на котушці першого контуру становитиме $2.7I_1'(t) + 3.7I_2'(t)$, а на котушці другого контуру – $5.1I_1'(t) + 3.7I_2'(t)$. Застосування другого закону Кірхгофа приводить нас до системи диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} 2.7I_1' + 3.7I_2' = 50 \sin 40t, \\ 3.7I_1' + 5.1I_2' + 200I_2 = 0. \end{cases}$$

Оскільки нас цікавить лише другий контур, то виразимо із системи I_2 . Для цього з першого рівняння знайдемо

$$I_1'(t) = \frac{50 \sin 40t - 3.7I_2'(t)}{2.7}$$

і підставимо в друге рівняння:

$$3.7 \frac{50 \sin 40t - 3.7I_2'(t)}{2.7} + 5.1I_2' + 200I_2 = 0.$$

Спростивши матимемо

$$0.08I_2' + 540I_2 = -185 \sin 40t.$$

Це лінійне неоднорідне рівняння першого порядку із сталими коефіцієнтами. Загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння

$$0.08I_2' + 540I_2 = 0$$

матиме вигляд

$$I_2 = Ce^{-6750t}.$$

Застосувавши метод варіації довільної сталої отримаємо

$$0.08C'e^{-6750t} = -185 \sin 40t.$$

Звідки

$$C' = -2312.5e^{6750t} \sin 40t.$$

Проінтегрувавши останнє співвідношення знайдемо вираз для C .

$$C = e^{6750t} (0.002 \cos 40t - 0.3426 \sin 40t) + c.$$

Отже, в загальному випадку вираз для сили струму другого контуру має вигляд

$$I_2 = 0.002 \cos 40t - 0.3426 \sin 40t + ce^{-6750t}$$

а усталений режим досягається при $c = 0$. В цьому випадку

$$I_2 = 0.002 \cos 40t - 0.3426 \sin 40t.$$

Згідно із законом Ома напруга на резисторі обчислюється за формулою

$$200I_2 = 0.4 \cos 40t - 68.52 \sin 40t$$

а її амплітуда становить $\sqrt{0.4^2 + 68.52^2} \approx 68.52$. Тобто можна знехтувати першою складовою, оскільки 0,4 на багато менше, ніж 68,52.

На рисунку 1 схематично зображено графік одержаної залежності напруги від часу.

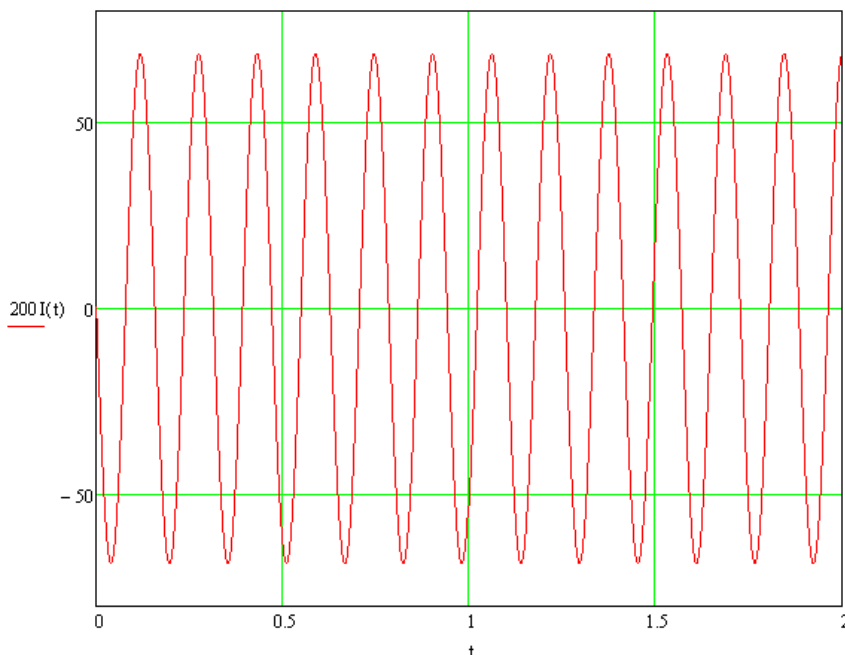


Рис.1. Залежність напруги від часу

Література

1. Габрусев Г. В. Звичайні диференціальні рівняння : навчальний посібник / Г. В. Габрусев , О. М. Самборська. – Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. – 172 с.