

УДК 517.9

Стецюк А. – ст. гр. ЕМм-51

*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя*

## **ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДО ВИВЧЕННЯ КОЛИВНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОТЕХНІЦІ**

Науковий керівник: к.ф.-м.н., доц. Габрусєв Г. В.

Stetsiuk A.

*Ternopil Ivan Puluj National Technical University*

## **APPLICATION OF DIFFERENTIAL EQUATIONS TO THE STUDY OF ELECTROTECHNICAL OSCILLATING PROCESSES**

Supervisor: Habrusiev H. V.

Ключові слова: коливання, диференціальні рівняння, контур

Keywords: oscillations, differential equations, contour

Дослідження фізичних систем потребує їх математичного опису (складання математичної моделі). При розв'язанні багатьох прикладних електротехнічних задач такою математичною моделлю як правило виступають диференціальні рівняння різного типу [1]. Розглянемо приклад побудови та розв'язання диференціального рівняння на прикладі задачі про ідеальний коливний контур.

Нехай маємо ідеальний коливальний контур з індуктивністю 1 Гн і ємністю 100 пФ підключається до джерела змінної напруги  $U = U_0 \sin \omega t$ . Знайдемо при якій частоті  $\omega$  коливання струму матимуть необмежено зростаючу за часом амплітуду.

Нехай  $I(t)$  – це сила струму в контурі, а  $q(t)$  – заряд конденсатора в момент часу  $t$ . Тоді напруга на котушці становитиме  $I'$ , а на конденсаторі  $\frac{q}{10^{-10}} = 10^{10} q$ , і за другим законом Кірхгофа

$$I' + 10^{10} q = U_0 \sin \omega t .$$

Диференціюючи, отримуємо лінійне неоднорідне рівняння із сталими коефіцієнтами

$$I'' + 10^{10} I = U_0 \omega \cos \omega t .$$

Його характеристичне рівняння

$$\lambda^2 + 10^8 = 0 ,$$

має два комплексно спряжені корені

$$\lambda_{1,2} = \pm 10000i ,$$

а тому

$$I = c_1 \cos 10000t + c_2 \sin 10000t$$

буде загальним розв'язком відповідного однорідного рівняння,

$$I'' + 10^{10} I = 0$$

що представляє собою коливання з амплітудою  $\sqrt{c_1^2 + c_2^2}$ .

Якщо  $\omega \neq 10000$ , то частинний розв'язок неоднорідного рівняння слід шукати у вигляді

$$I = A \cos \omega t + B \sin \omega t .$$

Останнє співвідношення також описує незатухаючі коливання із постійною амплітудою  $\sqrt{A^2 + B^2}$ . Отже, даний випадок не задовольняє умову задачі. Якщо ж  $\omega = 10000$ , то можна підібрати числа  $A$  та  $B$ , при яких частинний розв'язок матиме вигляд

$$I = t(A \cos 10000t + B \sin 10000t)$$

Отриманий вираз задає коливання, що мають неперервно зростаючу з часом амплітуду  $t\sqrt{A^2 + B^2}$ . А тому і сила струму в контурі

$$I = (c_1 + At) \cos 10000t + (c_2 + Bt) \sin 10000t$$

матиме необмежено зростаючу амплітуду.

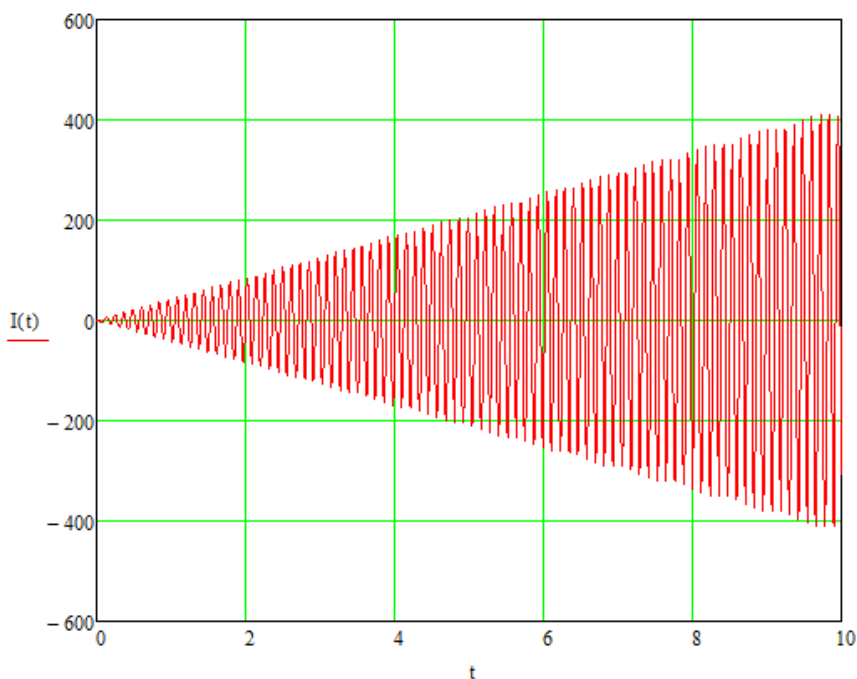


Рис.1. Залежність сили струму від часу

На рисунку 1 схематично зображено залежність сили струму в контурі від часу для наступних значень сталих

$$c_1 = 1, c_2 = 1, A = 30, B = -30.$$

Для спостереження явища резонансу, джерело повинно генерувати напругу частотою 10 кГц, рівною власній частоті коливального контуру  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ , де  $L$  – індуктивність,  $C$  – ємність.

### Література

1. Габрусев Г. В. Звичайні диференціальні рівняння : навчальний посібник / Г. В. Габрусев , О. М. Самборська. – Тернопіль : ТНТУ імені Івана Пулюя, 2014. – 172 с.