УДК 537.8, 539.3
Петровський А. – ст. гр. МЗ-41
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

ОСТИГАННЯ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ДЕТАЛІ ПІСЛЯ ІНДУКЦІЦЙНОГО НАГРІВАННЯ

Науковий керівник: асистент Король О.І.

Petrovskyi A.
Ternopil Ivan Puluj National Technical University

THE OPERATION OF CYLINDRICAL PARAMETER AFTER INDUCTION HEATING

Supervisor: Korol O

Ключові слова: відновлення, граничні умови, динамічна в'язкість
Keywords: restoration, boundary conditions, dynamic viscosity

Після досягнення необхідної температури наплавлення джерело нагрівання вимикають і деталь циліндричної форми (колесо) вільно остигає. На циліндр невеликої товщини в цьому випадку діє тільки тепловий екран.

Рівняння вільного остигання циліндричної деталі має вигляд:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r} - m^2 T - \frac{1}{a}\frac{\partial T}{\partial t} = 0 . \tag{1}$$

Внаслідок того, що температура повинна бути симетричною відносно центру деталі, можемо записати таку умову:

$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$; при r=0. На краю циліндричної деталі, де маємо теплове екранування, гранична умова матиме вигляд

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} + K_T \alpha \ T = 0 , \tag{2}$$

де $K_T = \frac{\lambda_T}{d_T \alpha}$. Будемо шукати розв’язок рівняння (1) у формі

$$T = C J_0(\nu \ r) \ e^{-a\lambda^2 t} . \tag{3}$$

Підставивши вираз (3) в граничну умову (2), одержимо:

$$C\nu\left[-J_1(\nu \ r_2)\right] e^{-a\lambda^2 t} + K_T \alpha C J_0(\nu \ r_2) \ e^{-a\lambda^2 t} = 0 .$$

Звідси після розділення на $C \cdot e^{-a\lambda^2 t}$ одержимо рівняння для визначення ν:

$$-\nu J_1(\nu\ r_2) + K_T \alpha J_0(\nu\ r_2) = 0\,. \tag{4}$$

Оскільки коренів цього рівняння – нескінченна кількість, то розв'язок (3) набуде вигляду

$$T = \sum_{j=1}^{\infty} C_j J_0(\nu_j r) \cdot e^{-a\lambda_j^2 t}\,. \tag{5}$$

Для знаходження коефіцієнтів C_j використаємо умову, що в момент початку остигання t =τ температура рівна $T_\tau(r)$ – кінцевій температурі наплавлення.

Тобто $T = T_\tau(r)$ (6)

Помноживши вираз для температури (5) при $t = \tau$ на $J_0(\nu_j r)$ і проінтегрувавши його в границях від 0 до r_2, будемо мати формулу

$$\int_0^{r_2} T_\tau J_0(\nu_j r) r dr = C_j e^{-a\lambda_j^2 t} \int_0^{r_2} \left[J_0(\nu_j r)\right]^2 r dr\,,$$

яка при $t = \tau$ набуде вигляду $\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r) r dr = C_j e^{-a\lambda_j^2 \tau} \int_0^{r_2} \left[J_0(\nu_j r)\right]^2 r dr$.

З цієї формули знаходимо

$$C_j = \frac{\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r)\ r dr}{e^{-a\lambda_j^2 \tau} \int_0^{r_2} \left[J_0(\nu_j r)\right]^2 r dr}\,. \tag{7}$$

Підставляючи коефіцієнти C_j, знайдені по формулі (7), у вираз для визначення температури (5), одержимо кінцеву формулу для знаходження температури остигання деталі циліндричної форми:

$$T = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{\int_0^{r_2} T_\tau(r) J_0(\nu_j r)\ r dr}{\int_0^{r_2} \left[J_0(\nu_j r)\right]^2 r dr} J_0(\nu_j r) \cdot e^{a\lambda_j^2 (\tau - t)}\,, \tag{8}$$

в якій корені ν_j визначаються з рівняння (4). З цієї формули також видно, що кінцева температура нагрівання однозначно визначає температуру остигання.