

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ТЕРНОПІЛЬСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ІВАНА ПУЛЮЯ
КАФЕДРА КОМП'ЮТЕРНИХ НАУК

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до лабораторних робіт з курсу
Обробка сигналів та зображень

ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ

для студентів спеціальності 122 - комп'ютерні науки
(рівень вищої освіти – бакалавр)

ТЕРНОПІЛЬ
2021

Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу “Обробка сигналів та зображень”. Виявлення сигналів / Б.Б. Млинко, М.Є. Фриз. – Тернопіль: Вид-во ТНТУ імені І. Пулюя, 2021. – 22 с.

Укладачі: канд. техн. наук, доц. Млинко Б.Б.
канд. техн. наук, доц. Фриз М.Є.

Рецензент докт. техн. наук, проф. Лупенко С.А.

Розглянуто та затверджено на засіданні кафедри комп’ютерних наук Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Протокол №1 від 26 серпня 2021 р.

Схвалено та рекомендовано до друку на засіданні методичної комісії факультету комп’ютерно-інформаційних систем та програмної інженерії Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя. Протокол №1 від 31 серпня 2021 р.

Відповідальний за випуск: Боднарчук І.О.

© Млинко Б.Б., Фриз М.Є., 2021

ЗМІСТ

Оптимальна фільтрація за критерієм максимального відношення сигнал/завада	4
Виявлення детермінованих сигналів із використанням коваріаційного (автоковаріаційного) перетворення	9
Виявлення детермінованих сигналів із використанням взаємного коваріаційного перетворення	14
Порядок виконання роботи	16
Контрольні запитання	18
Література	20
Додаток	21

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

ВИЯВЛЕННЯ СИГНАЛІВ

Мета роботи: ознайомитись з основними принципами виявлення детермінованих сигналів за критерієм максимального відношення сигнал/завада та коваріаційних перетворень; набутти практичних навичок програмної реалізації узгодженого фільтра, корелятора та когерентного приймача.



Теоретичні відомості

Оптимальна фільтрація за критерієм максимального відношення сигнал/завада. Нехай на вхід цифрового стаціонарного фільтра з імпульсною реакцією φ_τ , $\tau \in (\overline{-\infty, \infty})$ поступає сигнал:

$$x_t = Q_t + \xi_t, t \in (\overline{-\infty, \infty}), \quad (4.1)$$

де Q_t - "корисний сигнал", про який ми знаємо, що

- або $Q_t \equiv 0$ (тобто, "корисної складової" немає на вході фільтра),
- або Q_t - відома детермінована послідовність;

ξ_t - "завада" - нестационарна гільбертова випадкова послідовність із математичним сподіванням $\mathbf{M}\xi_t = 0$ та відомою кореляційною функцією $R_{t_1, t_2} = \mathbf{M}[\xi_{t_1} \xi_{t_2}]$, $t_1, t_2 \in \mathbf{Z}$.

Необхідно знайти таку імпульсну реакцію φ_τ^* , $\tau \in (\overline{-\infty, \infty})$ цифрового фільтра, щоб, спостерігаючи сигнал на його виході можна було б відповісти на запитання: "Є на вході "корисний сигнал" чи немає (тобто $Q_t = 0$)?". Така проблема називається задачею виявлення детермінованого сигналу на фоні завади. Зрозуміло, що вона ставиться в зв'язку з тим, що "корисний сигнал" на вході фільтра (якщо він є) зашумлений (спотворений) завадою ξ_t і тому без певної обробки сигналу x_t відповісти на поставлене вище запитання неможливо.

Вихідний сигнал фільтра з імпульсною реакцією φ_τ , $\tau \in (\overline{-\infty, \infty})$ в даному випадку можна зобразити у вигляді:

$$y_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} x_{t-\tau} = Q'_t + \xi'_t, \quad t \in \mathbf{Z}, \quad (4.2)$$

де $Q'_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} Q_{t-\tau}$ - "корисний сигнал" на виході фільтра;

$\xi'_t = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \xi_{t-\tau}$ - "завада" на виході фільтра.

Означення. Відношенням сигнал/завада на виході фільтра в момент часу $t_0 \in \mathbf{Z}$ називається число

$$\gamma = \frac{(Q'_{t_0})^2}{\mathbf{D}_{\xi'_{t_0}}}, \quad (4.3)$$

де, згідно (4.2)

$$(Q'_{t_0})^2 = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \varphi_s Q_{t_0-\tau} Q_{t_0-s};$$

$$\mathbf{D}_{\xi'_{t_0}} = \mathbf{M}(\xi'_{t_0})^2 = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \varphi_s R_{t_0-\tau, t_0-s}.$$

Тобто, відношення сигнал/завада γ - це відношення квадрата "корисного сигналу" на виході фільтра в момент часу t_0 до дисперсії завади на виході фільтра в той же момент часу t_0 .

Знайдемо тепер таку імпульсну реакцію φ_{τ}^* , $\tau \in (-\infty, \infty)$, яка б забезпечувала максимальне значення γ , тобто

$$\gamma[\varphi_{\tau}^*] = \max_{\varphi_{\tau}} \frac{\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \varphi_s Q_{t_0-\tau} Q_{t_0-s}}{\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \varphi_s R_{t_0-\tau, t_0-s}}. \quad (4.4)$$

Зауважимо, що $\gamma[\varphi_{\tau}^*]$ не зміниться, якщо φ_{τ} , $\tau \in (-\infty, \infty)$ поділити на деяку дійсну константу. Виберемо в якості цієї константи величину, що стоїть у чисельнику (4.4), тобто - $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_{\tau} \varphi_s Q_{t_0-\tau} Q_{t_0-s}$.

Не обмежуючи загальності, будемо вважати, що таке ділення в (4.4) уже виконано, тому *максимальне відношення сигнал/завада в момент часу t_0 дорівнює:*

$$\gamma[\varphi_\tau^*] = \frac{1}{\min_{\varphi_\tau} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} \varphi_\tau \varphi_s R_{t_0-\tau, t_0-s}}, \quad (4.5)$$

за умови, що $\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_\tau Q_{t_0-\tau} = 1$.

Фільтр, імпульсна реакція φ_τ^* , $\tau \in \overline{(-\infty, \infty)}$ якого задовольняє умові (4.5) називається *оптимальним за критерієм максимального відношення сигнал/завада*.

Мінімум у (4.5) існує й однозначно визначається відомими методами пошуку умовних екстремумів функцій багатьох змінних. Ми наведемо лише результат. А саме, для того, щоб стаціонарний фільтр забезпечував на виході максимум відношення сигнал/завада в момент часу t_0 необхідно й достатньо, щоб його імпульсна реакція φ_τ^* , $\tau \in \overline{(-\infty, \infty)}$ задовольняла наступній системі рівнянь:

$$\sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \varphi_\tau^* R_{t_0-\tau, t_0-s} = c Q_{t_0-s}, \quad s = \overline{-\infty, \infty}, \quad (4.6)$$

де c – довільна дійсна константа.

Розглянемо тепер, яким же чином, здійснюючи оптимальну, за критерієм максимального відношення сигнал/завада, фільтрацію сигналу (4.1), можна встановити наявність чи відсутність у ньому складової Q_t . Найпростішим пристроєм, що здійснює таку фільтрацію є

Узгоджений фільтр, призначенням якого є виявлення детермінованих сигналів на фоні завад, при умові, що завада ξ_t являє собою стаціонарний “білий шум” у широкому розумінні, тобто

$$R_{t_1, t_2} = R_{t_2-t_1} = R_\tau = \begin{cases} \sigma^2, & \tau = 0, \\ 0, & \tau \neq 0, \end{cases} \quad (4.7)$$

де $\sigma^2 = \mathbf{D}\xi_t$ - дисперсія “білого шуму”.

Підставивши (4.7) у (4.6) і, поклавши $c = 1$, отримаємо:

$$\varphi_\tau^* = \frac{1}{\sigma^2} Q_{t_0-\tau}. \quad (4.8)$$

В загальному випадку, імпульсна реакція узгодженого фільтра має вигляд:

$$\varphi_\tau^y = k Q_{t_0-\tau}, \quad (4.9)$$

де k - довільна дійсна константа (надалі покладемо $k = 1$).

Походження терміну “узгоджений” очевидно випливає з (4.9), тобто, маємо фільтр, імпульсна реакція якого повністю визначається тільки “корисним сигналом” Q_t , “узгоджена” з ним (див. рис. 4.1).

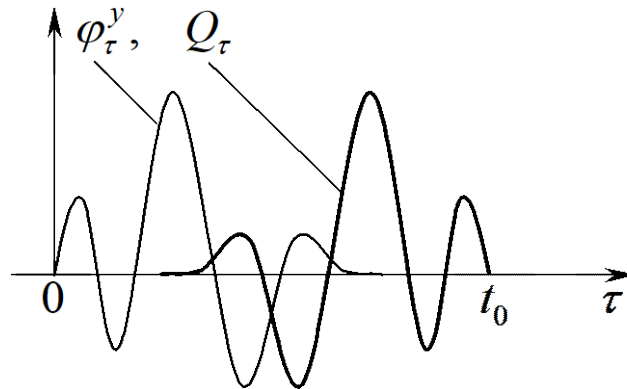


Рисунок 4.1

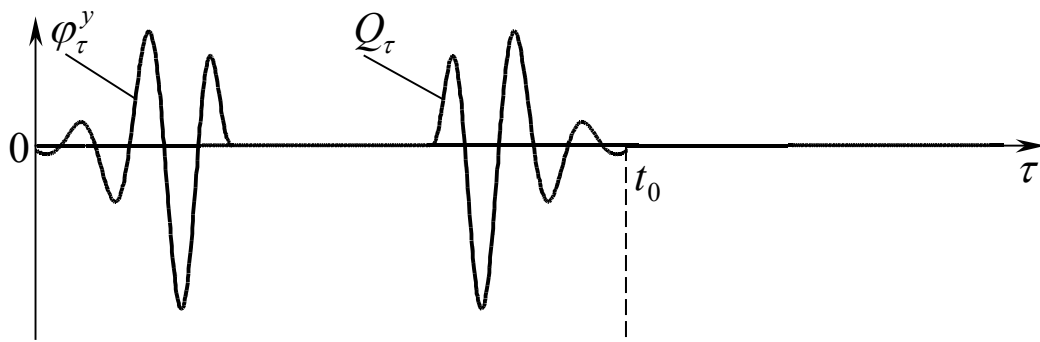
В момент часу t_0 узгоджений фільтр забезпечує на виході максимальне відношення сигнал/завада, яке в даному випадку дорівнює:

$$\gamma[\varphi_\tau^y] = \frac{E}{\sigma^2}, \quad (4.10)$$

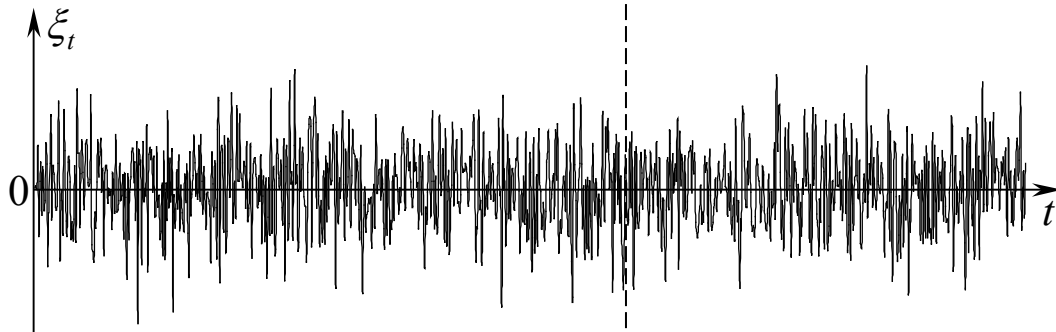
де $E = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} Q_\tau^2$ - повна енергія "корисного сигналу".

Серед усіх лінійних стаціонарних фільтрів, узгоджений фільтр дає на виході максимальне відношення значення "корисного сигналу" (воно завжди додатне!) в момент часу t_0 до середнього квадратичного відхилення завади. Це відношення дорівнює $\frac{\sqrt{E}}{\sigma}$. Цей факт і дає можливість, аналізуючи вихідний сигнал узгодженого фільтра, приймати рішення про наявність "корисного сигналу" на його вході (див. рис. 4.2).

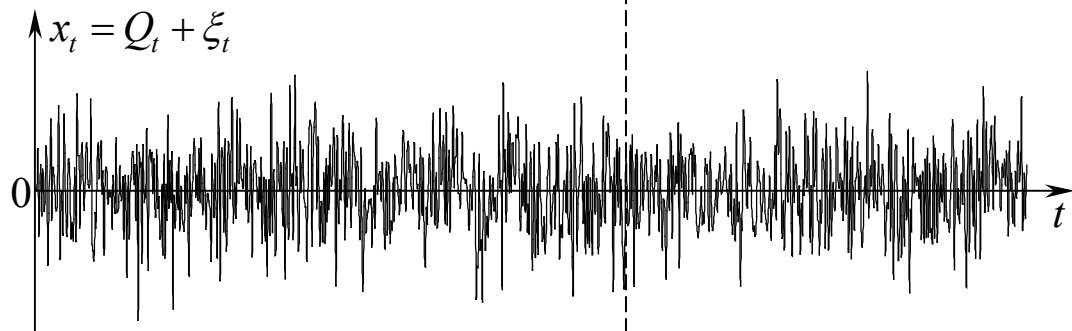
Таким чином, якщо максимальне значення реалізації вихідного сигналу y_t досягається в точці t_0 (або в деякій точці t' , близькій до t_0), то приймається рішення - "корисний сигнал" Q_t є на вході узгодженого фільтра, в іншому випадку приймається рішення - "корисного сигналу" Q_t немає на вході узгодженого фільтра.



a)

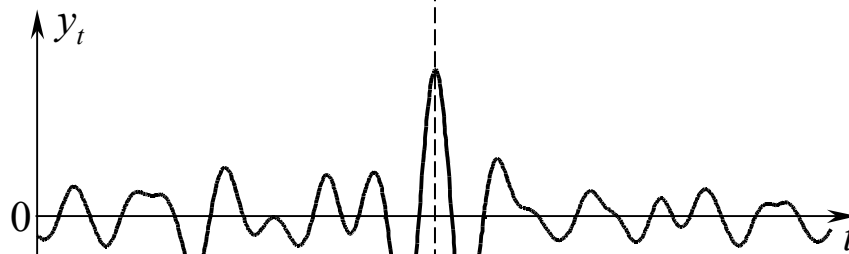


b)



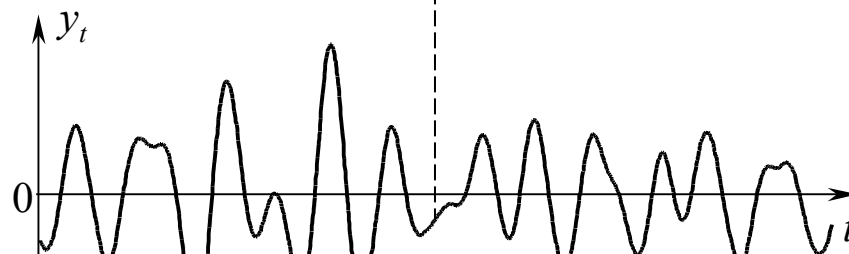
c)

Вихідний сигнал узгодженого фільтра за наявності на вході "корисного сигналу" Q_t



d)

Вихідний сигнал узгодженого фільтра за відсутності на вході "корисного сигналу" Q_t



e)

Рисунок 4.2

Слід зауважити, що використання узгодженого фільтра є ефективним лише при достатньо великих значеннях відношення сигнал/завада на виході (для прикладу, наведеного на рис. 4.2 $\frac{E}{\sigma^2} = 32.634$). Як правило, завжди вимагають, щоб було $\frac{E}{\sigma^2} \gg 1$ (принаймні, $\frac{E}{\sigma^2} > 10$). Чим більшим є відношення $\frac{E}{\sigma^2}$, тим більш "яскраво вираженим" є максимальне значення вихідного сигналу при наявності Q_t на вході. При недостатньо великому значенні відношення $\frac{E}{\sigma^2}$ "корисний сигнал" неможливо виявити методом узгодженої фільтрації. Тому на практиці, приймаючи рішення про застосування узгодженого фільтра, обов'язково слід враховувати співвідношення енергетичних характеристик "корисного сигналу" (E) і завади (σ^2).

Виявлення детермінованих сигналів із використанням коваріаційного (автоковаріаційного) перетворення.

Розглянемо простір випадкових функцій дискретного аргументу $\xi_t, t \in \mathbf{Z}$, які задовольняють умові:

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \mathbf{M} \sum_{t=-c}^c |\xi_t|^2 < \infty \quad (4.11)$$

(це умова скінченної середньої потужності, якій задовольняють, наприклад, стаціонарні випадкові процеси, періодичні, майже періодичні випадкові та детерміновані процеси та ін.).

Означення. Нелінійний оператор $\mathbf{A}[\cdot]$, заданий на введеному вище просторі випадкових функцій $\xi_t, t \in \mathbf{Z}$ у вигляді

$$\mathbf{A}[\xi_t] = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c \xi_t \xi_{t+\tau}, \tau \in \mathbf{Z} \quad (4.12)$$

називається коваріаційним (автоковаріаційним) оператором.

Нелінійна система, що описується оператором (4.12) називається корелятором. Якщо $x_t, t \in \mathbf{Z}$ - сигнал (із скінченною середньою потужністю) на вході корелятора, то на виході будемо мати сигнал

$$y_\tau = \mathbf{A}[x_t] = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c x_t x_{t+\tau}, \tau \in \mathbf{Z}. \quad (4.13)$$

Вихідний сигнал y_τ корелятора називається *коваріаційним* (автоковаріаційним) перетворенням вхідного сигналу x_t .

Зауваження.

1. Замість термінів коваріаційний оператор, коваріаційне перетворення вживаються також синоніми: кореляційний оператор, кореляційне перетворення.
2. Ми розглядаємо коваріаційне перетворення на просторі сигналів (з дискретним часом) із скінченною середньою потужністю, оскільки саме з такими сигналами ми будемо працювати в даній лабораторній роботі. Але слід мати на увазі, що в інших функціональних просторах коваріаційне перетворення теж може задаватися дещо по-іншому. Наприклад, у просторі детермінованих функцій дискретного аргументу $x_t, t \in \mathbf{Z}$, що задовольняють умові

$\sum_{t=-\infty}^{\infty} |x_t|^2 < \infty$ (це умова скінченної енергії), коваріаційний оператор

задається як $A[x_t] = \sum_{t=-\infty}^{\infty} x_t x_{t+\tau}, \tau \in \mathbf{Z}$. На просторах функцій неперервного аргументу відповідні коваріаційні перетворення задаються у вигляді інтегральних операторів.

Використовуючи коваріаційне перетворення, можна виявляти *періодичні* детерміновані сигнали на фоні досить широкого класу завад. А саме.

Нехай на вході корелятора маємо випадкову послідовність виду:

$$x_t = Q_t + \xi_t, t \in (-\infty, \infty), \quad (4.14)$$

де Q_t - "корисний сигнал", про який ми знаємо, що

- або $Q_t \equiv 0$ (тобто, "корисної складової" немає на вході корелятора),
- або Q_t - періодична детермінована послідовність (не обов'язково відома), для якої $\lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c Q_t = 0$;

ξ_t - "завада" - центрована гільбертова стаціонарна в широкому розумінні випадкова послідовність.

На виході корелятора будемо мати випадкову послідовність:

$$y_\tau = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c (Q_t Q_{t+\tau} + Q_t \xi_{t+\tau} + \xi_t Q_{t+\tau} + \xi_t \xi_{t+\tau}).$$

Оскільки послідовність ξ_t - центрована, то математичне сподівання сигналу y_τ буде мати вигляд:

$$\mathbf{M}y_\tau = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c Q_t Q_{t+\tau} + \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \mathbf{M} \sum_{t=-c}^c \xi_t \xi_{t+\tau} = \mathbf{A}[Q_t] + R_\tau,$$

де $\mathbf{A}[Q_t]$ - коваріаційне перетворення "корисного сигналу";

$R_\tau = \mathbf{M}(\xi_t \xi_{t+\tau})$ - кореляційна функція "завади".

Оскільки Q_t - періодична функція, то її можна зобразити у вигляді ряду Фур'є:

$$Q_t = \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(k\omega_0 t + \varphi_k), \quad (4.15)$$

де $a_k, \varphi_k, k = \overline{1, \infty}, \omega_0$ - параметри зображення (4.5).

Неважко переконатися, що в даному випадку

$$\mathbf{A}[Q_t] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} a_k^2 \cos(k\omega_0 \tau) \quad (4.16)$$

(зокрема, якщо $Q_t = a \cos(\omega_0 t + \varphi)$ - косинусоїда з параметрами a, ω_0, φ , то $\mathbf{A}[Q_t] = \frac{1}{2} a^2 \cos(\omega_0 \tau)$).

Дуже часто на практиці зустрічаються завади, кореляційна функція R_τ , яких досить швидко "згасає" при зростанні τ від 0 до ∞ (тобто $R_\tau \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, див., наприклад, рис. 4.3,а). В той же час функція (8.6) є *періодичною* (не "згасає" при зростанні τ). Оскільки $\mathbf{M}y_\tau = \mathbf{A}[Q_t] + R_\tau$, то, аналізуючи в таких умовах поведінку функції $\mathbf{M}y_\tau$ при зростанні τ , можна робити висновки про наявність "корисного сигналу" на вході корелятора.

А саме, якщо $\mathbf{M}y_\tau \rightarrow \mathbf{A}[Q_t]$ при зростанні τ від 0 до ∞ , то "корисний сигнал" є на вході корелятора, якщо ж $\mathbf{M}y_\tau \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$, то "корисний сигнал" відсутній. Зрозуміло, що в даному випадку зовсім не обов'язково, щоб сигнал Q_t був відомим (досить знати, що він періодичний), оскільки висновок про його наявність на вході корелятора впливає вже з того, що при зростанні τ $\mathbf{M}y_\tau$ наближається до деякої періодичної функції.

Наведені вище міркування ілюструються на рисунку 4.3.

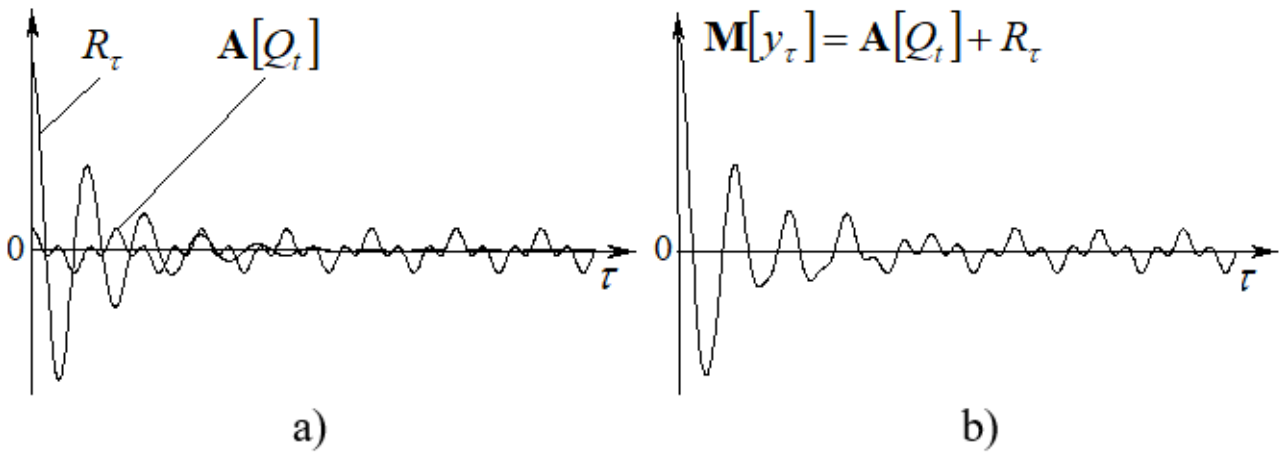


Рисунок 4.3

При практичному застосуванні описаного вище підходу з'являється ряд особливостей. Перш за все, на практиці, як правило, мають справу з скінченною вибіркою вхідного сигналу $x_t, t \in [1, n]$. Тому, замість (4.13) використовують співвідношення

$$y_\tau = \frac{1}{n - \tau} \sum_{t=1}^{n-\tau} x_t x_{t+\tau}, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, n_1 \ll n. \quad (4.17)$$

Крім того, доступним для спостереження є вихідний сигнал корелятора y_τ (нестационарний процес), а не його математичне сподівання $M y_\tau$, тому для ефективного виявлення необхідно мати якомога більший обсяг вибірки n , принаймні, у кілька разів більший за період "корисного сигналу" та час τ_3 "згасання" кореляційної функції R_τ "завади" ($R_\tau \approx 0 \quad \forall |\tau| > \tau_3$). На рисунку 4.4 наведено приклад практичного виявлення періодичного детермінованого сигналу з використанням кореляційного перетворення ($n=10000$).

Зауваження. Якщо в (4.17) x_t - центрований стаціонарний у випадковий процес (ЦСВП), то, очевидно, y_τ буде статистичною оцінкою його кореляційної функції. У зв'язку з цим інколи плутають поняття: кореляційна функція, оцінка кореляційної функції, коваріаційне (кореляційне) перетворення. Тому слід мати на увазі, що результатом коваріаційного перетворення є оцінка кореляційної функції тільки тоді, коли перетворюваний процес - ЦСВП (у цьому випадку корелятор ще називають *корелометром*, тобто пристроєм, призначеним для вимірювання кореляційної функції). У всіх інших випадках (коли x_t - детермінований чи нестационарний процес, чи процес, що не є ергодичним відносно кореляційної функції та ін.) (4.13) чи (4.17) слід трактувати тільки як коваріаційне перетворення.

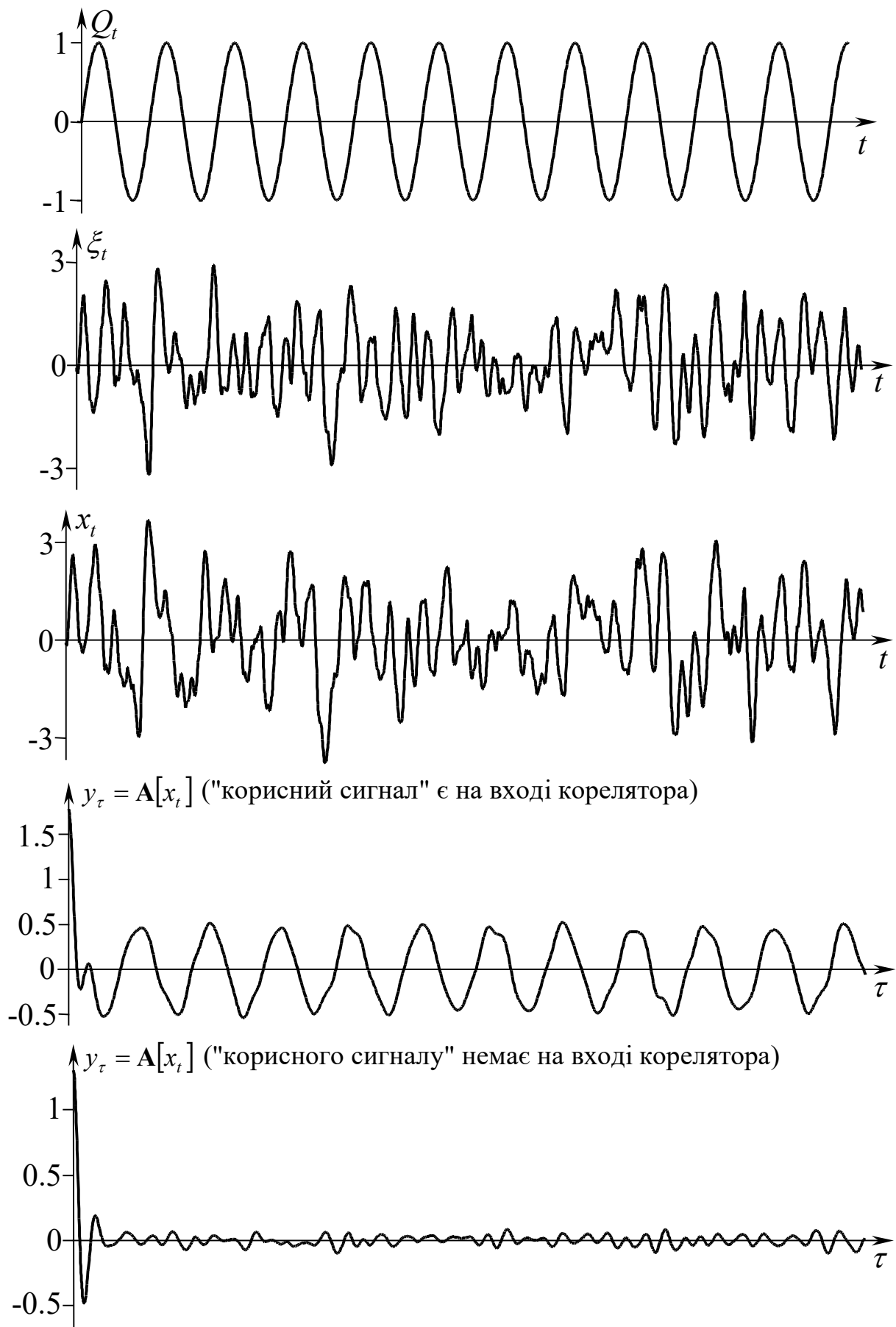


Рисунок 4.4

Виявлення детермінованих сигналів із використанням взаємного коваріаційного перетворення.

Нехай $\xi_t, \eta_t, t \in \mathbf{Z}$ - випадкові послідовності, що задовольняють умові (4.11).

Означення. Нелінійний оператор $\mathbf{V}[\cdot]$, заданий як

$$\mathbf{V}[\xi_t, \eta_t] = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c \xi_t \eta_{t+\tau}, \tau \in \mathbf{Z} \quad (4.18)$$

називається взаємним коваріаційним оператором.

Функція $y_\tau = \mathbf{V}[\xi_t, \eta_t]$, яка є результатом дії оператора (4.18) називається взаємним коваріаційним перетворенням послідовностей ξ_t і η_t .

Розглянемо тепер знову сигнал x_t (4.14), але нехай тепер "корисний сигнал" Q_t (при його наявності) - відома детермінована (не обов'язково періодична) послідовність із скінченною середньою потужністю.

Розглянемо взаємне коваріаційне перетворення сигналів x_t та Q_t :

$$y_\tau = \mathbf{V}[x_t, Q_t] = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c x_t Q_{t+\tau} = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c (Q_t Q_{t+\tau} + \xi_t Q_{t+\tau}). \quad (4.19)$$

Оскільки $\mathbf{M}\xi_t = 0$, то

$$\mathbf{M}y_\tau = \lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{2c} \sum_{t=-c}^c Q_t Q_{t+\tau} = \mathbf{A}[Q_t].$$

Таким чином, задача виявлення "корисного сигналу" на основі аналізу функції $\mathbf{M}y_\tau$ в даному випадку вирішується так:

якщо $\mathbf{M}y_\tau = \mathbf{A}[Q_t]$, то сигнал x_t містить "корисну складову", а якщо $\mathbf{M}y_\tau = 0$, то $Q_t = 0$.

Пристрій, призначений для виявлення детермінованого сигналу з використанням взаємного коваріаційного перетворення (4.19) називається **когерентним приймачем**. Когерентний приймач є нелінійною системою, що описується взаємним коваріаційним оператором (4.18).

На відміну від корелятора, який є системою з одним входом і одним виходом, когерентний приймач є системою з двома входами та одним виходом (рис. 4.5).

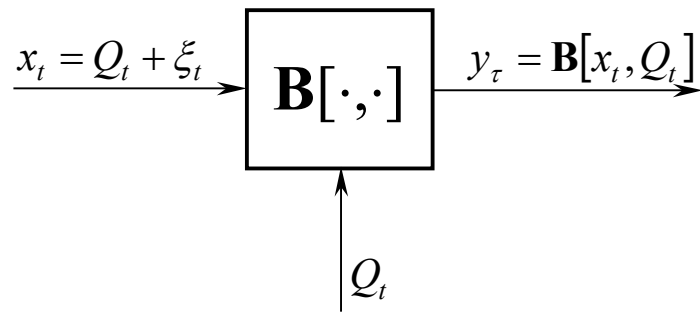


Рисунок 4.5

За наявності скінченної вибірки вхідного сигналу $x_t, t \in \overline{[1, n]}$ замість (4.19) слід використовувати співвідношення:

$$y_\tau = \frac{1}{n - \tau} \sum_{t=1}^{n-\tau} x_t Q_{t+\tau}, \quad \tau = 0, 1, 2, \dots, n_1 \ll n. \quad (4.20)$$

Доступним для спостереження є, знову ж таки, не $\mathbf{M}y_\tau$, а вихідний сигнал когерентного приймача (4.20), який із зростанням n наближається до $\mathbf{M}y_\tau$, тому для ефективного виявлення слід вибирати обсяг вибірки n якомога більшим. Приклад виявлення детермінованого сигналу з використанням взаємного коваріаційного перетворення наведено на рис. 4.6 (сигнали Q_t, ξ_t, x_t ті ж, що і на рис. 4.4, $n = 10000$).

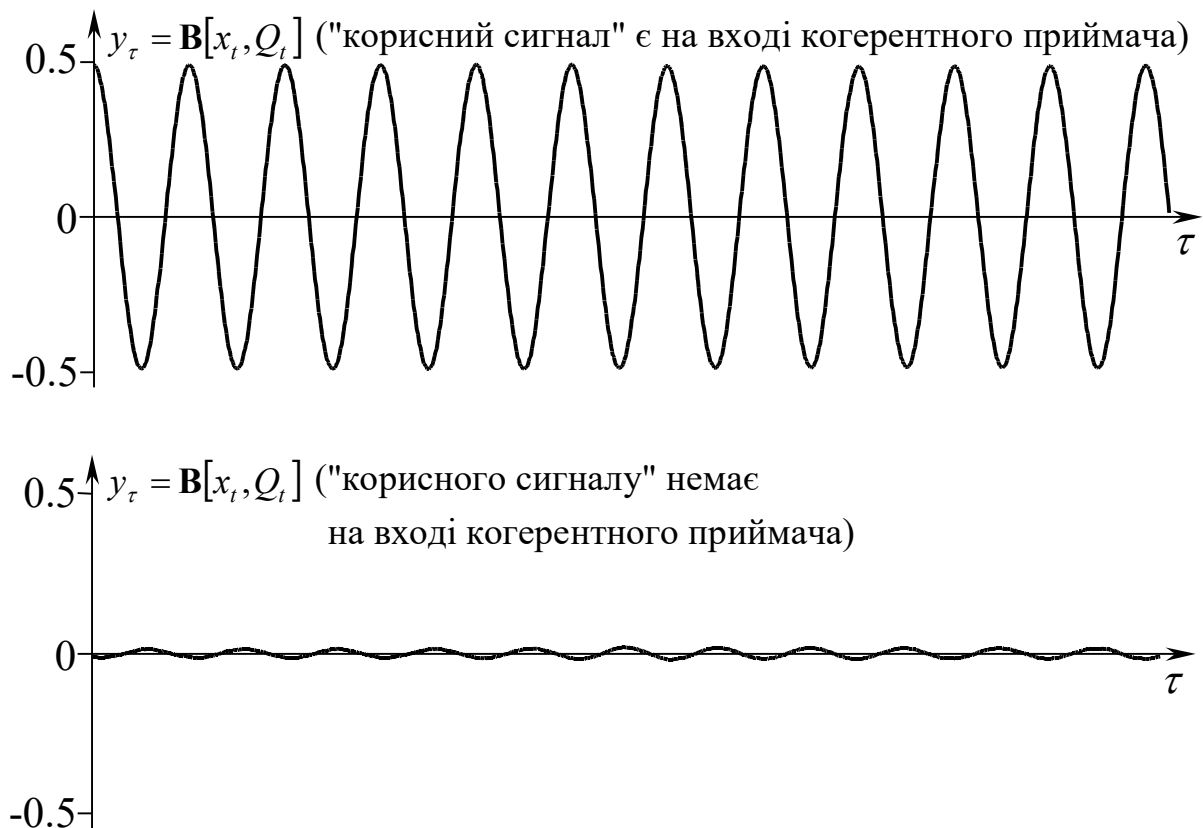


Рисунок 4.6

Порядок виконання роботи

Студенти, що мають варіант 1 – 10 реалізують задачу виявлення детермінованого сигналу на фоні білого шуму з використанням узгодженого фільтра.

Порядок виконання роботи для варіантів 1 – 10

1. Вихідними даними для роботи є два файли, із записаними у них реалізаціями сигналу x_t , $t \in [0, n]$ (формат та обсяг даних слід уточнити у викладача).
2. $x_t = \xi_t + Q_t$, де ξ_t - центрований стаціонарний у широкому розумінні "білий шум" із дисперсією $\sigma^2 = 1$; Q_t - "корисний сигнал", причому:
 - або $Q_t \equiv 0$, тобто "корисної складової" немає в сигналі x_t ;
 - або $Q_t = \begin{cases} a(t-m)^\beta e^{-\alpha(t-m)} \sin(\omega(t-m)), & t \in [m, m+L], \\ 0, & t \notin [m, m+L], \end{cases}$
(імпульс Бергале)де $a, \alpha, \beta, \omega, m, L$ - параметри "корисного сигналу", значення яких вказано в таблиці 4.1 відповідно до варіанту.

Таблиця 4.1

Варіант	Параметри "корисного сигналу"					
	a	α	β	ω	m	L
1, 11, 21	0.003	0.04	2	0.09	250	200
2, 12, 22	0.002	0.04	2	0.05	300	
3, 13, 23	0.002	0.04	2.1	0.03	350	
4, 14, 24	0.003	0.02	1.5	0.03	400	
5, 15, 25	0.004	0.045	2	0.1	450	
6, 16, 26	0.003	0.04	2	0.15	500	
7, 17, 27	0.003	0.05	2.1	0.3	550	
8, 18, 28	0.003	0.04	2.1	0.4	600	
9, 19, 29	0.002	0.03	1.8	0.02	650	
10, 20, 30	0.009	0.04	1.7	0.04	700	

3. Необхідно знайти імпульсну реакцію φ_τ^y узгодженого фільтра, призначеного для виявлення заданого "корисного сигналу" Q_t в момент часу $t_0 = m + L$. Знайти максимальне відношення сигнал/завада в момент часу t_0 на виході цього фільтра (див. (4.10)).
4. Подати на вхід розрахованого фільтра задані реалізації сигналу x_t (з обох файлів), отримати відповідні реалізації вихідного сигналу $y_t = \sum_{\tau=0}^L \varphi_\tau^y x_{t-\tau}$, $t \in [\overline{L}, n]$, зробити висновки про наявність чи відсутність сигналу Q_t на вході фільтра.
5. Оформити звіт по роботі.
Звіт повинен містити:
 - тему, мету роботи;
 - короткий виклад основних теоретичних положень;
 - графічне зображення "корисного сигналу" та імпульсної реакції узгодженого фільтра (в одній системі координат (див. рис. 4.2));
 - обчислене в п.3 значення максимального відношення сигнал/завада на виході узгодженого фільтра;
 - графіки реалізацій вхідного та вихідного сигналів (для обох файлів);
 - висновки;
 - додатки (тексти програм).

Студенти, що мають варіант 11 – 30 (і далі) реалізують задачу виявлення періодичного детермінованого сигналу на фоні шуму з використанням корелятора чи когерентного приймача (залежно від варіанту, див. далі).

Порядок виконання роботи для варіантів 11 – 30

1. Вихідними даними для роботи є два файли, із записаними у них реалізаціями сигналу x_t , $t \in [\overline{1}, n]$ (формат та обсяг даних слід уточнити у викладача).
2. $x_t = \xi_t + Q_t$, де ξ_t - центрована стаціонарна в широкому розумінні випадкова послідовність із "згасаючою" кореляційною функцією; Q_t - "корисний сигнал", причому:

- або $Q_t \equiv 0$, тобто "корисної складової" немає в сигналі x_t ;
 - або $Q_t = \sin\left(\frac{\pi}{30 + 2k}t\right)$, де k - номер варіанту.
3. Необхідно зробити висновок про наявність чи відсутність складової Q_t в сигналі x_t (для даних з кожного файлу), використовуючи для цього коваріаційне перетворення (для непарних номерів варіантів) або взаємне коваріаційне перетворення (для парних номерів варіантів).
4. Оформити звіт по роботі.
Звіт повинен містити:
- тему, мету роботи;
 - короткий виклад основних теоретичних положень;
 - графічне зображення реалізацій заданих сигналів x_t та реалізацій сигналів y_t на виході корелятора чи когерентного приймача (відповідно до варіанту);
 - висновки;
 - додатки (тексти програм).

Контрольні запитання

1. У чому полягає задача виявлення детермінованих сигналів на фоні завад?
2. Що таке відношення сигнал/завада?
3. Моментні функції яких порядків використовуються для знаходження імпульсної реакції лінійного фільтра, оптимального за критерієм максимального відношення сигнал/завада?
4. Обґрунтуйте розв'язок задачі синтезу лінійного фільтра, оптимального за критерієм максимального відношення сигнал/завада.
5. Що таке "білий шум" у широкому розумінні? У вузькому розумінні?
6. Що таке узгоджений фільтр? Охарактеризуйте імпульсну реакцію узгодженого фільтра.
7. Чому рівне відношення сигнал/завада на виході узгодженого фільтра?

8. Що таке коваріаційне перетворення? За яких умов коваріаційне перетворення буде статистичною оцінкою кореляційної функції випадкового процесу?
9. Чому дорівнює кореляційна функція детермінованого сигналу?
10. Що таке корелятор, корелометр?
11. Яким чином можна виявити детермінований періодичний сигнал на фоні завади, використовуючи корелятор?
12. Що таке взаємне коваріаційне перетворення?
13. Що таке когерентний приймач?
14. На чому базується принцип виявлення детермінованого сигналу з використанням когерентного приймача?
15. Корелятор (або когерентний приймач) є лінійною системою чи нелінійною, інерційною чи неінерційною?

ЛІТЕРАТУРА

1. Айфичер Э. С. Цифровая обработка сигналов: [практический подход] / Э. С. Айфичер, Б. У. Джервис; пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 992 с.
2. Бабак В.П., Марченко Б.Г., Фриз М.Є. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. – К.: Техніка, 2004. – 288 с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с.
4. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540 с.
5. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. – М.: Радио и связь, 1989. – 656 с.
6. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях: В 2-х томах. Пер. с франц. – М.: Мир, 1983. – 568 с.
7. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
8. Марченко Б.Г., Приймак М.В., Щербак Л.М. Теоретичні основи аналізу стохастичних сигналів і шумів. – Тернопіль: ТДТУ імені І. Пулюя, 2001. – 179 с.
9. Марченко В.Б. Ортогональные функции дискретного аргумента и их приложение в геофизике. – К.: Наукова думка, 1992. – 211 с.
10. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсу “Обробка сигналів та зображень” / Б.Г.Марченко, М.Є.Фриз. – Тернопіль: ТДТУ імені І.Пулюя, 2002. – 80 с.
11. Сато Ю. Обработка сигналов. Первое знакомство / Ю. Сато. - Додэка, 2002. - 172 с.
12. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко. – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
13. Стивен Смит. Цифровая обработка сигналов. Практическое руководство для инженеров и научных работников. Додэка ХХІ, 2008. — 720 с.
14. Солонина А.И., Клионский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н., Цифровая обработка сигналов и MATLAB, 2013г.
15. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. – М.: Радио и связь, 1982. – 624 с.
16. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1989. – 634 с.
17. Ширяев А.Н. Вероятность. – М.: Наука, 1980. – 576 с.

ДОДАТОК А

Вимоги до оформлення та захисту звітів

Звіт до лабораторної роботи рекомендовано готувати у текстовому редакторі MS Word, використовуючи:

- формат сторінки – А4;
- розмір шрифту - 14-16 пт.

Побудову графіків можна здійснювати у будь-якому графічному середовищі, яким володіє студент.

Перша сторінка звіту – титульна, зразок її оформлення наведено нижче.

При захисті звіту необхідно назвати тему, мету роботи, викласти:

- постановку задачі;
- методику розв'язку задачі;
- результати розв'язку задачі;
- аналіз отриманих результатів;
- висновки;

відповісти на запитання викладача.

Форма титульної сторінки звіту

Міністерство освіти і науки України
Тернопільський національний технічний університет
імені Івана Пулюя

Кафедра комп'ютерних наук

ЗВІТ

до лабораторної роботи №4
з курсу “Обробка сигналів та зображень”

Виявлення сигналів

Виконав:
студент групи СНс-42
Сигналенко О.Ф.

Перевірив:
доц. кафедри КН
к.т.н. Млинко Б.Б.

Тернопіль 2021